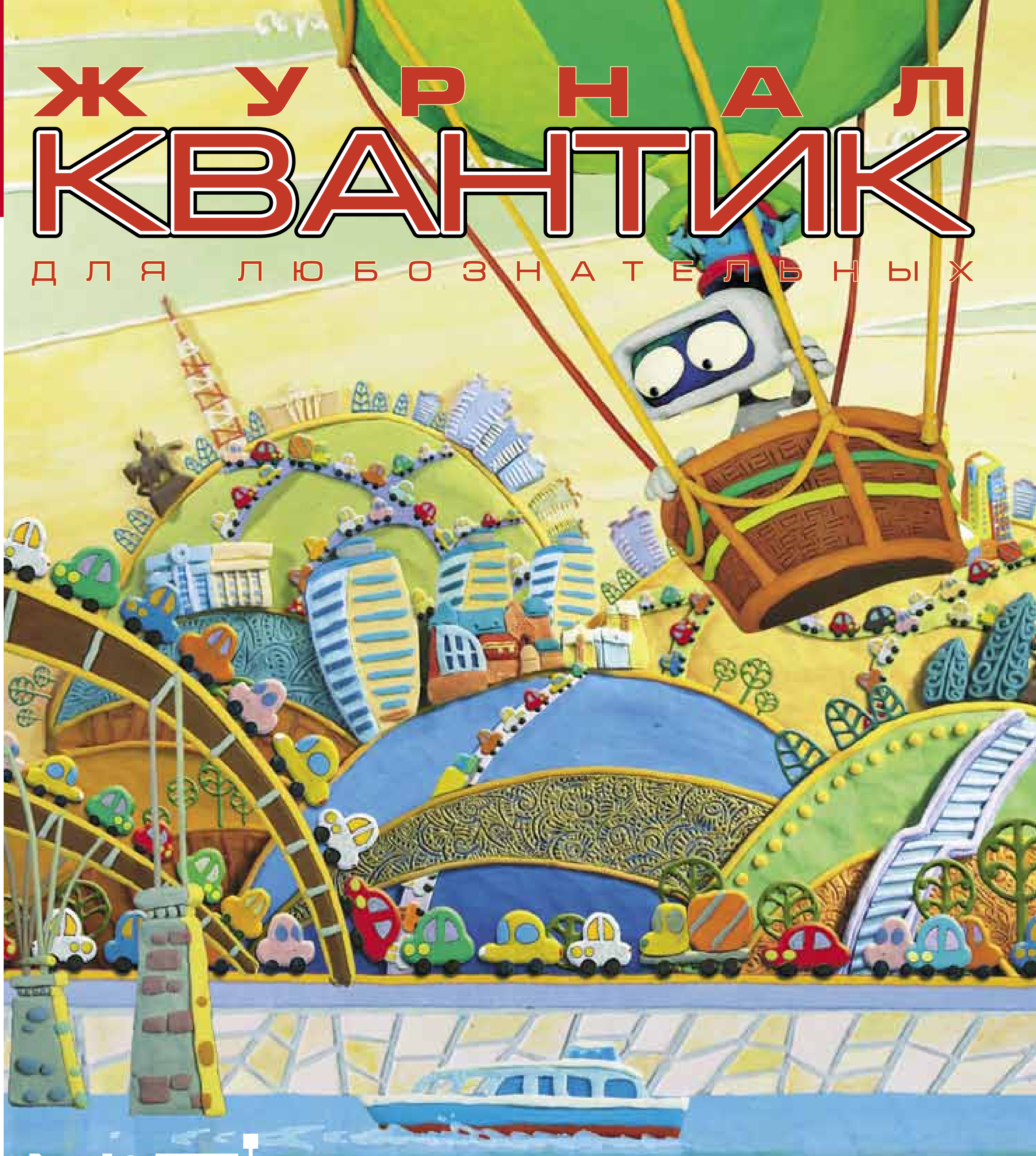
ЖУРНАЛ КВАНТИК ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ



№3 март 2012

НОВЫЕ ДОРОГИ И СТАРЫЕ ПРОБКИ

ВЕРИШЬ – НЕ ВЕРИШЬ

КАК УСТРОЕНА РАДУГА

Enter

№3 | март 2012

Издается при поддержке Московского центра непрерывного математического образования (МЦНМО)

e-mail: kvantik@mccme.ru

ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

В третьем номере «Квантика» вас поджидает немало неожиданностей. Как вы думаете, если открыть в городе новую дорогу, обязательно ли дорожных пробок станет меньше? Или ситуация с пробками может даже ухудшиться? А сколько раз, по-вашему, можно сложить пополам лист обычной бумаги – удастся ли сделать хотя бы десяток? Встречались ли вы с листовертнями – замечательными надписями, которые можно прочитать по-другому, просто перевернув их? А радугу видели? Задумывались над тем, почему она возникает и как устроена?

А зачем так странно иногда располагают надпись «реанимация» на машинах скорой помощи – не сразу и прочтёшь? Знаете, сколько замечательных построений можно выполнить с помощью обычного школьного угольника? Хотите познакомиться с задачами недавно прошедшего математического праздника для шестиклассников и семиклассников? Если всё это вам интересно – скорее переворачивайте страницу!

Наш электронный адрес:
kvantik@mccme.ru

Художник Yustas-07

Главный редактор: С. Дориченко
Зам. главного редактора: И. Маховая
Редактор: Г. Фельдман
Главный художник: Yustas-07
Художественный редактор: Д. Кожемякина
Пластилиновая композиция обложки: Yustas-07
Верстка: И. Гумерова, Р. Шагеева
Формат 84x108/16
Издательство МЦНМО

Журнал «Квантик» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство ПИ N ФС77-44928 от 4 мая 2011 г.
Тираж: 1-й завод 500 экз.

Адрес редакции:
119002, Москва,
Большой Власьевский пер., 11.
Тел. (499)241-74-83.
e-mail: kvantik@mccme.ru
По вопросам распространения обращаться по телефону: (499) 241-72-85;
e-mail: biblio@mccme.ru

Подписаться можно в отделениях связи Почты России, подписной индекс **84252**.
Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ЗАО "ИПК Парето-Принт", г. Тверь.
www.pareto-print.ru
Заказ №

СОДЕРЖАНИЕ

И. Акулич

Веришь – не веришь

> Товарищи учёные!
> Доценты с кандидатами!
> Замучились вы с иксами,
> Запутались в нулях…
>
> В.С. Высоцкий

Практика показывает, что доля любителей математики в каждой стране и среди человечества в целом из года в год не увеличивается. Правда, и не уменьшается – хоть это радует. А почему? Не будем искать ответ в снижении уровня математического образования или иных причинах мирового масштаба. Ответ гораздо проще и он, увы, таков: люди зачастую сами не имеют желания «налаживать отношения» с математикой или рассматривают её как нечто, к реальному миру почти не относящееся. Поэтому большинство граждан любого государства, несмотря на порой хорошее образование, имеют о математике довольно смутное представление и иногда с огромным недоверием воспринимают даже строго-престрого математически обоснованные факты.

За примерами далеко ходить не надо. Популярная притча об изобретении шахмат содержит вопрос: сколько всего получится зёрен пшеницы, если на первую клетку шахматной доски положить одно зерно, на вторую – два, на третью – четыре, и так далее, каждый раз увеличивая число зёрен вдвое? Ответ потрясает: количество зерна исчисляется триллионами тонн – в тысячи раз больше, чем годовой урожай пшеницы во всем мире! Всё это просто и чётко доказывается, но… многие ли готовы принять такой ответ? К сожалению, подавляющее большинство людей отвечают наподобие следующего: «Получится где-то полмешка!», – и переубедить их совершенно невозможно: от всех расчётов и доказательств они отмахнутся, как от надоедливой мухи.

А можно поступить ещё проще. Спросите любого человека, сколько получится, если ноль поделить на ноль. Если отбросить пять-десять процентов тех, кто заявит, что на ноль делить нельзя, то остальные уверенно ответят: «Получится ноль!». И тогда бросайтесь в атаку: «А почему, например, не 5? Сделаем проверку: умножим делитель 0 на частное 5. Получилось ли делимое 0? Конечно! Значит, ноль делить на ноль – это 5! А если подумать, то и вообще любое число, поскольку проверка это также подтвердит».

Ну ладно, с зёрнами – это очень уж абстрактно, такие большие числа в реальной жизни не встречаются. Деление на ноль – тоже нечастое явление. Но вот вам другая, совершенно «бытовая» задача. Арбуз весил 10 кг при его влажности 99 % (то есть вода составляла 99% от веса арбуза). Полежав на солнце, арбуз несколько усох, и его влажность снизилась до 98%. Сколько стал весить арбуз?

Вот как решает задачу «навскидку» большинство людей. Влажность снизилась на 1%. Для 10-килограммового арбуза 1% – это 100 граммов. Значит, вес арбуза снизился на 100 граммов (или около того) и составил что-то близкое к 9 кг 900 г.

Ну а теперь решим задачу без обмана. Исходная масса арбуза была 10 кг, а сухого вещества в нём было 1%, то есть 100 г. После усыхания арбуза осталось столько же сухого вещества (ведь испарилась только вода), однако в итоге оно составило уже 2%. Но если 2% от веса арбуза – это 100 г, то вес всего арбуза, то есть 100% – это в 50 раз больше, то есть 5 кг. Ответ: арбуз после усыхания стал весить вдвое меньше – 5 килограммов! А готовы ли вы принять такой ответ?

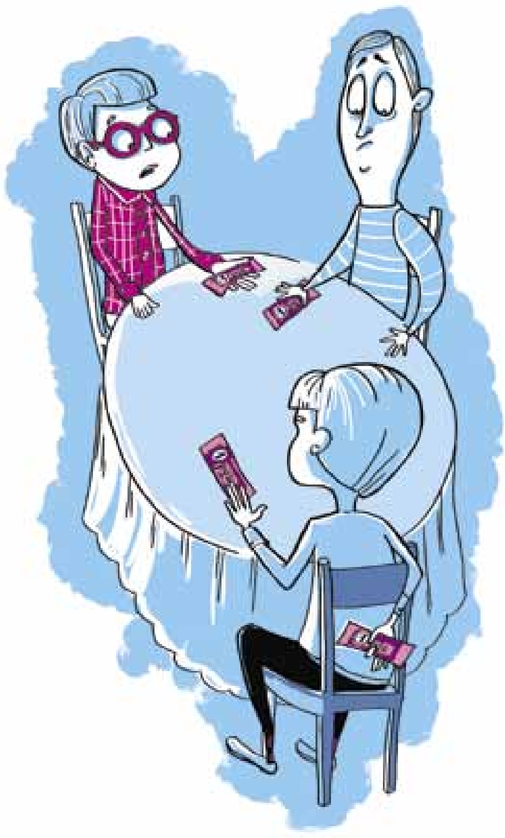
Вместе с тем многие из граждан, стоящие на прочных «житейских» позициях, легко поддаются бессмысленным псевдонаучным рассуждениям, основанным, казалось бы, на здравом смысле. Оцените следующую историю.

Трое приятелей заказали столик в ресторане, скинулись по 10 рублей и дали все эти 30 рублей официанту (пусть вас не смущают такие цены – дело происходило ещё в прошлом веке). Но когда они закончили свой ужин, официант подсчитал, что цена заказа составляет лишь 25 рублей, и 5 рублей надо вернуть. Так как 5 на 3 не делится, он вернул каждому по рублю, а 2 рубля оставил себе.

А теперь подсчитаем. Каждый посетитель заплатил по 10 рублей, но 1 рубль к нему вернулся. Поэтому можно считать, что каждый заплатил по 9 рублей, а всего – $9 \times 3 = 27$ рублей. Да еще 2 рубля забрал официант, т.е. получается $27 + 2 = 29$ рублей, а вовсе не 30! Куда девался рубль?

Подобные парадоксы у многих сильно снижают доверие к математике – всё так убедительно, а цифры не сходятся! Может, в таблице умножения ошибка? Вряд ли… Просто в данном случае мы имеем дело со злонамеренным запудриванием мозгов, то есть целенаправленным введением в заблуждение. Такие обманчивые «разоблачения» математики (и вообще намеренно ложные рассуждения, приводящие к противоречию) называют софизмами.

Но где же нас обманули? На самом деле надо не прибавлять, а отнимать. А именно: посетители, верно, скинулись по 9 рублей (всего 27 рублей), из них 25 рублей стоил заказ, а 2 рубля официант забрал себе. И всё! Как и в задаче с арбузом, стоило мутную игру словами поменять на прозрачные вычисления, как сразу концы сошлись с концами. Так что грешить на математику не будем.



Но вот другая задача, в которой мы предлагаем вам самим выяснить, куда что пропало. Две хозяйки пришли на рынок торговать сливами. У каждой было по 30 слив. Одна продавала по 2 сливы за копейку, вторая – по 3 сливы за копейку. Таким образом, одна намеревалась выручить от продажи 15 копеек, вторая – 10 (а всего – 25). Так как на рынке им было скучно, они решили объединиться и продавать по 5 слив за 2 копейки – это ведь то же самое. В итоге у них получилось 12 раз по 5 слив, и заработали они $2 \times 12 = 24$ копейки, а вовсе не 25. Куда же делась копейка?

Впрочем, иногда математическое мышление позволяет разыграть несведущих каким-либо способом. Вот один из них. Дайте кому-нибудь обычный тетрадный лист бумаги, ножницы и спросите, сможет ли он выполнить такие операции: разрезать лист на две части, потом взять меньшую часть и тоже разрезать её надвое, взять опять меньшую из частей и снова разрезать пополам, и так далее – всего 30 раз подряд. Только, чур, ничем, кроме обычных ножниц, не пользоваться. Скорее всего, вы получите ответ: «Легко!». После этого заключайте пари на как можно большую сумму – и вперёд! Можете быть уверены: у него ничего не получится, и вы легко поймёте причину: несложный подсчёт показывает, что площадь последнего куска должна составить менее одной миллиардной части исходного листа. Такой кусочек не то что отрезать – разглядеть вряд ли возможно. Вот где математика проявит себя во всей мощи и великолепии!

А сколько раз, по-вашему, можно согнуть пополам листок бумаги? Определились? А попробуйте-ка теперь сделать это на практике. Как правило, результат разительно отличается от самых пессимистичных предсказаний «навскидку».

