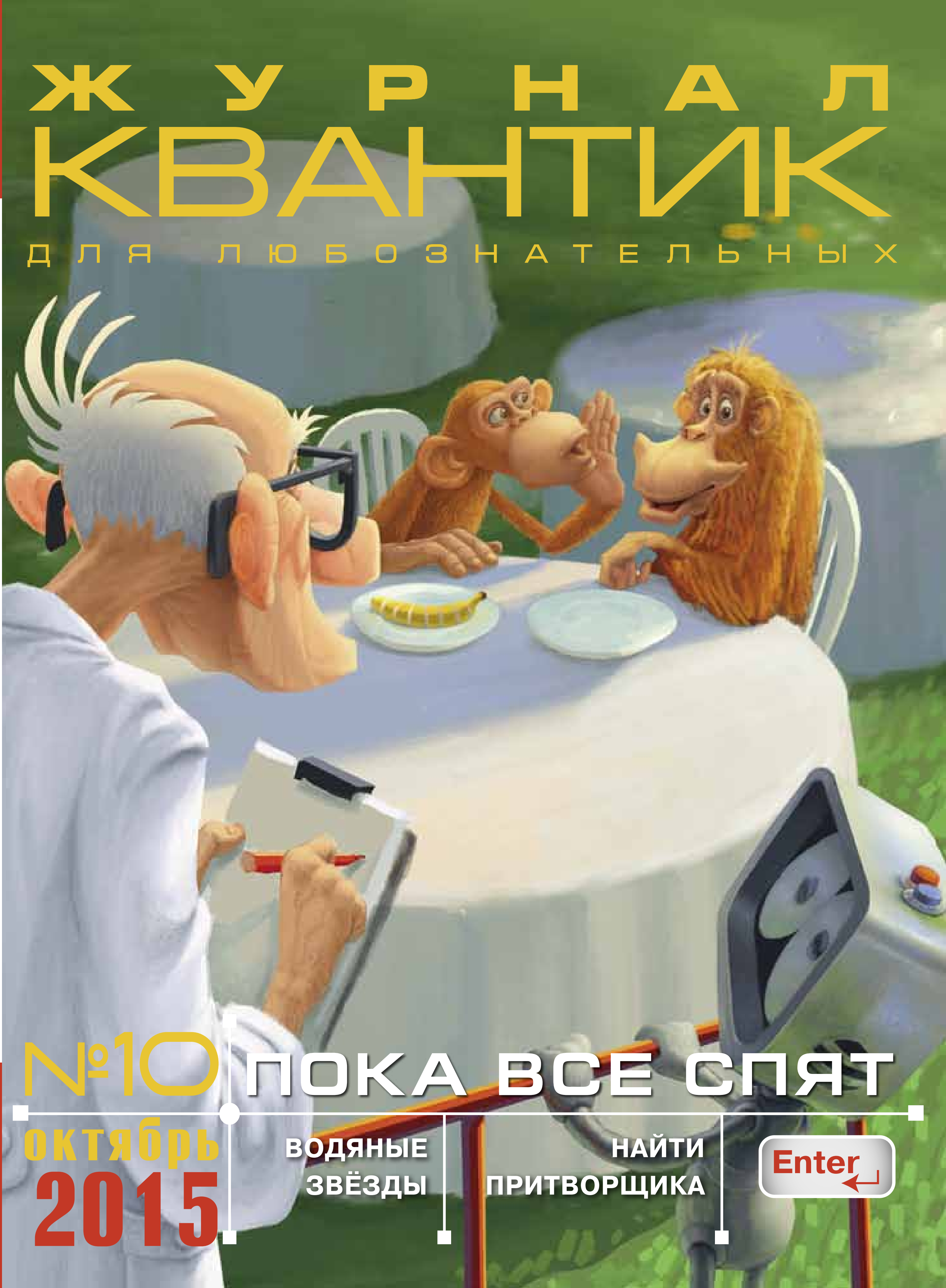
№ 10| октябрь 2015

Издаётся при поддержке Московского центра непрерывного математического образования (МЦНМО)

e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ



№10
октябрь
2015

ПОКА ВСЕ СПЯТ

ВОДЯНЫЕ ЗВЁЗДЫ

НАЙТИ ПРИТВОРЩИКА

Enter

ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Вы можете оформить подписку на «Квантик» в любом отделении Почты России, а на выпуски журнала, начиная с 2016 года, можно подписаться ещё и через Интернет!