Вот такие дела. Может быть, математика – это и впрямь не для всех. Но если читатель держит в руках этот номер «Квантика» и читает данную статью, то велика вероятность, что математика – именно для него. На этой оптимистической ноте и закончим.

Художник Е.Константинова

Г. Фельдман

Устный счёт

Н.П. Богданов-Бельский
Устный счёт.
В народной школе С.А. Рачинского.
1895 г. Холст, масло. 107,4 × 79 см.
Государственная Третьяковская галерея, Москва

На картине изображена деревенская школа XIX века во время урока арифметики. Учитель – реально существовавший человек, Сергей Александрович Рачинский, биолог и математик, профессор Московского университета. На волне народничества в 1872 году Рачинский вернулся в родное село Татево, где создал школу с общежитием для крестьянских детей и разработал уникальную методику обучения устному счёту. Николай Богданов-Бельский, сам в прошлом ученик Рачинского, нарисовал его типичный урок математики.

На классной доске написан пример, который ученикам необходимо решить:

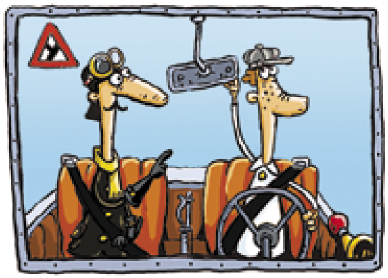
$$\frac{10^2+11^2+12^2+13^2+14^2}{365}.$$

А вы сможете сосчитать это в уме?

Ответ: 2.
Примечательно, что верно такое равенство: $10^2 + 11^2 + 12^2 = 365 = 13^2 + 14^2$.

С. Шашков

Автомобильные пробки – серьёзная проблема больших городов. С ней пытаются бороться, придумано множество эффективных и не очень методов борьбы с пробками. Кажется, что самый простой и естественный способ – строительство новых первоклассных дорог. Однако оказывается, существуют такие дорожные сети, в которых строительство новой дороги при подходящей интенсивности движения приведет к тому, что время движения абсолютно всех участников дорожного движения увеличится!

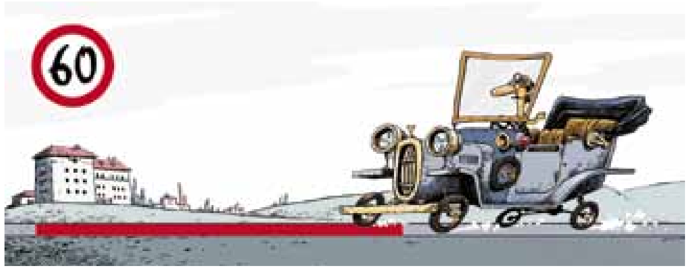


НОВЫЕ ДОРОГИ И СТАРЫЕ ПРОБКИ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДОРОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ

У каждого участка дороги есть некоторая пропускная способность – сколько машин в час может проехать через этот участок, не снижая скорости. Пока машин мало, они могут ехать с максимальной скоростью. Когда машин становится слишком много, дистанция между машинами сокращается, поэтому водителям приходится ехать осторожнее и снижать скорость. Безопасная дистанция – это расстояние, которое проезжает тормозящая машина до полной остановки. Физика позволяет его рассчитать – оказывается, оно пропорционально квадрату скорости, с которой машина начала тормозить. Например, тормозной путь легкового автомобиля, ехавшего со скоростью 60 км/ч по сухому асфальту – около 20 м, со скоростью 80 км/ч – около 36 м, а со скоростью 120 км/ч – целых 80 м!

Пропускную способность реальной дороги можно грубо оценить по количеству полос и скорости, с которой можно по данной дороге ехать (в данную погоду). Например, если полоса всего одна, а скорость движения – 80 км/ч, то за час проедет 80000 м «автомобильного потока». При такой скорости интервалы между машинами, включая длину одной машины, можно оценить в 32 м, и тогда это дает пропускную способность около 80000/32 = 2500 машин в час.



А что будет, если по участку этой дороги соберутся проехать за час 10000 машин – в 4 раза больше? Оказывается водителям придётся в 4 раза сбросить скорость. Тогда дистанция между машинами уменьшится в 16 раз, и за час через участок проедет в 4 раза меньше метров «автомобильного потока», который в 16 раз «гуще» – то есть как раз в 4 раза больше машин. В реальности это приведёт к коллапсу – по одной машине на каждые 2 метра дороги! А в нашей упрощённой модели это будет просто означать, что водитель потратит в 4 раза больше времени, чем при движении по незагруженной дороге.

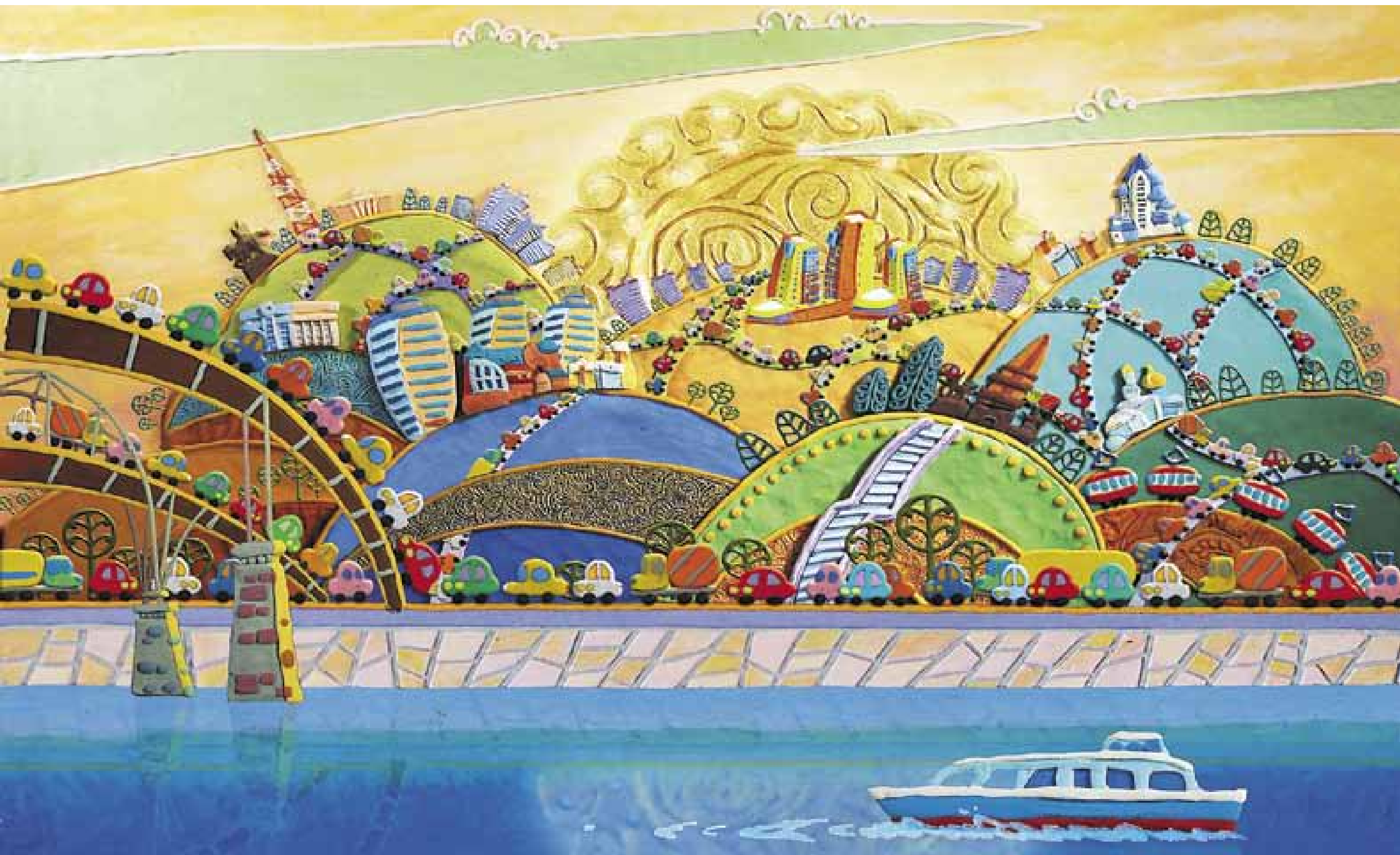
Будем считать, что перед выездом каждый водитель узнает по интернету маршрут, который займет у него наименьшее время с учетом пробок на данный момент, а далее следует этому маршруту.

В реальности у каждого водителя своя цель, однако чтобы понять ключевую идею (и увидеть причину некоторых реальных пробок), достаточно считать, что все водители едут из пункта A в пункт B.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Придумайте такую дорожную сеть между пунктами A и B, что после строительства новой дороги при подходящей интенсивности движения время движения абсолютно всех участников дорожного движения увеличится.

Укажите длины дорог, их пропускные способности, максимальную скорость на каждой, число полос, число водителей, едущих из A в B.

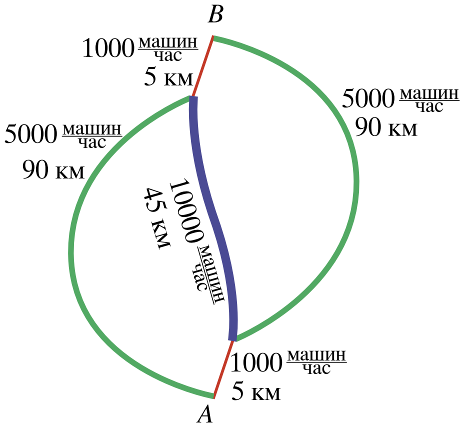


Подсказка 1 (как придумать дорожную сеть).

Если в сети есть хотя бы два места с постоянными пробками, то, построив новую дорогу, можно «заставить» многих постоять в обоих.

Подсказка 2 (как посчитать время).

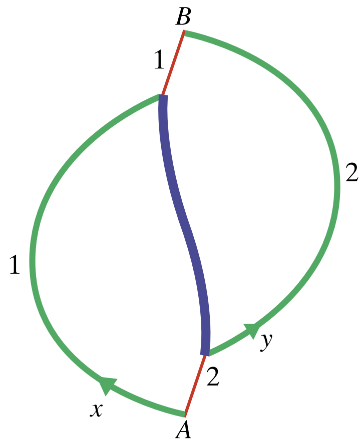
Для любой дорожной сети, в которой все участники едут из A в B, время движения по всем используемым маршрутам в некоторый момент станет одинаково.



РЕШЕНИЕ

Для начала заметим, что для любой дорожной сети, в которой все участники едут из A в B, время движения по всем используемым маршрутам когда-нибудь установится и будет одинаково. Действительно, если какой-то маршрут окажется быстрее, то водители будут выбирать именно его, до тех пор пока либо медленные маршруты вообще не перестанут использоваться, либо времена не выравняются и уже не будут меняться*.

Теперь рассмотрим такую дорожную схему, как на рисунке слева. По всем зелёным и синей дорогам можно двигаться со скоростью 90 км/ч, по красным – всего 30 км/ч, очень уж плохая дорога. Длины красных участков – 5 км, длины зелёных – 90 км, а синим отмечена новая четырехполосная дорога длиной 45 км. Пусть в течение каждого часа из A в B хотят проехать 4000 машин. Тогда они поровну разделятся по левому и правому маршруту и будут тратить 60 минут на зеленый участок ($2000 < 5000$) и 20 минут на красный (желающих проехать вдвое больше пропускной способности, поэтому скорость упадет в два раза), то есть 80 минут в сумме (у дорог указаны их пропускные способности и длины).



Посмотрим, что же произойдет после строительства новой (синей) дороги. После открытия дороги водители обнаружат новый путь, время движения по которому будет равно $20 + 30 + 20 = 70$ минут. Это быстрее, чем 80 минут по старым путям, поэтому многие поедут по новому пути. Но всякий, кто так поедет, будет два раза стоять в пробке, увеличивая тем самым время ее прохождения. Значит, время движения по «старому» пути должно увеличиться! Следовательно, еще больше машин поедет по новому пути. Так будет происходить, пока время движения по всем путям не уравняется. Вычислим это время.

Раньше по зеленой дороге из A начинали движение 2000 машин в час. Пусть после строительства синей дороги по зелёной из A будут ехать x машин в час. По красной дороге тогда поедут $4000 - x$ машин в час. Пусть на развилке синей и зелёной дорог зелёную выбирают y машин в час, а по синей поедут оставшиеся $4000 - x - y$. Поскольку и x, и y в нашем примере меньше 5000 (про-

*Такая ситуация называется *равновесием Нэша*: система приходит в такое состояние, в котором всем заинтересованным лицам невыгодно его менять – в данном случае водители потеряют из-за этого лишнее время.

пускной способности зеленых дорог), время по зелёным отрезкам пути будет по-прежнему равно 60 минутам.

Если $x > y$, то первая красная дорога загружена больше, чем вторая: ведь поток на красной дороге – это сумма потока на соответственной зелёной дороге и потока на общей синей. А значит, движение по первому пути медленнее. Такие же рассуждения годятся и в обратном случае, поэтому в равновесии $x = y$. Обратите внимание: симметричность схемы дорог влечет за собой и симметрию в распределении потоков!

Значит, по синей дороге едут $4000 - 2x$ машин, которым приходится дважды стоять в пробках на красных участках. И тратят они на весь путь

$$30 + 2 \cdot \frac{5}{0{,}5} \cdot \frac{4000 - x}{1000} \text{ минут.}$$

Это время тоже равно времени остальных участников движения на весь путь, поэтому получаем уравнение

$$60 + \frac{5}{0{,}5} \cdot \frac{4000 - x}{1000} = 30 + 2 \cdot \frac{5}{0{,}5} \cdot \frac{4000 - x}{1000}$$

Решив его, найдем, что $x = 1000$ машин, а время движения – 90 минут. Поразительно, строительство новой хорошей дороги привело к увеличению времени движения всех участников с 80 до 90 минут!

Можно придумать и куда более сложные примеры с множеством целей и путей. Но проблема всегда одна и та же – «бутылочные горлышки» (узкие места) в дорожной сети. В следующий раз, стоя в пробке, обратите внимание – вдруг именно хорошая новая широкая дорога ведет сюда?

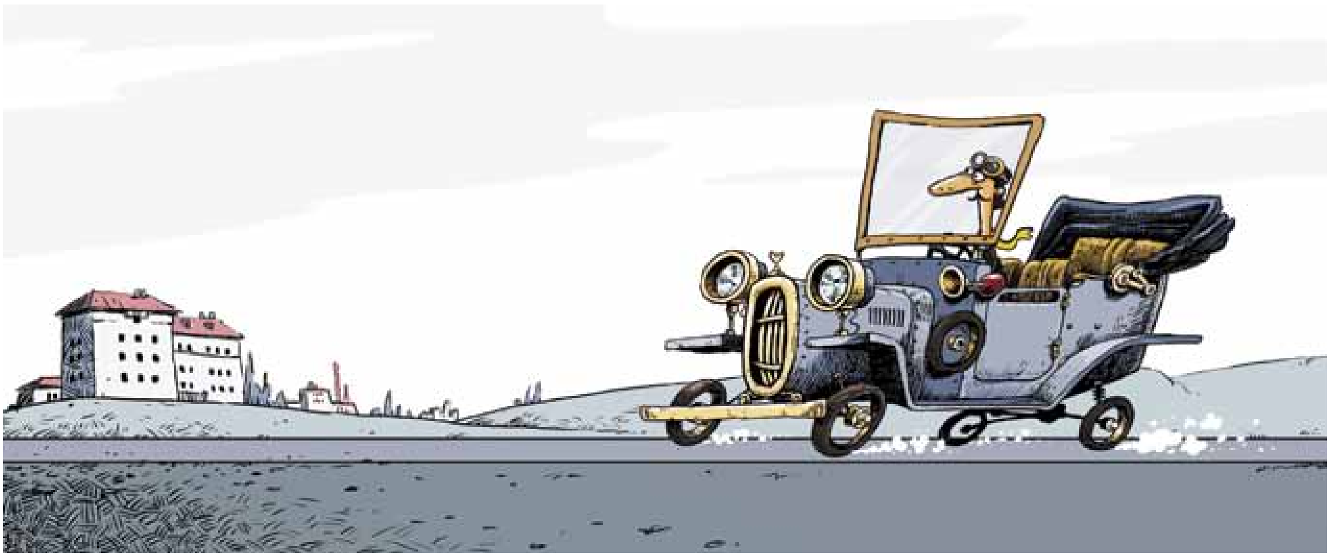
ПОСЛЕСЛОВИЕ

Наша модель была сильно упрощенной по сравнению с теми, которые используются учеными и проектировщиками при планировании дорожных сетей. Пропускная способность реальной дороги зависит от множества факторов: от погоды (в дождь и снег скорость падает), от потока грузовиков, от количества ям. Более того, пропускная способность реальной дороги при увеличении потока начиная с некоторого момента начнёт падать: невежливые водители всё время будут пытаться объехать по обочине, проскочить в любые щели, а это создаёт беспорядок в движении, который снижает скорость. Но и рассмотренная нами модель хорошо отражает основные закономерности распределения транспортных потоков. Её использовал немецкий математик Дитрих Браесс, а сама ситуация, когда строительство новой дороги лишь ухудшает дело, называется парадоксом Браесса.

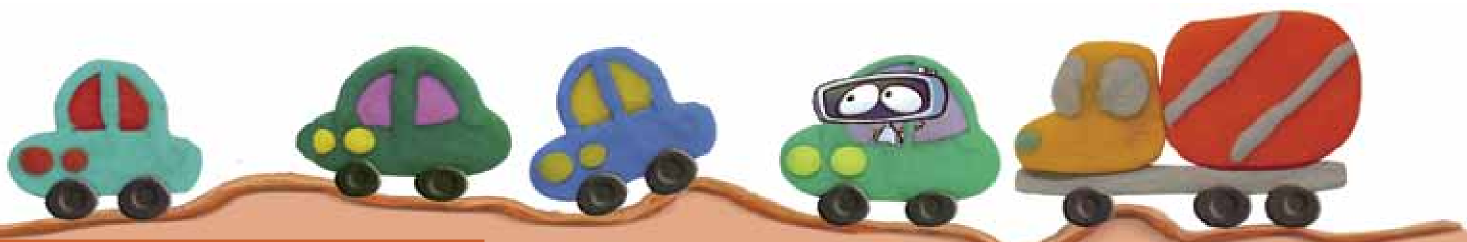
Оглянись вокруг

Забавно, что парадокс Браесса несколько раз случался и в реальной жизни. Например, в Штутгарте в 1969 году после увеличения дорожной сети ситуация с пробками улучшилась только после того, как некоторые новые дороги были закрыты.

Важное и в то же время очень правдоподобное допущение, сделанное нами в самом начале – что водители выбирают свой маршрут, руководствуясь только личной выгодой, чтобы минимизировать время на свою дорогу. Это как раз и приводит к проблемам. Если бы они все имели возможность перед выездом договориться, как ехать, то новой дорогой можно было бы совсем не пользоваться, вернув время движения к 80 минутам. Но в нашей модели (и в жизни!) водители эгоистичные, и, несмотря на то, что каждый стремится выбрать для себя быстрейший маршрут и действует при этом абсолютно логично, получается парадоксальный итог: все дружно оказываются в проигрыше. Все это понимают, но менять что-то невыгодно – система находится в равновесии Нэша.



Отметим, что если бы можно было как-то влиять на предпочтения водителей в выборе дорог, то синяя дорога из рассмотренного нами примера вполне могла бы принести пользу. Например, если сделать её платной, то далеко не все решат по ней поехать. Меняя цену проезда, можно управлять долей водителей, которые выберут новую дорогу, и добиться снижения общего времени пути из A в B.



Художник Yustas-07

МАЙКЛ ФАРАДЕЙ

А. Лапидус

Когда мне было столько лет, сколько старшим читателям этого журнала, родители подарили мне тоненькую книжечку в картонной обложке под интригующим названием «История свечи». Она до сих пор хранится у меня на полке – именно из неё я когда-то узнала и навсегда запомнила, что самая жаркая часть пламени – это его невидимая внешняя часть, а вовсе не яркая серединка. Написал эту книгу замечательный английский физик и химик – король экспериментаторов, основоположник учения об электромагнитном поле – Майкл Фарадей.

Впервые она была издана в Лондоне в 1861 году, в основу её легли шесть популярных ежегодных рождественских лекций, прочитанных Фарадеем в Королевском институте специально для детей. Хотя книжке уже исполнилось 150 лет, она по-прежнему захватывающе интересна. Кстати, её можно прочитать и по-английски (The Chemical History of a Candle by Michael Faraday) – она написана простым и ясным языком, вполне современным.

Родился Майкл Фарадей в пригороде Лондона в семье кузнеца 22 сентября 1791 года. Он был третьим из четверых детей. Более чем скромный семейный бюджет не позволил мальчику закончить даже среднюю школу – в двенадцать лет он сначала пошёл работать разносчиком книг и газет, а потом его отдали в ученики к переплётчику.

Работа в переплётной мастерской стала его университетом – именно там и тогда он всерьёз занялся самообразованием: стал читать статьи из «Британской энциклопедии», научные труды по физике и химии – из тех, что ему приходилось переплетать. Он оборудовал своими силами собственную домашнюю лабораторию, где повторял эксперименты, вычитанные им из книг. Дальше – больше: жажда знаний привела его на вечерние лекции Лондонского естественно-научного общества.

Однажды юноша попал на цикл докладов известного физика и химика Хамфри Дэви, которые произвели на него такое сильное впечатление, что он не только тщательно переписал свои записи лекций, но даже переплёл их. И случилось так, что они помогли ему начать свою научную карьеру. Уже давно Майкл подумывал о профессии учёного. Сначала он написал письмо президенту Королевского (научного) общества сэру Джозефу Бэнку, где спрашивал, как и с чего начать

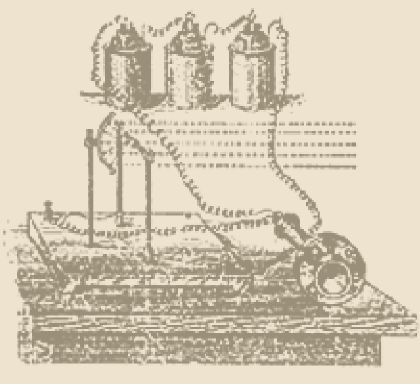
МАЙКЛ ФАРАДЕЙ
Michael Faraday
гениальный английский
физик и химик
(22.09.1791 – 25.08.1867)

Обложка книги «История свечи»
(Москва, Детгиз, 1956)

научную профессиональную деятельность. Ответа он, разумеется, не получил. Зато когда он написал Дэви, сопроводив письмо переплетёнными конспектами лекций, тот ему не только незамедлительно ответил, но даже встретился с ним. Более того, когда у Дэви освободилась должность в химической лаборатории Королевского института, он взял никому не известного молодого человека к себе на работу временным ассистентом (не без колебаний, конечно, – для них обоих это был серьёзный и рискованный шаг, о котором ни один из них никогда не пожалел).

Это началось в 1813 году. В течение первых полутора лет новоиспечённый молодой учёный сопровождал Дэви в его турне по европейским странам – Франции, Швейцарии, Италии, Бельгии. Именно тогда с помощью Дэви Фарадей углубляет своё образование и знакомится с наиболее интересными учёными Европы. Нельзя сказать, что этот вояж был очень комфортным. Случилось так, что маститый учёный в путешествии обращался со своим подопечным как со слугой не фигурально, а натурально: поскольку камердинер Дэви в самый последний момент отказался от должности, то кое-какие обязанности по обслуживанию свалились на плечи ассистента. Но что может оттолкнуть любознательного юношу от науки? Ничто.

По возвращении он приступает к самостоятельной работе, результаты которой публикует в 1816 году. Основным полем его деятельности вплоть до середины 20-х годов является химия – открытие нержавеющей стали, получение жидкого хлора, синтез гексахлорана. Но уже в 1821 году он публикует первую работу по электромагнетизму – о вращениях проводника с током вокруг магнита и магнита вокруг проводника с током.



Через 10 лет Майкл Фарадей откроет электромагнитную индукцию и изготовит первую динамо-машину. В последующие годы – открытие законов электролиза, диамагнетизма, парамагнетизма, явления вращения плоскости поляризации света в магнитном поле.

Он был до крайности продуктивен: работал не покладая рук – каждый день с раннего утра до позднего вечера проводил в лаборатории. Такая интенсивность не прошла даром.

В 1839 году у него случается серьёзный нервный срыв, который он, однако, сумел преодолеть: в 1845 году он снова возвращается к интенсивной плодотворной научной активности – теоретической и экспериментальной.

В сущности, идеи Фарадея об электрическом и магнитном полях открыли дверь в современную физику. Ещё до открытия закона сохранения энергии Фарадей высказал мысль о единстве различных видов энергии и их взаимном превращении. Он ввёл понятие силовых линий, что привело его к развитию теории света и гравитационных систем, именно он первым употребил термин «магнитное поле» – всего не перечислить. Позже на основании этих работ и концепций Джеймс Клерк Максвелл создал теорию электромагнитных волн.

Вклад Фарадея в науку был оценён при его жизни – он был осыпан почестями и наградами, занимал важные должности, правительство пожаловало ему персональную пенсию и дом в Хэмптон-Корте. Тем не менее, он не пошёл на поводу у карьеризма и не захотел использовать свои научные знания в военных целях – безоговорочно отказался от исследований по получению отравляющих газов для применения на полях Крымской войны. Скромности он был самого высокого порядка: отклонил посвящение в рыцари (самое почётное в Англии звание за заслуги перед отечеством), отказался от президенства Королевского общества, и не один раз – дважды. Им руководил только бескорыстный интерес к науке. Светлая голова, независимый дух и благородное сердце, исполненное жажды знаний.

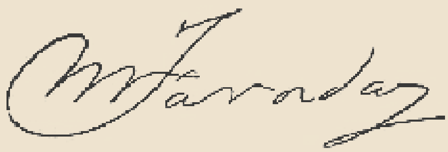
Умер Майкл Фарадей 25 августа 1867 года. В его честь названа единица измерения электрической ёмкости – фарад.

Т. Мартин, один из самых серьёзных биографов великого Фарадея, так описывает его характер:

«Во всех смыслах и по любым стандартам он был великодушен тем великодушием, которое абсолютно не стесняет своим присутствием. Нравственность его была отнюдь не пассивной добродетельностью, а живой и деятельной активностью, так же как присущее ему глубокое чувство долга не лишало его жизни обыкновенной весёлости. Такое редко случается – но с великими учёными это бывает».

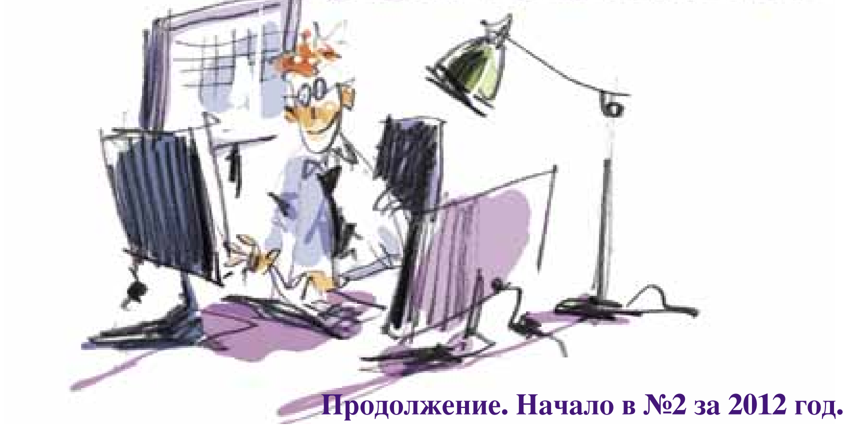
На акварели, датируемой 1852 годом, изображена магнитная лаборатория Фарадея, где им были сделаны важнейшие открытия. Она размещалась в цокольном этаже Королевского института. В 1972 году лаборатория была полностью отреставрирована в том виде, в каком она существовала при жизни учёного. Примыкающий к ней музей хранит бесценные оригинальные приборы и аппараты, сделанные руками гениального экспериментатора, иллюстрирующие самые важные аспекты огромного 50-летнего вклада Фарадея в науку.

Наука выигрывает,
когда её крылья раскованы
фантазией.
Майкл Фарадей



Г. Фельдман

ВКЛАД «ОБАЛДЕННЫЙ»



Продолжение. Начало в №2 за 2012 год.