ПОДПИСАТЬСЯ НА 2016 ГОД МОЖНО УЖЕ СЕЙЧАС!
Подписка по годовому индексу принимается до 10 декабря

На почте «Квантик» можно найти в двух каталогах:

КАТАЛОГ **«ГАЗЕТЫ. ЖУРНАЛЫ» АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ»:**
Индекс **84252** для подписки на несколько месяцев или на полгода
Самая низкая цена на журнал!

КАТАЛОГ **РОССИЙСКОЙ ПРЕССЫ «ПОЧТА РОССИИ»:**
Индекс **11348** для подписки на год
Индекс **11346** для подписки на несколько месяцев или на полгода
Можно подписаться сразу на год!
Доступна онлайн-подписка на сайте vipishi.ru

► Жители дальнего зарубежья могут подписаться на сайте **nasha-pressa.de**

► Подписка на электронную версию журнала по ссылке: **http://pressa.ru/magazines/kvantik#/**

Кроме журнала, «Квантик» выпускает альманахи, плакаты и календарь загадок.

Подробнее о продукции «Квантика» и о том, как её купить, читайте на нашем сайте **kvantik.com**

Подробнее обо всех видах подписки читайте на сайте **kvantik.com/podpiska.html**

Адрес редакции: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., д.11, журнал «Квантик»

www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
vk.com/kvantik12
facebook.com/kvantik12

6+

ISSN 2227-7986

Главный редактор: Сергей Дориченко
Редакция: Александр Бердников, Дарья Кожемякина, Елена Котко, Андрей Меньщиков, Максим Прасолов
Художественный редактор и главный художник: Yustas-07
Верстка: Рая Шагеева, Ира Гумерова
Обложка: художник Yustas-07
Формат 84x108/16.
Издательство МЦНМО

Журнал «Квантик» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство ПИ N ФС77-44928 от 4 мая 2011 г.
ISSN 2227-7986
Тираж: 5000 экз.
Адрес издателя: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11.
Тел.: (499) 241-08-04.
e-mail: kvantik@mccme.ru

По вопросам распространения обращаться по телефону: (499) 241-72-85;
e-mail: biblio@mccme.ru

Подписаться можно в отделениях связи Почты России или на сайте **vipishi.ru**

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ООО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь.
www.pareto-print.ru
Заказ №

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДАНЬЯ СТАРИНЫ

Андрей Щетников

ШКОЛЬНАЯ АЛГЕБРА В ДРЕВНЕМ ВАВИЛОНЕ

Квадратные уравнения изучают в 8 классе. И очень часто у школьников в голове остаётся только заученная «формула дискриминанта», а понимания, откуда эта формула берётся, при этом не прибавляется. Чтобы посмотреть на скучную школьную алгебру с другой, неожиданной и интересной стороны, займёмся задачей, которую почти четыре тысячи лет назад во времена царя Хаммурапи уже умели решать древневавилонские математики.

Среди всего прочего, эти математики занимались измерением полей. Если поле прямоугольное, то у него можно найти периметр (сумму всех четырёх сторон) и площадь (произведение двух соседних сторон). Вот один вавилонский математик и спрашивает другого:

> «Я измерил прямоугольное поле, его периметр равен 40 единицам, а площадь равна 96 квадратным единицам. Можешь ли ты найти его стороны?»