Вклад «Обалденный» нашего Kotleta-банка оказался довольно удачным. Залог успеха – простота: вклад годовой, под 10% годовых, то есть вкладчик даёт нам сколько-то долларов на год, а возвращаем мы ему на 10% больше. Вычислять легко: если кто внес X долларов, через год положит в карман $1{,}1 \cdot X$ долларов (скажем, \$1000 превратятся в \$1100).

Наш первый клиент, мисс Уткинс (см. Квантик №1, 2012) осталась очень довольна. После неё у нас появились и более солидные клиенты. В один прекрасный день к нам пожаловал серьёзный бизнесмен Пит.

– Добрый день. Я хотел бы положить на счёт \$60000, но только на полгода. Это возможно?

Мой босс, Неудачник Джо, обрадованно закричал: «Конечно!»

Пит поинтересовался:

– А каков будет мой доход?

И тут-то Джо замялся.

– Эээз… Ну раз вы кладёте деньги на полгода, а за год прибыль клиента составляет 10%, то за полгода, наверное, 5%…

Вопрос: Прав ли Джо? Не разорит ли он свой банк?

Я отозвал Неудачника в сторонку и сказал ему:

– Джо, ты что делаешь! Пит положит на счёт X долларов. Тогда через полгода он сможет снять $1{,}05X$ долларов. А после этого он откроет новый счёт и положит туда эти $1{,}05X$ долларов. Тогда через год (от нынешнего момента) у него будет $1{,}05 \cdot 1{,}05X = 1{,}1025X$ долларов. А если бы Пит открывал

«Обалденный» вклад под 10% годовых, то через год у него было бы меньше, $1{,}1X$ долларов! Если $X = 60000$, то Kotleta-банк потеряет \$150!

Я бы ещё понял Джо, если б мы платили Питу в год больше, но при этом имели гарантию того, что деньги будут в нашем распоряжении как минимум два года. Но то, что Джо предложил Питу, было невыгодно Kotleta-банку со всех точек зрения.

Джо озадаченно почесал в затылке и спросил: как правильно рассчитать процент по полугодовому вкладу «Обалденный»?

Вопрос: А вы сможете ответить на вопрос Джо?

Рассчитать нужный процент очень просто. Допустим, клиент кладёт на счёт $\$X$. Пусть за полгода вклад увеличивается на $z\%$. Тогда через полгода у клиента будет

$$\left(1+\frac{z}{100}\right)\cdot \$X.$$

Если он все эти деньги положит ещё на полгода, то через год (с нынешнего момента) у него будет

$$\left(1+\frac{z}{100}\right)^2\cdot \$X.$$

Мы хотим, чтобы через год клиент получил 10% прибыли, значит,

$$\left(1+\frac{z}{100}\right)^2=1{,}1.$$

Поэтому

$$1+\frac{z}{100}=\sqrt{1{,}1}\approx 1{,}0488.$$

Значит, процент по вкладу за полгода должен быть 4,88%.

А доход Пита составит

$$0{,}0488\cdot \$60000=\$2928.$$

Художник С.Чуб

С. Федин

ЛИСТОВЕРТНИ

В последнее время, приходя к кому-нибудь в гости, я первым делом смотрю на… коврик под ногами. Нет ли в нём какого-нибудь секрета? А всё потому, что однажды споткнулся о коврик с надписью *Come In* на английском – заходи, дескать! А выходя из квартиры, с изумлением увидел, что добродушное *Come In* превратилось в зловещее *Go Away*, то есть «Проваливай».

– Ничего себе коврик для гостей! – сказал я хозяину квартиры, поспешно одеваясь. – Так ты всех друзей растеряешь.

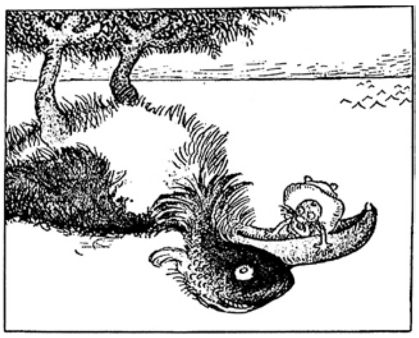
– Я думал, тебе понравится, – обиженно ответил он. – Это же листовертень!

– Листовертень? – я снова стал раздеваться. – Как же я сразу не догадался!

А ведь действительно, надпись на коврике – *листове́ртень*, то есть её можно прочитать другим способом, перевернув «вверх ногами», отсюда и название (его придумал поэт Герман Лукомников).

Поворачивать листок с надписью или картинкой, чтобы увидеть что-то новое, человек научился довольно давно. Простейший пример – числа. Например, римская девятка, то есть IX, перевернувшись, становится числом XI, то есть одиннадцатью, а арабская девятка, то есть 9, при повороте обращается в число 6.

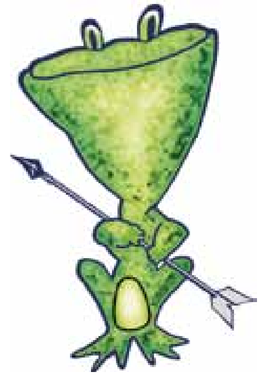
Но это всё цветочки. Настоящие ягодки, точнее, фрукты, появились, как и положено, позже. Посмотри, какую удивительную картину-перевёртыш создал почти пятьсот лет назад итальянский художник Джузеппе Арчимбольдо (1527 – 1593)! Стоит только повернуть её на 180 градусов, и корзина с фруктами, как по волшебству, превратится в краСОЧНЫЙ портрет того, кто, наверное, собирался ими лакомиться.



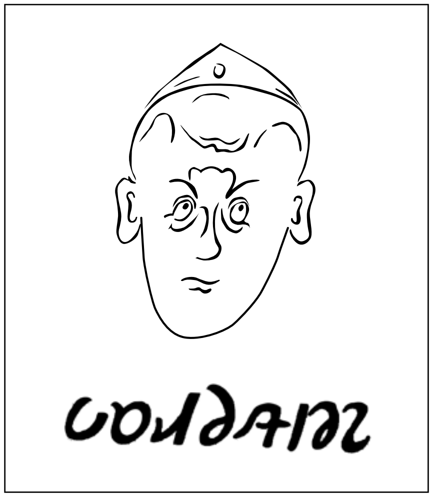
А эту картинку нарисовал для газетного комикса Густав Вербик в 1900 году. Поворачиваем и – раз! – несчастный рыбак оказывается в клюве какой-то чудовищной птицы! Нет-нет, лучше опять повернём картинку назад.

Ну а этот рисунок взят прямо из сказки. Злой волшебник заколдовал прекрасную принцессу и превратил её в безобразную старуху. И ты, конечно, уже догадался, как её расколдовать? Верно, нужно просто перевернуть рисунок.

А художник Сергей Орлов, создавая иллюстрацию к русской сказке «Царевна-лягушка», решил сэкономить свои силы и соединить в одном рисунке и царевну и лягушку: с одной стороны одна, а «вверх ногами» – другая. Интересно, заплатили ему как за один рисунок или как за два?



Да что это мы всё про картинки? А как же надписи-листовертни? Их, оказывается, существует огромное количество, хотя придумывать такое чудо очень непросто. Вот для примера две красивые надписи на английском – с обеих сторон они читаются одинаково. От этой алгебры никуда не денешься – что так повернёшь, что эдак! Придётся учить. Надпись «Lion» (то есть «лев») тоже хороша – мохнатая, с кисточками и хвостиками.



А эту надпись сделал настоящий ас листоверченья, московский поэт и волшебник Дмитрий Авалиани на рисунке Ольги Фединой. Каждый солдат мечтает стать генералом, но никогда ещё этот долгий путь не проходился так быстро – достаточно просто перевернуть картинку.

Ещё один вертослов, поэт Павел Сергеев, любит жонглировать именами и «перевернул», наверное, все, какие знает. Покажу только два его именных листовертня.

Ещё я подумал, что листовертни прямо созданы для изучения иностранных языков, что видно из этого не очень «уклюжего» примера. Хочешь узнать, что значит английское слово *hand*? Тогда посмотри на него с другой стороны, и вот он, перевод – *рука*! Эдак скоро – почему бы не помечтать? – чтобы перевести какую-нибудь английскую книжку, надо будет просто читать её вверх ногами.

Но, конечно, чтобы «переворачивать» целые книги, нужно очень много трудиться, чтобы талант листоверченья проявился по-настоящему, ведь любой талант, как известно, труд. Только не забывай, что труд радостный! А в подтверждение этой моей нехитрой мысли – озорной и как будто подмигивающий листовертень Сергея Орлова. По-моему, здорово!

А. Щетников

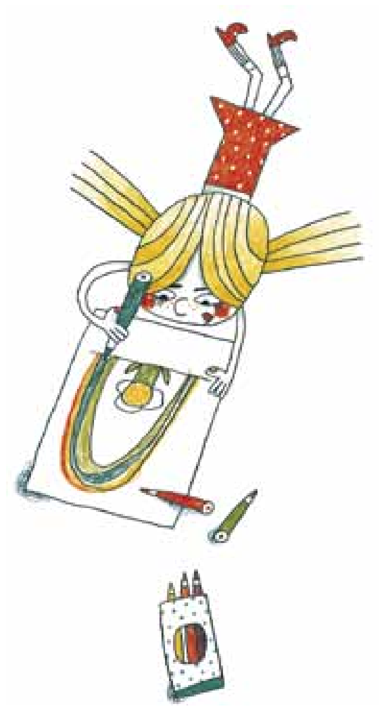
Радуга

Радугу видели все, и все любовались её красками. Многие слышали о том, что это явление связано с преломлением солнечных лучей на капельках прошедшего дождя; но не каждый может внятно объяснить, как оно возникает. В этой статье мы поговорим о возникновении радуги. Мы перечислим разные наблюдаемые свойства радуги и объясним их с точки зрения физики. Мы начнём с самых простых свойств, на которые из-за их простоты редко кто обращает внимание. Но эти свойства тоже важны для понимания природы радуги, и мы поговорим о них подробно.

Рис. 1

Геометрия радуги

Радуга появляется на небе после дождя. Для этого нужно, чтобы дождь прошёл в одной стороне, а с противоположной стороны неба на оставленную им в воздухе водяную пыль светило солнце. По этой причине летом мы почти никогда не видим радугу днём – ведь днём солнце стоит высоко, а значит, радуга может наблюдаться только напротив, ниже горизонта. Поэтому такую радугу можно увидеть только в непосредственной близости. К примеру, разбрызгав воду до состояния пыли (зажав пальцем сильную струю или с помощью пульверизатора) можно получить самодельную радугу в любой солнечный день. Обычное же время для радуги – вторая половина дня, ближе к вечеру. При этом солнце находится в западной половине неба, а капельки дождя и радуга – в восточной половине. Иногда можно увидеть радугу утром, когда солнце находится на востоке, а прошедший дождь – на западе. Но такие утренние дожди происходят редко, так что радуга чаще всего наблюдается вечером.



Радуга выглядит как часть окружности. Эта окружность всегда имеет один и тот же видимый размер. Радуга видна повсюду на «расстоянии» 42° от направления падения солнечных лучей (см. рис. 2 и 3), поэтому она и кажется окружностью. Этот угол обусловлен свойствами воды и видимых лучей света, поэтому, например, масляная радуга (полученная на масляных капельках) была бы значительно меньше.

Такое «круговое» строение радуги несложно обосновать. Каждая капелька воды при попадании на неё параллельных солнечных лучей отбрасывает часть этих лучей назад. Оказывается, отброшенные лучи чаще всего образуют с направлением на солнце угол 42°. Маленькая водяная капля – это *симметричный* шарик, и поэтому отброшенные лучи расходятся под углом 42° *во все стороны* от оси, заданной направлением на солнце. Таким образом, отброшенные каждой каплей лучи образуют конус с вершиной в капле (рис. 2).

Видимые наблюдателем лучи проходят через одну точку (глаз наблюдателя), и, как мы уже отметили, составляют 42° с направлением на солнце. Поэтому они сами тоже образуют конус, но уже с вершиной в глазу наблюдающего радугу (рис. 3). Так и получается наблюдаемая нами круговая форма радуги. Про радугу нельзя сказать, что она находится на каком-то определённом расстоянии от нас: отброшенные лучи идут к нам от всех освещённых солнцем капель, которые лежат на воображаемой поверхности «конуса радуги».

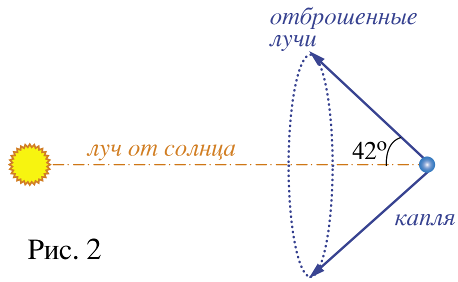


Рис. 2

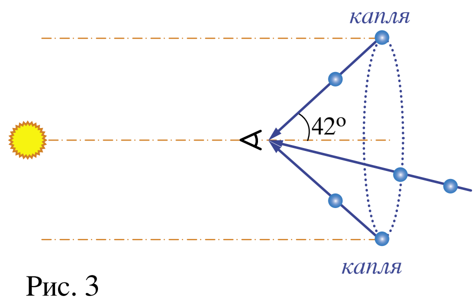
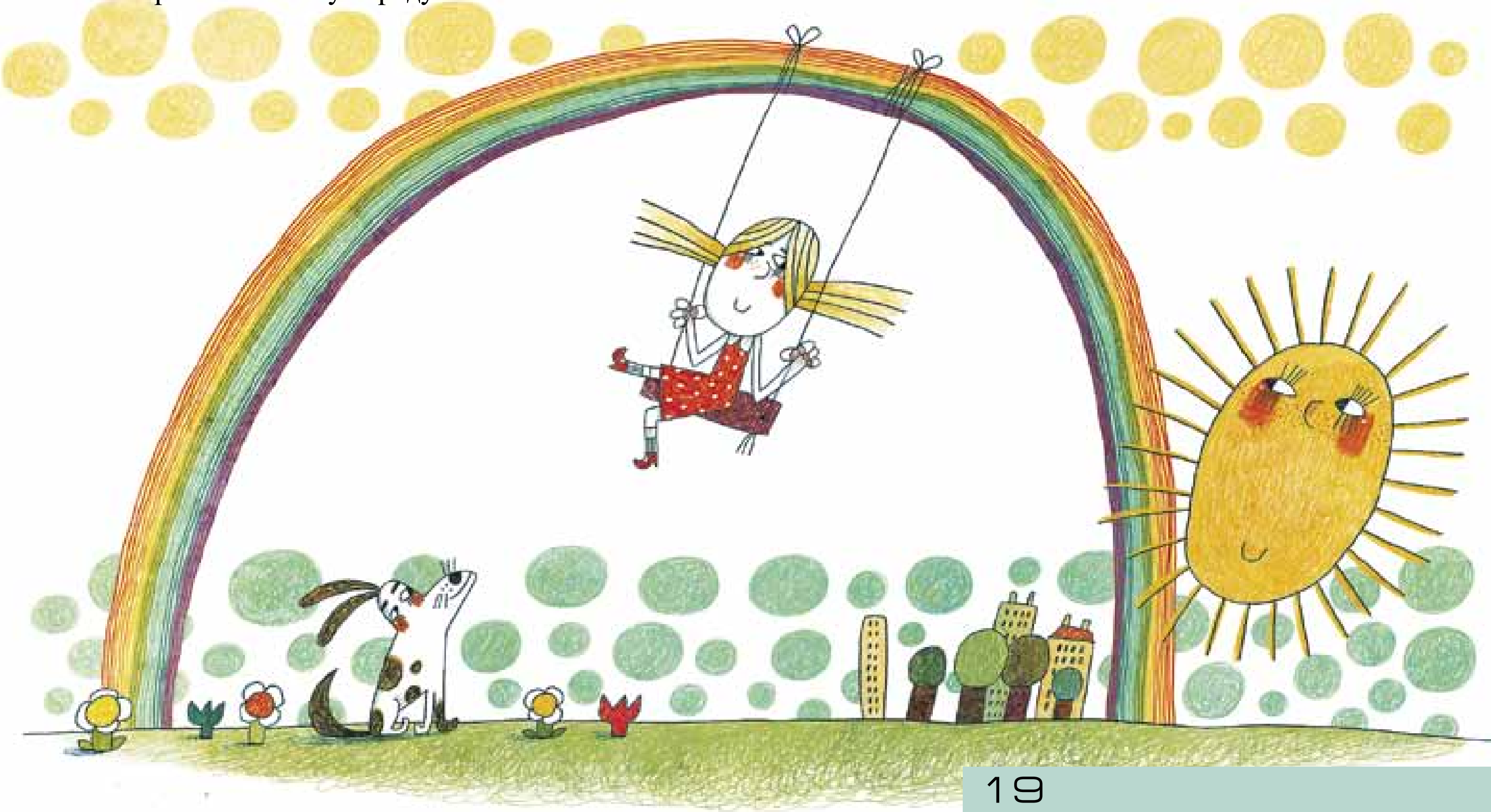


Рис. 3



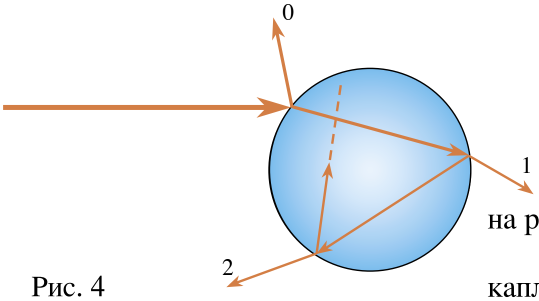


Рис. 4

Как происходит преломление светового луча в капле?

Нарисуем путь какого-нибудь луча, попавшего в круглую каплю. При каждом попадании на границу раздела воды и воздуха, будь то снаружи или изнутри, упавший луч расщепляется на два луча: преломлённый и отражённый, как на рисунке 4.

Рассмотрим теперь много параллельных лучей, падающих на каплю, и проследим за их «потомством» после отражения от внутренней поверхности капли. Обратите внимание на то, что луч номер 5, на входе в каплю ничем не примечательный среди других, на выходе из капли обладает замечательным свойством: он отклонился на самый большой угол (42°) от просто отражённого назад луча. Это значит, что до него этот угол увеличивался при смещении падающего луча, около него оставался почти неизменным, а затем стал уменьшаться. Поэтому количество отброшенных именно в этом направлении лучей значительно больше, чем в любом другом. Сравните преломлённый луч с подкинутым мячиком (он тоже сначала летит вверх, а затем вниз). Этот мячик дольше всего будет находиться в самом верхнем участке своего пути. Там он как будто на некоторое время зависает, чтобы сменить направление скорости, тогда как любой другой участок такой же длины он пролетает со значительной скоростью.

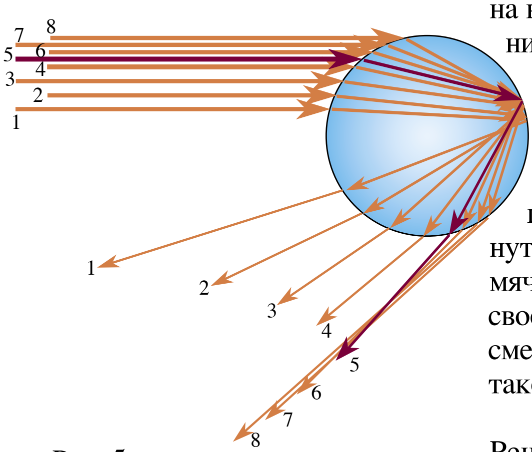


Рис. 5

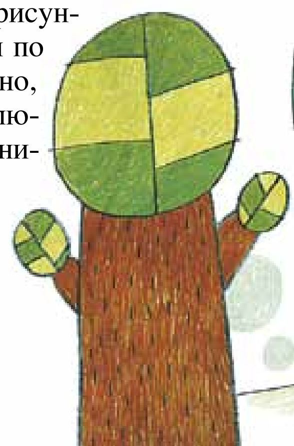
Это объяснение радуги впервые дал французский учёный Рене Декарт в своей знаменитой книге «Рассуждение о методе» (1637) – одном из первых сочинений по новой философии, математике и физике. В честь Декарта световой луч, от клоняющийся при преломлении на каплях жидкости на наибольший угол, называется лучом Декарта.

Заметим ещё, что хотя на рисунке 4 лучи 0 и 1 ярче, чем рассмотренный нами луч 2, радуги они не образуют. Это объясняется тем, что для них нет луча с максимальным углом отклонения (как луч 5 на рисунке 5), они распределены по направлениям равномерно, а потому их яркость в любом направлении сравнительно мала.

Рис. 6

Рис. 7

Фото: Wing-Chi Poon



Семь цветов радуги

Однако, согласно приведённым рассуждениям, мы должны наблюдать вовсе не радугу, а просто светящееся кольцо в небе, белую радугу (сравните рисунки 6 и 7). Причина недоразумения в том, что лучи разного цвета ведут себя при преломлении немного по-разному, и наблюдаемое кольцо синего цвета (синяя часть радуги) немного у́же и находится внутри остальных колец (см. рис. 1). «Следующим» идёт зелёное кольцо и так далее. В результате образуется множество вложенных друг в друга колец разного цвета, а это и есть радуга!

Белый солнечный свет содержит все цвета радуги. Это можно показать, разложив солнечный луч на лучи разных цветов с помощью призмы (рис. 8) (но лучше всего это, несомненно, показывает сама радуга, ведь её «цвета радуги» – лишь преломлённые солнечные лучи!). На приведённых выше рисунках мы следили за лучами одного цвета – например, красного. Синие лучи преломляются сильнее всего, красные – слабее всего. По этой причине и в радуге синему лучу соответствует наибольший угол отклонения от исходного направления, красному – наименьший.

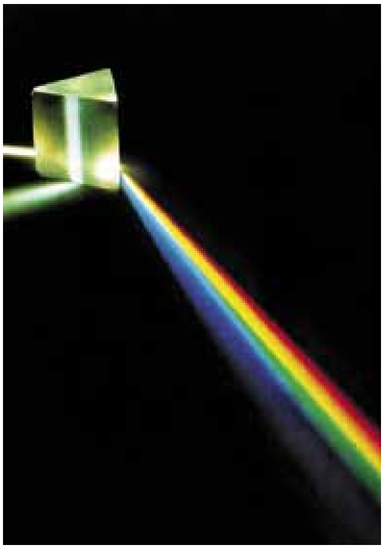


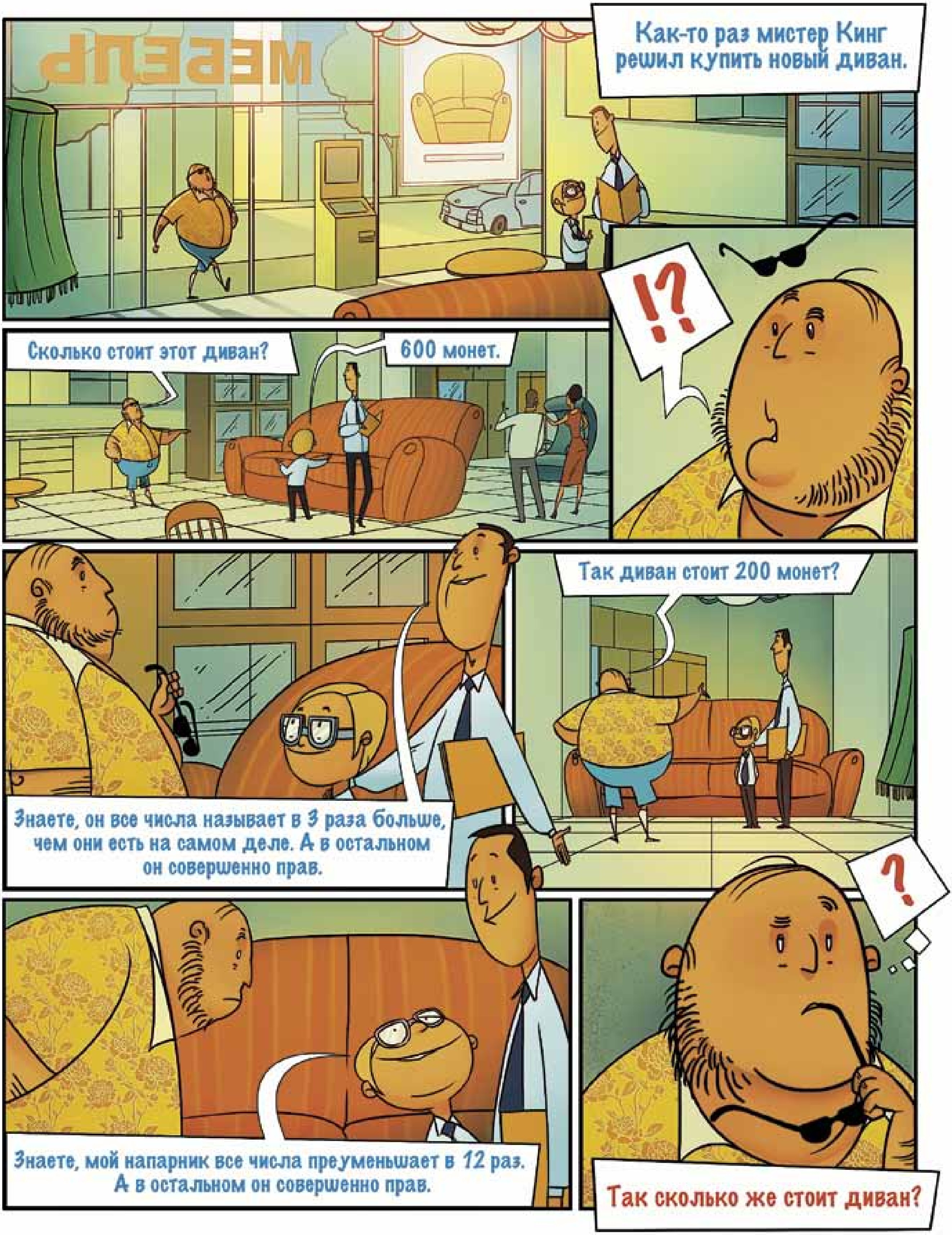
Рис. 8

Художник Н. Гаврилова

Вопросы

1. На рисунке 1 хорошо видно, что небо внутри радуги светлее неба снаружи радуги. Объясните этот эффект.

2. Иногда, когда радуга оказывается особенно яркой, снаружи основной радуги видна ещё одна радуга меньшей интенсивности. Попытайтесь понять причину появления таких кратных радуг.



Художник В. Пяткин

Геометрические построения с помощью треугольника-шаблона

А. Блинков

Несколько лет назад на Турнире Ломоносова была предложена следующая задача (автор – И.Ф. Акулич): пользуясь как шаблоном только стандартным угольником с углом 30°, постройте угол величиной 15°.

Понятно, что мы можем обвести данный шаблон и получить его копию на бумаге. А что же нам требуется построить в полученном треугольнике? Несложно осознать, что для построения угла 15° достаточно построить биссектрису угла 30°. Для того, чтобы придумать это построение, вспомним, что нам известно о биссектрисе, кроме её определения. Например, мы знаем, что биссектриса угла является его осью симметрии. Тогда можно осуществить построение, показанное на рисунке 1 (ABC и $AB'C'$ – два различных положения шаблона). Наглядно ясно, что, получив точку D пересечения BC и $B'C'$, мы сможем построить биссектрису BD треугольника ABC, поэтому любой из углов CAD или BAD будет искомым.

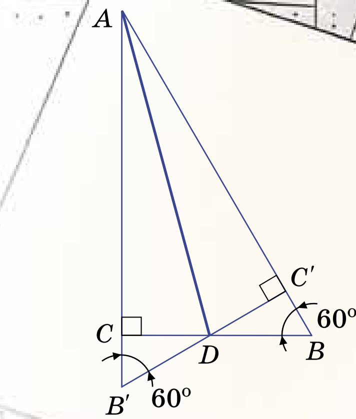


Рис. 1

Чтобы доказать, что это действительно так, давайте разберемся, что же мы сделали, изменив положение шаблона. Вершины B' и C' треугольника $AB'C'$ симметричны вершинам B и C треугольника ABC относительно искомой биссектрисы угла, поэтому симметричны также и отрезки BC и $B'C'$, поэтому точка D их пересечения симметрична сама себе, а значит, она лежит на этой биссектрисе! Так как вершина A заведомо принадлежит искомой биссектрисе, то построенный луч AD является биссектрисой угла BAC.