Задача эта непростая. Ясно, что если периметр равен 40 единицам, то сумма двух сторон равна половине от 40, то есть 20 единицам. Можно попробовать подойти к задаче, как учат в школе: обозначить одну сторону за x, тогда другая сторона будет $20-x$, произведение двух сторон будет $x(20-x)$, и получится уравнение $x(20-x)=96$. Но как его решать, если этого в школе ещё не проходили? Как его решали вавилонские математики? И самое главное, как они додумались до своего решения?

Чтобы додуматься до решения, нужны идеи. И вот первая из них. Давайте возьмём и нарисуем *квадрат* с периметром 40 единиц (рис. 1). Вы спросите – почему квадрат? Потому что у него легко найти площадь: каждая из его четырёх сторон равна 10 единицам, а площадь равна $10 \times 10 = 100$ квадратным единицам.

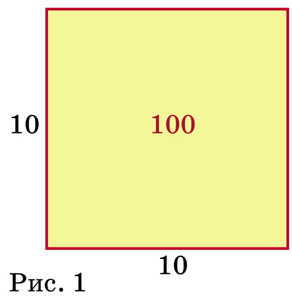


Рис. 1

У прямоугольника, стороны которого мы ищем, периметр такой же, как у этого квадрата, а вот площадь равна не 100, а 96 – на 4 единицы меньше. И теперь – вторая идея: раз у него *такой же периметр*, значит, одна его сторона на сколько-то больше 10, а другая на столько же меньше 10. Обозначим эту разницу между обеими сторонами и 10 буквой Δ («дельта») и нарисуем искомый прямоугольник на одном чертеже вместе с квадратом (рис. 2).

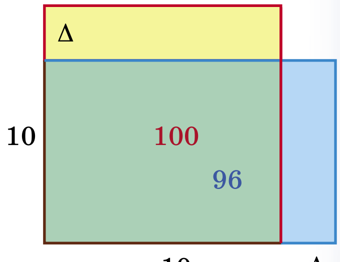


Рис. 2

А теперь надо усмотреть третью идею: наш прямоугольник получается из исходного квадрата, если отрезать от квадрата жёлтую полосу, а потом прибавить синюю. Но синяя полоса короче жёлтой на Δ, и поэтому площадь прямоугольника меньше площади исходного квадрата *на маленький квадратик* со стороной Δ (рис. 3). Но мы знаем, что площадь должна уменьшится на 4, значит, площадь этого маленького квадрата равна 4 единицам.

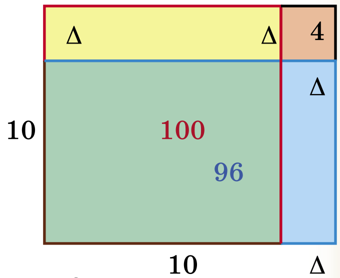
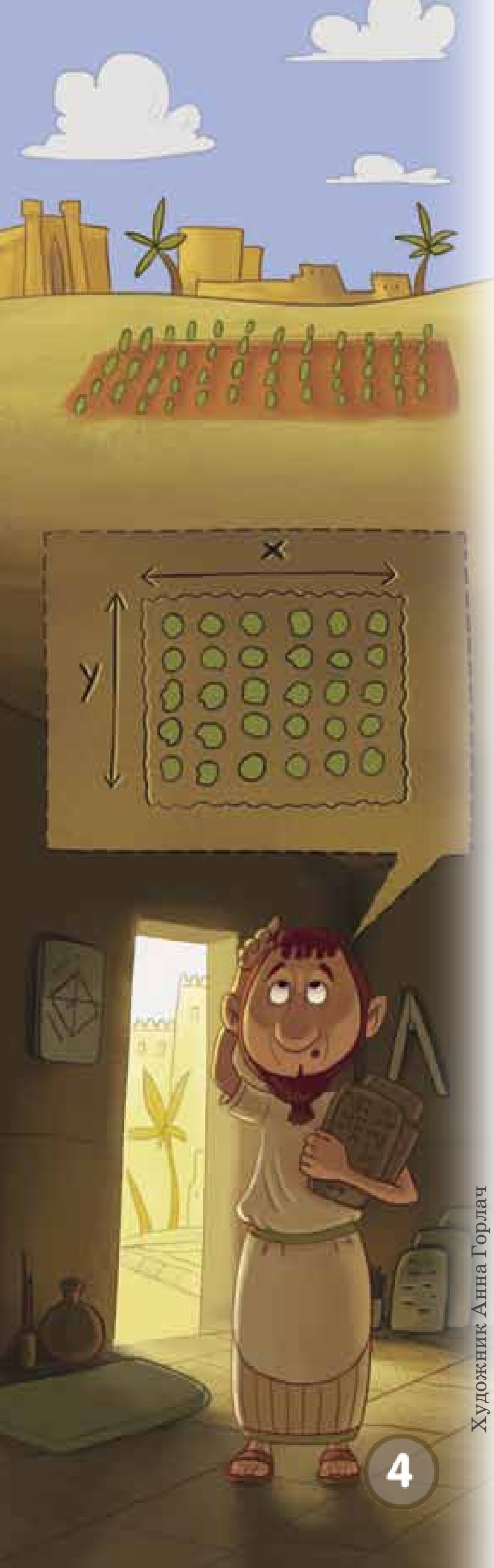