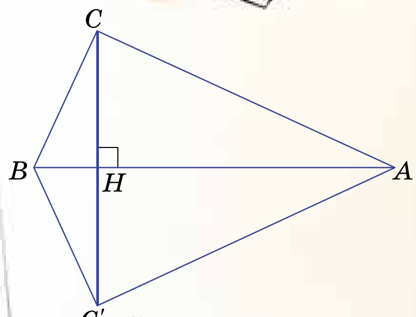


Рис. 2

А можно ли аналогичным образом построить другие биссектрисы треугольника ABC? Ответив на этот вопрос, вы заодно найдете и другой способ решения исходной задачи.

Естественным образом возникает и другой вопрос: какие еще замечательные линии треугольника ABC можно построить, если пользоваться только этим треугольником как шаблоном?

Попробуем, например, построить высоту треугольника. Здесь выбора у нас нет и мы будем строить высоту из вершины C, поскольку две другие высоты – это стороны AC и BC. На выручку опять приходит симметрия, а именно, тот факт, что ось симметрии является серединным перпендикуляром к отрезку, соединяющему две симметричные друг другу точки! Значит, можно осуществить построение, показанное на рисунке 2. Действительно, точки C и C' симметричны относительно прямой AB, поэтому отрезок CH, где H – точка пересечения CC' и AB, является высотой треугольника ABC.

А теперь построим медиану треугольника из той же вершины C. Для этого достаточно расположить шаблон так, как показано на рисунке 3, и провести отрезок CC', который пересечет отрезок AB в его середине O. Тогда CO – искомая медиана. Действительно, мы достроили прямоугольный треугольник ABC до прямоугольника и воспользовались тем, что его диагонали (как и у любого параллелограмма) делятся точкой пересечения пополам. Вспомнив, что точка пересечения диагоналей параллелограмма является его центром симметрии, можно объяснить это построение и по-другому. Расположив шаблон указанным способом, мы получили два треугольника, симметричных относительно точки O – середины AB. Центр симметрии является серединой отрезка, соединяющего две симметричные друг другу точки, значит, O – середина как отрезка CC', так и отрезка AB.

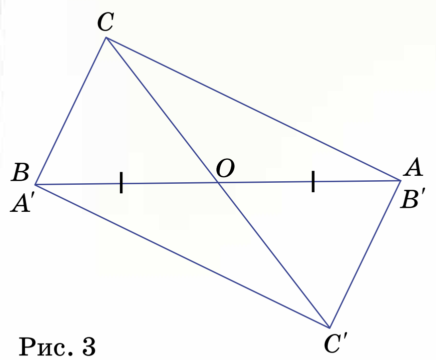


Рис. 3

Научившись строить биссектрису, высоту и медиану треугольника, для полноты картины хотелось бы уметь строить и серединный перпендикуляр к стороне. Так как середину O стороны AB мы строить уже умеем, то остается найти способ построить еще одну точку, лежащую на этом перпендикуляре. На выручку опять приходит осевая симметрия. Расположим шаблон так, как показано на рисунке 4, тогда искомый серединный перпендикуляр будет осью симметрии треугольников ABC и $A'B'C'$, поэтому точка P пересечения симметричных отрезков AC и $A'C'$ лежит на этом перпендикуляре. Построив точку P, получим, что OP – серединный перпендикуляр к стороне AB.

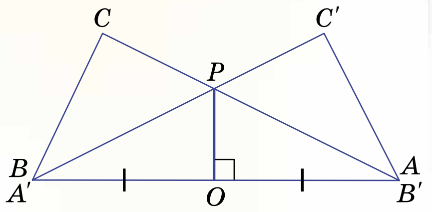
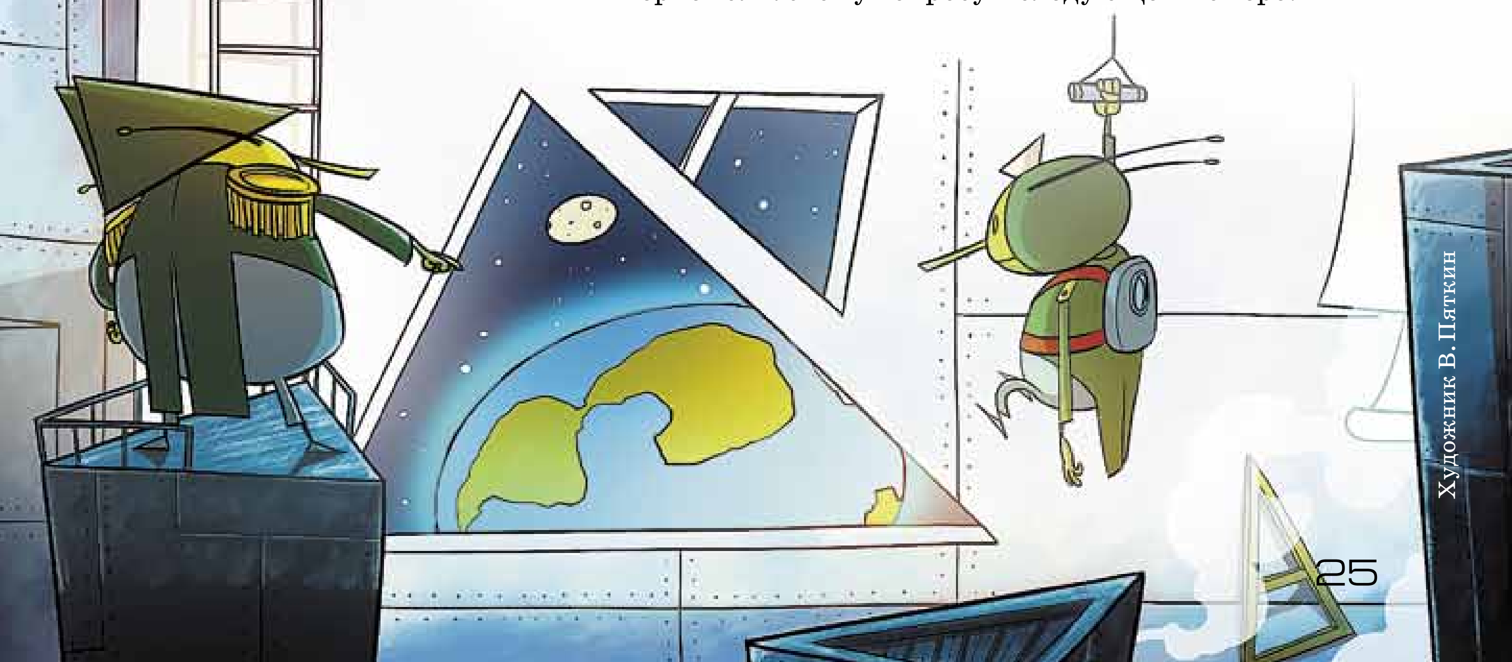


Рис. 4

До сих пор мы «деликатно» обходили один вопрос: каждый раз, построив нужные точки, мы должны их соединить отрезком, а хватит ли длин сторон треугольника-шаблона, чтобы использовать одну из них в качестве линейки?

Оказывается, шаблон выбран настолько удачно, что все показанные построения мы сможем осуществить! Действительно, так как угол ADB – тупой (см. рис. 1), то AB – наибольшая сторона треугольника ADB, следовательно, $AD < AB$. Поэтому при построении биссектрисы в качестве линейки можно использовать гипотенузу треугольника-шаблона. Далее, так как $\angle CAB = 30°$, то $\angle CAC' = 60°$ и $AC = AC'$ (см. рис. 2), то есть треугольник ACC' – равносторонний. Значит, для построения высоты нам достаточно в качестве линейки использовать больший катет треугольника-шаблона (а можно и гипотенузу). При построении медианы мы получили прямоугольник $ACBC'$ (см. рис. 3), поэтому $CC' = AB$, то есть в качестве линейки опять можно использовать гипотенузу. А при построении серединного перпендикуляра в качестве линейки можно использовать любую сторону шаблона (см. рис. 4), так как отрезок PO меньше любой его стороны (докажите!).

Попробуйте обобщить поставленную задачу: можно ли аналогичными способами построить биссектрису, высоту, медиану и серединный перпендикуляр к стороне, если в качестве шаблона использовать произвольный треугольник? Мы вернёмся к этому вопросу в следующем номере.

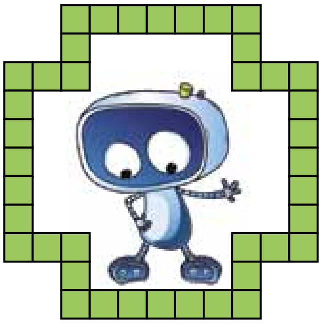


Художник В. Пяткин

XXIII математический ПРАЗДНИК

Математический праздник для 6 и 7 классов проходит ежегодно в феврале в МГУ им. М.В. Ломоносова. За один день школьники успевают написать олимпиаду, послушать лекцию, поиграть в математические игры, посмотреть мультфильмы...

Подробности – на сайте **www.mccme.ru.** А здесь мы приводим задачи последнего прошедшего праздника.



6 класс

1 (*4 балла*). Разрежьте рамку (см. рисунок слева) на 16 равных частей.

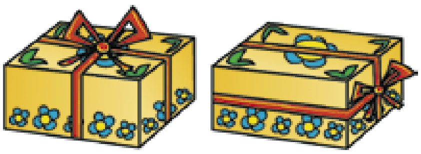
А. В. Шаповалов

2 (*5 баллов*). Пазл Пете понравился, он решил его склеить и повесить на стену. За одну минуту он склеивал вместе два куска (начальных или ранее склеенных). В результате весь пазл соединился в одну цельную картину за 2 часа. За какое время собралась бы картина, если бы Петя склеивал вместе за минуту не по два, а по три куска?

А. В. Шаповалов

3 (*5 баллов*). Жители острова Невезения, как и мы с вами, делят сутки на несколько часов, час на несколько минут, а минуту на несколько секунд. Но у них в сутках 77 минут, а в часе 91 секунда. Сколько секунд в сутках на острове Невезения?

И. В. Раскина



4 (*6 баллов*). Торт упакован в коробку с квадратным основанием. Высота коробки вдвое меньше стороны этого квадрата. Ленточкой длины 156 см можно перевязать коробку и сделать бантик сверху. А чтобы перевязать её с точно таким же бантиком сбоку (смотри рисунок слева), нужна ленточка длины 178 см. Найдите размеры коробки.

И. В. Раскина

5 (*8 баллов*). Замените в равенстве

ПИРОГ = КУСОК + КУСОК + КУСОК + . . . + КУСОК

одинаковые буквы одинаковыми цифрами, а разные – разными так, чтобы равенство было верным, а количество «кусков пирога» было бы наибольшим из возможных.

И. В. Раскина

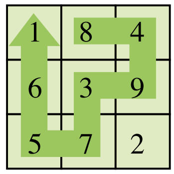
6 (*9 баллов*). Известно, что Шакал всегда лжет, Лев говорит правду, Попугай просто повторяет последний услышанный ответ (а если его спросить первым, ответит как попало), а Жираф дает честный ответ, но на предыдущий заданный ему вопрос (а на первый вопрос отвечает как попало). Мудрый Ёжик в тумане наткнулся на Шакала, Льва, Попугая и Жирафа и решил выяснить, в каком порядке они стоят. Спросив всех по очереди «Ты Шакал?», он понял только лишь, где Жираф. Спросив всех в том же порядке: «Ты Жираф?», он смог ещё понять, где Шакал, но полной ясности так и не наступило. И лишь после того как на вопрос «Ты Попугай?» первый ответил «Да», Ежу, наконец, стало ясно, в каком порядке стояли животные. Так в каком же?

А. В. Хачатурян

XXIII математический ПРАЗДНИК

7 класс

1	8	4
6	3	9
5	7	2



1 (*4 балла*). Квадрат 3×3 заполнен цифрами так, как показано на левом рисунке на полях. Разрешается ходить по клеткам этого квадрата, переходя из клетки в соседнюю (по стороне), но ни в какую клетку не разрешается попадать дважды. Петя прошел, как показано на правом рисунке на полях, и выписал по порядку все цифры, встретившиеся по пути, – получилось число 84937561. Нарисуйте другой путь так, чтобы получилось число побольше (чем больше, тем лучше).

И. В. Ященко

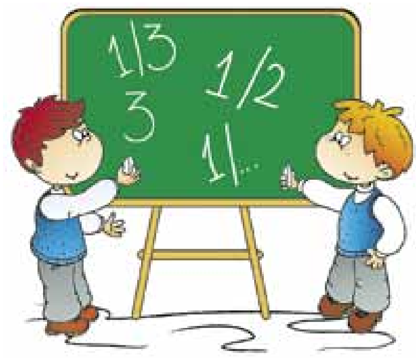
2 (*4 балла*). Квадрат разрезали на несколько частей. Переложив эти части, из них всех сложили треугольник. Затем к этим частям добавили еще одну фигурку – и оказалось, что и из нового набора фигурок можно сложить как квадрат, так и треугольник. Покажите, как такое могло бы произойти (нарисуйте, как именно эти два квадрата и два треугольника могли бы быть составлены из фигурок).

С. В. Маркелов, В. А. Клепцын

3 (*4 балла*). См. задачу 4 для 6 класса.

4 (*6 баллов*). На каждом из двух рукавов реки за километр до их слияния стоит по пристани, а еще одна пристань стоит в двух километрах после слияния (см. рисунок справа). Лодка добралась от одной из пристаней до другой (неизвестно, какой) за 30 минут, от другой до третьей за 18 минут. За сколько минут она может добраться от третьей пристани до первой? (Скорость течения реки постоянна и одинакова во всех ее частях. Собственная скорость лодки также постоянна.)

В. М. Гуровиц



5 (*6 баллов*). Вася написал верное утверждение: «В этой фразе $\frac{1}{3}$ всех цифр – цифры 3, а $\frac{1}{2}$ всех цифр – цифры 1». А Коля написал фразу: «В этой фразе $\frac{1}{\dots}$ всех цифр – цифры *, доли цифр * и * одинаковы и равны $\frac{1}{\dots}$, а доля всех остальных цифр составляет $\frac{1}{\dots}$». Вставьте вместо звёздочек три разные цифры, а вместо многоточий – три разных числа так, чтобы получилось верное утверждение.

А. В. Шаповалов

6 (*8 баллов за оба пункта, 5 баллов за один*). Победив Кащея, потребовал Иван золота, чтобы выкупить Василису у разбойников. Привел его Кащей в пещеру и сказал: «В сундуке лежат золотые слитки. Но просто так их унести нельзя: они заколдованы. Переложи себе в суму один или несколько. Потом я переложу из сумы в сундук один или несколько, но обязательно другое число. Так мы будем по очереди перекладывать их: ты в суму, я в сундук, каждый раз новое число. Когда новое перекладывание станет невозможным, сможешь унести свою суму со слитками». Какое наибольшее число слитков может унести Иван, как бы ни действовал Кащей, если в сундуке исходно лежит а) 13; б) 14 золотых слитков? Как ему это сделать?

А. В. Шаповалов

Художник Л.Широнина

ДИПЛОМАНТЫ XXIII МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРАЗДНИКА

6 класс

Дипломы I степени (более 26 баллов)

Ахмедова Евгения – школа 2007 (5 кл.), Москва
Вдовин Дмитрий – школа 1189, Москва
Гладких Александр – лицей 5, Долгопрудный
Кондратенко Александра – школа 2, Юбилейный
Красильников Даниил – лицей 27, Харьков
Руденко Олег – лицей 27, Харьков
Соколов Георгий – гимназия 1543 (5 кл.), Москва
Шлимович Александр – школа 2007, Москва

Дипломы II степени (23-26 баллов)

Белавенцев Валерий – школа 2007, Москва
Белоусов Алексей – школа 2007, Москва
Вербицкая Мария – гимназия 1543 (5 кл.), Москва
Вировец Филипп – гимназия 625, Москва
Гаврилова Светлана – гимназия 1579, Москва
Глуховский Даниил – школа 1189, Москва
Дмитриева Мария – ЦО 1272, Москва
Зайцев Тимофей – школа 531, Москва
Иванова Нина – школа 1189, Москва
Кальницкий Руслан – лицей 27, Харьков
Кондрашина Анна – гимназия 1, Железнодорожный
Лобач Андрей – лицей 1524, Москва
Лодыгин Игорь – школа 6, Архангельск
Матюшкин Андрей – школа 2007, Москва
Нефёдов Андрей – школа 4, Иваново
Новик Иван – школа 1143, Москва
Окопная Евгения – школа 2007, Москва
Охрименко Дмитрий – гимназия 1514, Москва
Пашковская Татьяна – школа 1189, Москва
Русскин Дмитрий – лицей 5 (5 кл.), Долгопрудный
Салимгареев Руслан – лицей 13, Химки
Сарапин Роман – лицей 27 (5 кл.), Харьков
Сафонов Николай – гимназия 1514 (5 кл.), Москва
Старостин Иван – лицей 13 (5 кл.), Химки
Федоркина Маруся – школа-интернат «Интеллектуал», Москва
Хворостяной Валерий – школа 2007, Москва
Шеремет Артём – лицей 3, Домодедово

Дипломы III степени (19-22 балла)

Авилкин Всеволод – гимназия 1514, Москва
Баранов Даниил – школа 444, Москва
Булгаков Георгий – лицей 1547, Москва
Бурнашов Дмитрий – школа 1361, Москва
Быкова Софья – гимназия 1543, Москва
Васильев Валерий – школа 2007, Москва
Вишняков Артемий – школа 2007, Москва
Власков Андрей – лицей 15, Саров
Гликин Алексей – школа 2007, Москва
Голубов Михаил – гимназия 1514, Москва
Григорьев Дмитрий – школа 2007 (5 кл.), Москва
Григорьев Пётр – гимназия 1514 (5 кл.), Москва
Данилина Арина – ЦО 57, Москва
Демин Алексей – гимназия 1543, Москва
Дроздова Анастасия – гимназия 1514 (5 кл.), Москва
Емельяненко Дмитрий – школа 1151, Зеленоград
Енгоян Анна – школа 2007, Москва
Зверек Ульяна – школа 853, Зеленоград
Иванова Александра – лицей 366 (5 кл.), Санкт-Петербург
Исправников Федор – гимназия 610 (5 кл.), Санкт-Петербург
Калинкин Исаак – школа 873, Москва
Катаев Матвей – школа 2007 (5 кл.), Москва
Каун Татьяна – школа 6, Мытищи
Клещенко Анастасия – гимназия 2, Обнинск
Коваль Илья – гимназия 45 (5 кл.), Харьков
Костин Семён – гимназия 1514, Москва
Личутина Дарья – гимназия 1534, Москва
Лупашин Евгений – школа 354, Москва
Мосейчев Алексей – ЦО 57, Москва
Муллин Артём – гимназия 1543 (5 кл.), Москва
Нехоченинов Александр – гимназия, Обнинск
Никишова Юлия – школа 2007 (5 кл.), Москва
Панкратов Виктор – лицей 5, Долгопрудный
Пархоменко Егор – школа 2007, Москва
Парыгин Артём – гимназия 1514, Москва
Першина Анна – гимназия 1583, Москва
Попеленский Вадим – школа-интернат «Интеллектуал», Москва
Рябов Николай – гимназия №1543(5 кл.), Москва
Сергеев Даниил – школа 25, Москва
Смирнов Олег – школа 295, Санкт-Петербург
Смирнов Даниил – школа 2007 (5 кл.), Москва
Снимщиков Илья – школа 376 (5 кл.), Москва
Соловьёв Глеб – ЦО 57, Москва
Спиридонов Игорь – гимназия 1543, Москва
Таратутенко Анастасия – школа 853, Зеленоград
Терасенко Ростислав – школа (5 кл.), Протвино
Цвик Григорий – школа 1293, Москва
Чеклетов Александр – школа 531, Москва
Черняев Максим – гимназия 1518, Москва
Чикунова Мария – ЦО 218, Москва
Чуйков Сергей – школа 2007 (5 кл.), Москва
Шведов Артемий – ЦО 57, Москва
Шевченко Ольга – гимназия 45, Харьков

7 класс

Дипломы I степени (30-32 балла)

Балан Павел – школа 2007, Москва
Каламбет Анатолий – школа-интернат «Интеллектуал», Москва
Кошелев Михаил – ЦО 1329, Москва
Крутовский Роман – гимназия 1514
Макеев Владислав – школа-интернат «Интеллектуал», Москва

Дипломы II степени (23-29 баллов)

Акилбаева Екатерина – ЦО 218, Москва
Бачкала Георгий – гимназия 1567, Москва
Бутов Сергей – школа 2007, Москва
Григорьев Владислав – лицей 17, Кострома
Дахова Елизавета – школа 2007, Москва
Звягина Юлия – МОУ Лицей 14, Жуковский
Корецкая Дарья – ЦО 57, Москва
Митрофанов Никита – школа 648, Москва
Нестерук Роман – лицей «Вторая школа», Москва
Никитин Иннокентий – школа-интернат «Интеллектуал», Москва
Николаева Дарья – школа 464, Москва
Пак Николай – гимназия 1, Жуковский
Рахматбаев Герман – школа 1189, Москва
Саржина Лилия – школа 2007, Москва
Трескунов Денис – школа 171 «Лидер», Киев
Труфанов Павел – школа 2007, Москва
Уразовский Андрей – лицей 27, Харьков
Халиков Даниил – школа 2007
Щевьёва Надежда – школа 1189 им. И. В. Курчатова, Москва

Дипломы III степени (17-22 балла)

Аввакумов Аркадий – лицей 533, Санкт-Петербург
Алфёров Василий – ЦО 57, Москва
Аль-кассаб Алёна – ЦО 1158, Москва
Арнольд Владимир – ГСГ, Москва
Афонин Андрей – школа 853, Москва
Бабенко Владислав – ЦО 218, Москва
Балакин Андрей – школа 2007, Москва
Бережной Георгий – лицей 1557, Зеленоград
Бобков Константин – школа 2031, Москва
Бодрова Александра – школа 1189, Москва
Василенко Елизавета – ФМЛ 30, Санкт-Петербург
Вердиева Анна – гимназия 1543, Москва
Веревина Ксения – ЦО 1492, Москва
Виноградов Глеб – школа 1944, Москва
Вощилов Егор – гимназия 1, Железнодорожный
Галкин Иван – школа 179, Москва
Гаранин Евгений – школа-интернат «Интеллектуал», Москва
Гревцева Анна – школа 5, Долгопрудный
Гронь Илья – гимназия 45, Харьков
Губанова Елизавета – лицей 14, Жуковский
Ельцин Павел лицей «Вторая школа», Москва
Журавлев Андрей – ЦО 57, Москва
Завитневич Павел – гимназия 1543, Москва
Завражнова Мария – лицей 3, Чебоксары
Зверев Евгений – лицей 17, Кострома
Иванашев Илья – гимназия 1554, Москва
Иванчикова Анастасия – лицей 3, Чебоксары
Исаев Кирилл – школа 2007, Москва
Коваленко Кирилл – школа 1747, Москва
Кожемяков Константин – лицей 3, Чебоксары
Койляк Евгений – школа-интернат «Интеллектуал», Москва
Кокшайский Николай – лицей «Вторая школа», Москва
Корнеев Сергей – ЦО 1439, Москва
Кочергин Илья – гимназия 1, Железнодорожный
Кравцова Анастасия – школа 1311, Москва
Красиков Сергей – школа 1575, Москва
Кузнецов Глеб – ЦО 1329, Москва
Кутузова Ксения – школы 1189, Москва
Лазарев Евгений – школа 1862, Москва
Лаптиев Алексей – школа 1359, Москва
Логинов Борис – школа 2007, Москва
Майер Сергей – лицей 1568, Москва
Мелешко Роман – школа 1189, Москва
Меньшенин Алексей – лицей 1568, Москва
Мозалевский Сергей – лицей «Вторая школа», Москва
Мокров Пётр – гимназия 201, Москва
Молодык Михаил – гимназия 1549, Москва
Морозов Савва – ЦО 1329, Москва
Мотичев Михаил – школа 870, Москва
Мустафин Александр – гимназия 1514, Москва
Мухамедов Марат – школа 2007, Москва
Никитин Григорий – ЦО 1840, Москва
Нуралиев Георгий – ЦО 218, Москва
Пайвин Артём – гимназия 45, Харьков
Панюков Александр – лицей 1557, Москва
Петровский Иван – гимназия 1543, Москва
Поседко Алексей – школа 1811, Москва
Пузырёв Дмитрий – школа 2007, Москва
Пытьев Никита – лицей «Вторая школа», Москва
Резник Валерий – гимназия 45, Харьков
Рюмина Екатерина – школа-интернат «Интеллектуал», Москва
Самохин Вадим – школа 2007, Москва
Силина Ольга – лицей 27, Харьков
Суханов Григорий – ЦО 57, Москва
Сущев Иван – гимназия 1549, Москва
Тарабукин Иван – ЦО 218, Москва
Третьяков Денис – ЦО 1485, Москва
Тряпишко Алексей – лицей 1568, Москва
Филиппова Елизавета – лицей 3, Чебоксары
Финкельберг Яша – ЦО 57, Москва
Фролов Дмитрий – гимназия 1514, Москва
Храменков Михаил – школа 1900, Москва
Худолеев Роман – школа 58, Москва
Чебан Сергей – гимназия 1518, Москва
Чернышёв Александр – школа 1367, Москва
Чумаков Тихон – школа 183, Москва
Чухарев Фёдор – школа 179, Москва
Шарф Мира – ЦО 57, Москва
Юшин Илья – лицей 1547, Москва

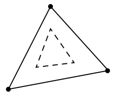
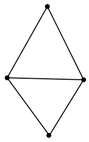
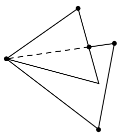
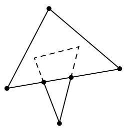
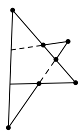
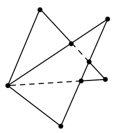
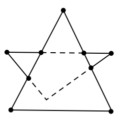
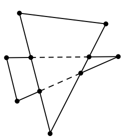
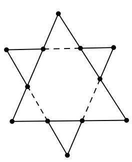
ОТВЕТЫ, УКАЗАНИЯ, РЕШЕНИЯ к задачам I тура конкурса (№1 за 2012 год)

1. За 10 минут – ведь с первого на пятый надо пройти 4 пролета между этажами, а с первого на девятый – восемь пролетов, то есть в два раза больше.

2. Видно, что слова в строках стихотворения идут в другом порядке, чем в переводе (видимо, в Ам-Ям-ском языке особенный порядок слов). Разберёмся, какое слово какому соответствует.

Лишь одно слово встречается в каждой строке стихотворения – это слово «мышка». Находим в переводе единственное слово, которое есть в каждой строке – это слово «ту». Значит «мышка» переводится как «ту». В каждой из двух последних строк стиха кроме слова «мышка» встречается еще слово «кошка», в переводе ему соответствует повторяющееся слово «ля». В первых двух строках повторяется, кроме слова «мышка», еще слово «ночью» – в переводе находим соответствующее слово «ам». Из первой и третьей строк определяем повторяющееся слово «пошла» – это «ям». Теперь уже несложно определить остальные слова, из первой строки: «гулять» – «му», из второй: «видит» – «бу», из третьей: «поймать» – «гу».

3. Прибавив к трёхзначному числу **КВА** цифру **Н**, мы получаем трёхзначное число с другой старшей цифрой. Значит, **КВА** и **ТИК** близки к числу, оканчивающемуся на два нуля – а именно, к числу **Т00**, – через которое мы перескочили, прибавив **Н**. Но цифра **Н** не больше 9. Тогда **ТИК** превышает число **Т00** меньше чем на 9, откуда **И** = 0. Значит, произведение цифр числа **КВАНТИК** тоже равно 0.

4. Можно получить N-угольник для $N = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ и 12 (примеры см. на рисунках). Ясно, что N не может быть меньше 3.

Докажем, что N не может быть больше 12. Заметим, что каждая вершина N-угольника – это либо одна из шести вершин наших треугольников, либо точка пересечения стороны первого треугольника со стороной второго треугольника. Но на любой стороне первого треугольника может быть максимум две точки пересечения со сторонами второго, значит, всего таких точек пересечения не больше шести. Итого у N-угольника не больше 12 вершин.