Рис. 3

Но если площадь квадрата равна 4, то его сторона, которую мы обозначили через Δ, очевидно, равна 2. Осталось найти стороны искомого прямоугольника: у него одна сторона равна $10 + \Delta = 12$, а другая равна $10 - \Delta = 8$. Сделаем проверку: $12 \cdot 8 = 96$; и задача решена.

Вы спросите, при чём здесь алгебра? Дело в том, что современная школьная алгебра с «иксами» вавилонянам ещё не была известна, и они решали свою задачу геометрически; сегодня такой древневавилонский способ решения называют «геометрической алгеброй». Но мы можем посмотреть на эту задачу под иным углом зрения. Отвлечёмся от периметров и площадей и сформулируем её так:



«Я загадал два числа, их сумма равна 20, а их произведение равно 96. Можешь ли ты найти эти числа?»

Будем держаться главной идеи, которая остаётся прежней: если сумма чисел равна 20, то одно из них больше 10, а другое меньше 10 на одну и ту же разность, которую мы обозначили через Δ. Тогда первое число равно $10+\Delta$, второе равно $10-\Delta$, и их произведение записывается в виде

$$(10+\Delta)(10-\Delta).$$

Но ведь это известная из школы формула разности квадратов:

$$(10+\Delta)(10-\Delta)=10^2-\Delta^2=100-\Delta^2 .$$

Однако по условию это произведение должно быть равно 96: $100-\Delta^2=96$, откуда $\Delta^2=4$. Теперь – поскольку мы имеем дело не с геометрическими фигурами, а с числами – нам следует сказать, что у последнего уравнения имеются два корня: $\Delta=2$ и $\Delta=-2$. Если взять первый корень, то для него первое число равно 12, а второе 8; если же взять второй корень, то для него первое число равно 8, а второе 12 – числа поменялись местами.

Ну а теперь, рисуя чертежи, попробуйте решить следующие задачи:

1. Я загадал два числа. Их разность равна 7, а их произведение равно 60. Какие числа я загадал?

2. Если к площади квадрата прибавить длины четырёх его сторон, получится 285. Найдите сторону этого квадрата.

3. Найдите стороны двух квадратов, если известно, что сумма их площадей равна 130, а площадь прямоугольника, построенного на их сторонах, равна 63.

4. Найдите стороны двух квадратов, если известно, что сумма их сторон равна 10, а разность их площадей равна 40.

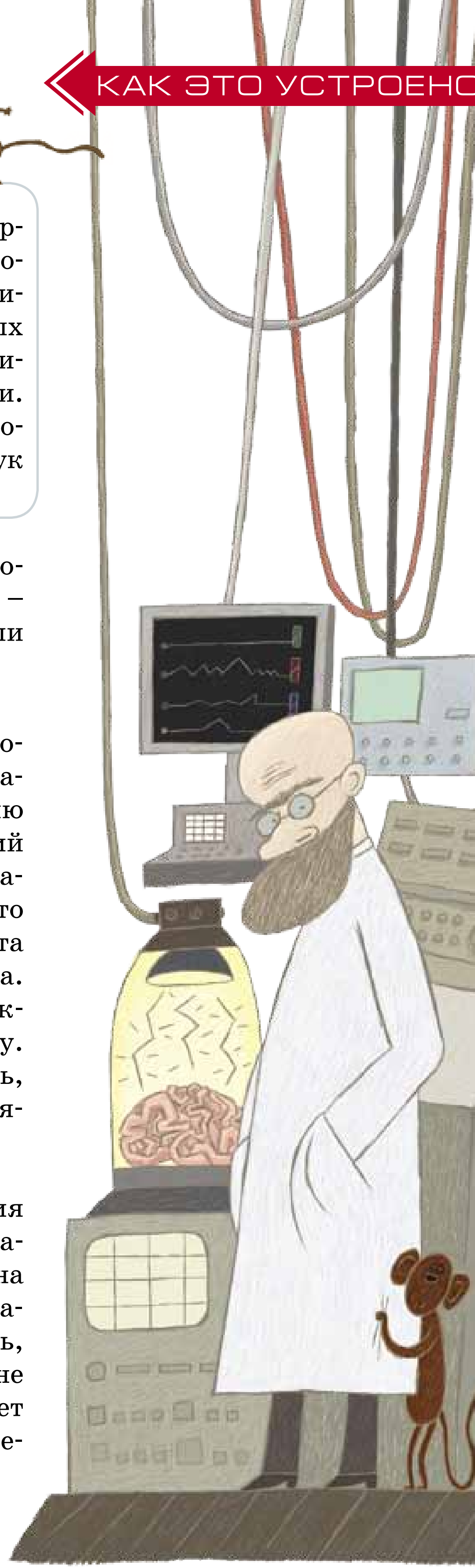
5. Найдите стороны двух квадратов, если известно, что сумма их сторон равна 16, а сумма их площадей равна 146.

Художник Анна Горлач

ПОКА ВСЕ СПЯТ

Интервью записала Вера Винниченко

Мы приехали в Институт проблем передачи информации Российской академии наук. Тихо стучимся и осторожно открываем скрипучую дверь с загадочной надписью «Лаборатория передачи информации в сенсорных системах». Все стены от пола до потолка заставлены приборами с железными рычажками и цветными кнопками. На экранах приборов мелькают светящиеся зелёные полоски. У окна в белом халате доктор биологических наук **Иван Николаевич Пигарев**.



– Здравствуйте, Иван Николаевич! – говорим мы.

– Добрый день, – Иван Николаевич улыбается, поправляет пышную бороду и идёт к нам навстречу, – проходите, проходите. Постараюсь ответить на ваши вопросы.

– Иван Николаевич, мы не знаем, с чего начать!

– Тогда давайте начнём с того, что здесь, в этой лаборатории, мы изучаем мозг. Лучшая модель для описания мозга – это компьютер. Он получает информацию от внешнего мира, преобразовывает её и выдает некий результат. На компьютере можно запустить игру, написать сочинение, нарисовать картинку… Важно, что все эти разнообразные задачки будет делать одна и та же железка. Мозг – это тоже универсальная машина. Мы хотим подойти к столу – мозг рассчитывает траекторию, даёт команды мышцам, подводит нас к столу. А если мы захотим пойти купаться – нырять и плавать, тот же самый мозг будет управлять нашими действиями, командовать телом.

– Что же происходит с мозгом во сне?