Теперь самое интересное – почему N не может равняться 11. Пусть у нас получилось, что $N = 11$. Если хоть одна вершина одного треугольника попала внутрь или на границу другого, точек пересечения сторон треугольников будет не больше 4, откуда $N \le 4 + 5 = 9$. Иначе обойдём контур первого треугольника, начиная от какой-то его вершины, и будем считать точки пересечения со сторонами второго треугольника. Сначала мы снаружи второго треугольника. Пройдя первую точку пересечения, мы попадаем внутрь второго треугольника, пройдя вторую точку пересечения, оказываемся снаружи, и так далее. Так как в итоге мы должны оказаться снаружи, число точек пересечения должно быть чётным, то есть оно либо 6 (и тогда $N = 12$), либо не больше 4 (и тогда $N \le 10$).

5. Алгоритм очень простой. Сначала все книги кладём в первую стопку, затем снимаем часть книг так, чтобы нижним оказался первый том, и кладем их во вторую стопку (потратили две операции). Далее, все книги, кроме первого тома, перемещаем в первую стопку и снимаем часть так, чтобы нижним оказался уже второй том, эту часть кладём во вторую стопку (ещё две операции). В результате две нижние книги во второй стопке лежат в нужном порядке. Снова за две операции кладём третий том на второй, затем за две операции кладём четвёртый том на третий и так далее. Так за 18 операций мы положим во вторую стопку тома с первого по девятый в нужном порядке. Если десятый том тоже там, задача решена, иначе переносим его из первой стопки во вторую, и за 19 операций книги сложены так, как требовалось.

«ПРИЯТНОГО АППЕТИТА»

Первый вопрос. Если у первого было m хлебов, а у второго – больше, чем $2m$ хлебов, то при дележе всего хлеба поровну на троих первому, очевидно, достанется свыше

$$\frac{m+2m}{3}=m$$

хлебов, то есть больше, чем у него имеется с собой! Поэтому второй по сути дела накормит не только третьего, но частично и первого! И тогда отрицательное число $(2m-n)$ фактически означает сумму, которую первый должен сам уплатить второму за дополнительное угощение (другой вопрос, согласится ли он это сделать).

Второй вопрос. Пусть для определенности $m \le n$, тогда должно выполняться равенство $2m-n=1$, то есть m – любое натуральное, а $n=2m-1$. Например, если $m=1$, то $n=1$, а если взять уже известные нам $m=2$ и $m=3$, то получим соответственно $n=3$ и $n=5$.

ЗАДАЧА ПО ЛИНГВИСТИКЕ

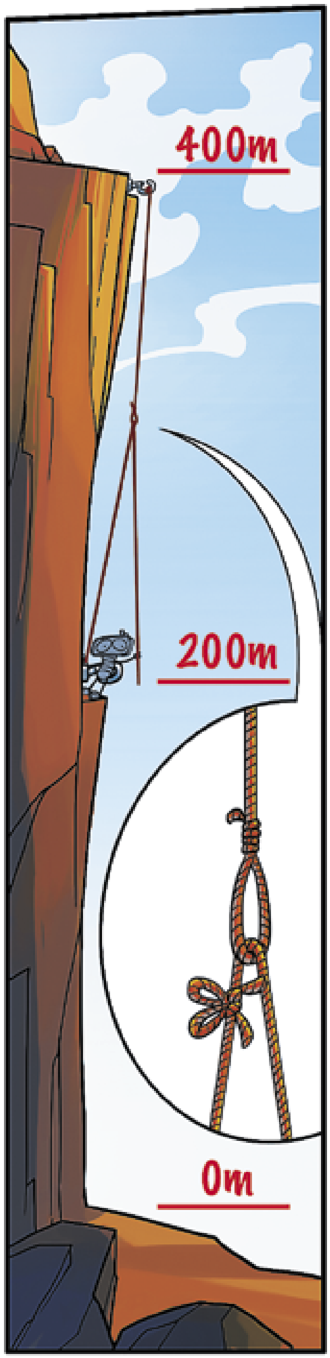
Сразу видно, что слово *da* соединяет между собой части числительного: «семьсот *da* пятьдесят *da* шесть», «шесть тысяч *da* семьсот *da* пять» и т.д. Из этого понятно, что «семьсот» на языке хауса – *ɗari bakwai*. Но «семь тысяч» при этом будет совершенно по-другому: *saba'a*. «Пять» выражается словом *biyar*, а «пятьдесят» – *hamsin*. Просто «шесть» – *shidda*, «шестьдесят» – *sittin*, а «шесть тысяч» – *sitta*. Можно заметить, что две последних формы связаны между собой: чтобы из десятков сделать тысячи, надо конечное -*in* заменить на -*a*. Зная это, нетрудно догадаться, что слово *saba'in* из задания А обозначает столько же десятков, сколько тысяч обозначает *saba'a*, то есть семь. Чтобы получить обозначение пяти тысяч, надо заменить на -*a* конечное -*in* в слове *hamsin* «50». Получится *hamsa* – это слово пригодится нам для выполнения задания Б.

С обозначениями сотен ещё проще: сравнение *ɗari biyar* «500» и *biyar* «5» показывает, что названия сотен получаются из названий единиц добавлением слова *ɗari*. Главное – не запутаться: десятки одного корня с тысячами, а сотни совпадают с единицами (видимо, именно поэтому сотня обозначается отдельным словом, тогда как слова «десятков» и «тысяч» при назывании чисел в хауса не используются).

Итак, ответ: *saba'in da biyar* = 75
ɗari shidda da sittin da shidda = 666
67 = *sittin da bakwai*
5605 = *hamsa da ɗari shidda da biyar*

КОМИКС

Решение приведено на рисунке справа.



Художник В. Пяткин

НАШ КОНКУРС

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем конкурсе.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 июня по электронной почте **kvantik@mccme.ru** или обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».** В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный адрес.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, итоги будут подведены в конце года. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик», научно-популярные книги, диски с увлекательными математическими мультфильмами.

Желаем успеха!

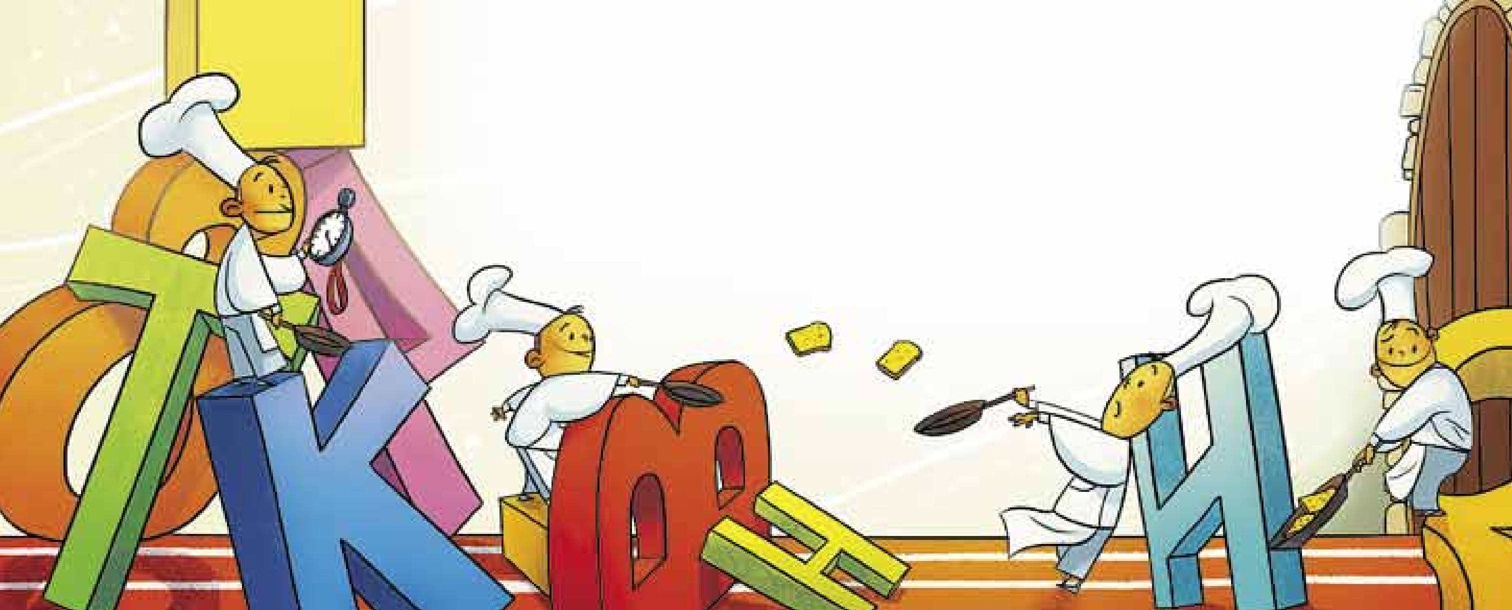
III ТУР

11. За какое кратчайшее время можно поджарить с двух сторон три ломтика хлеба, если на сковороде умещаются только два ломтика, а на поджаривание ломтика с одной стороны требуется одна минута? Время на перевёртывание и перекладывание ломтиков не учитывайте.

12. Расшифруйте ребус:

КВАН : ТИК = 4 : 3

(Каждая буква заменена какой-то цифрой, одинаковые буквы (то есть две буквы К) заменены одинаковыми цифрами, а разные – разными.)



Авторы задач:
Л. Штейнгарц (12),
А. Савин (15)

13. На шахматной доске стоят несколько ферзей. Каждый из них бьет ровно N других.

а) Найдите пример такой расстановки для $N = 1$, для $N = 2$ и для $N = 3$.

б) Найдите пример такой расстановки для $N = 4$.

в) Есть ли такая расстановка хоть для какого-то N, большего 4?

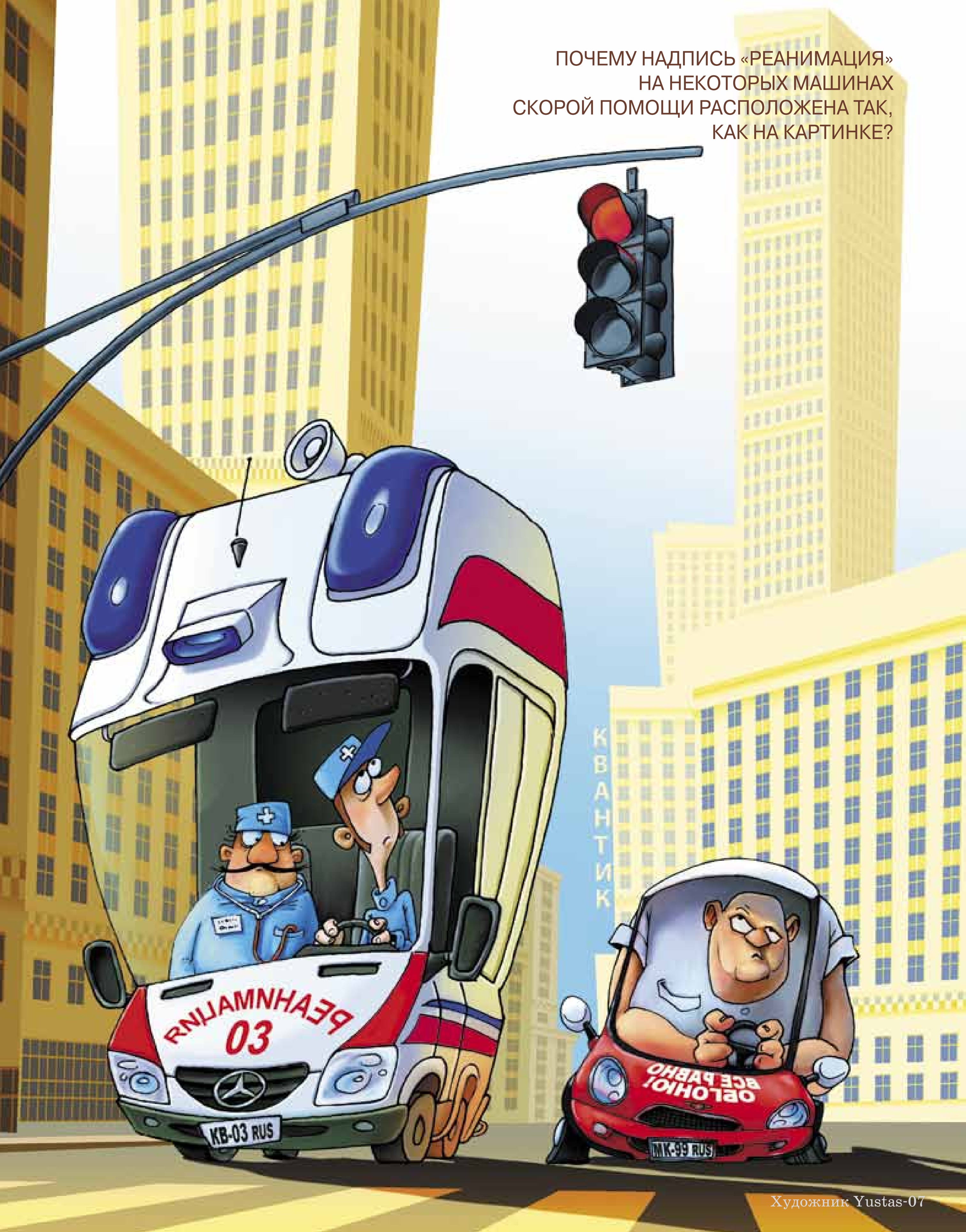
(Напоминаем, что ферзь бьет по вертикали, горизонтали и диагонали на любое число клеток.)

14. Квантик шёл по прямой дороге от одной автобусной остановки к другой. Пройдя треть пути, он оглянулся и увидел вдалеке приближающийся автобус. Известно, что, к какой бы остановке ни побежал Квантик, он достигнет ее одновременно с автобусом. Найдите скорость автобуса, если Квантик бегает со скоростью 20 км/ч.

15. Король Артур заказал художнику рисунок для своего щита, имеющего форму четверти круга, с просьбой окрасить его в три цвета: желтый – цвет доброты, красный – храбрости и синий – мудрости. Когда художник принес рисунок, оруженосец сказал, что на рисунке храбрости больше, чем ума. Однако художник смог доказать, что там того и другого поровну. Докажите и вы!

Художник В. Пяткин

ПОЧЕМУ НАДПИСЬ «РЕАНИМАЦИЯ» НА НЕКОТОРЫХ МАШИНАХ СКОРОЙ ПОМОЩИ РАСПОЛОЖЕНА ТАК, КАК НА КАРТИНКЕ?



Художник Yustas-07