– Примерно каждые 16 часов бодрствования у взрослого человека возникает непреодолимое желание спать. Закрываем глаза, выпадаем из жизни на 8–10 часов. А потом мы просыпаемся и совершенно забываем о том, что только что спали. Но нужно знать, что, когда мы спим и ничего не делаем (не слышим, не видим, не двигаемся), наш мозг при этом продолжает активно работать. А что именно делает мозг в это время – долго оставалось тайной.

– Чем же занят мозг во время сна?

– Наша гипотеза состояла в том, что мозг, как машина универсальная, во время сна переключается на обслуживание нашего тела. А наше тело – это сложнейшее устройство. Мы обычно над этим не задумываемся, потому что нам не дано ощущать его сложность. Чтобы переварить вкусный завтрак, то есть «разобрать» его на маленькие детали (белки, жиры, углеводы) и доставить их в места назначения, нужно произвести миллиарды сложнейших вычислений. И этим занимается особая система – вегетативная. Но от неё сигналы до нашего сознания не доходят. Сложность нашего тела настолько велика, что наше сознание оперировать с этими задачами не может. Сознание решает только сравнительно простые задачи.

Оказалось, что те зоны мозга, которые во время бодрствования занимаются обработкой зрительной, слуховой, двигательной информации, во время сна переключаются и решают задачи, связанные с управлением нашим телом – вегетативной системой.

– Как проходили ваши эксперименты?

– Сначала мы смотрели, как работают зрительные нейроны (клетки мозга). Как и положено, во время бодрствования эти нейроны реагировали на зрительные стимулы (например, на вспышки или движущиеся полоски на экране). Но как только животные засыпали, зрительные нейроны переставали реагировать на зрительные сигналы, зато неожиданно начинали реагировать на стимуляцию кишечника (двенадцатиперстной кишки). Едва кошка просыпалась, эти нейроны снова начинали реагировать на зрительные стимулы и не реагировали на стимуляцию кишечника. Также мы наблюдали слуховые и двигательные нейроны. Во время бодрствования все эти нейроны реагировали строго на свой вид информации, но во время сна переключались на обработку информации от внутренних органов (желудка, кишечника, печени, почек).

– Невероятно! Когда к вам впервые пришла эта идея?

– Это занятный момент. Озарение. Я был студентом четвёртого курса биофака. И на одной из лекций профессор Л. А. Новикова сказала, что во время сна клетки мозга (нейроны) активно работают, но что именно они делают – непонятно. А я подумал: в чём, собственно, проблема? Во время бодрствования нейроны анализируют внешние входы (от глаз, ушей, носа), а во время сна – внутренние входы (от желудка, кишечника, печени). И я заинтересовался сном, стал читать статьи про сон. Я был уверен, что уж если даже студенту пришла в голову эта идея, наверняка кто-то раньше должен был её проверить. Но я ничего не нашёл. Тогда я обратился к специалистам по сну. Им эта идея показалась безрассудной, они советовали её бросить и заняться чем-нибудь другим. Так я стал заниматься зрением, защитил докторскую диссертацию. Тогда я всё-таки поставил эксперимент, чтобы проверить свою гипотезу. К моему изумлению, результаты опыта её подтверждали.

– А вы всегда хотели стать учёным-биологом?

– В детстве я совершенно не любил биологию. Я был абсолютный технарь, любил возиться с железками. Хотел поступать на физический факультет МГУ, но в последний момент что-то меня переключило, и я пошёл на биофак заниматься мозгом. Но и в физиологии мозга любовь к железкам мне постоянно помогала. Если был нужен какой-то прибор – я его делал сам. Поэтому сегодня у меня идея – а завтра уже эксперимент. А чтобы быстро двигаться в каком-то направлении, надо иметь возможность быстро менять технику.

– Можете ли вы припомнить какой-нибудь забавный случай из лабораторной жизни?

– Поступили к нам как-то в лабораторию обезьяны. А перед началом эксперимента надо было с ними обязательно подружиться. Я пошёл их покормить. Обезьяны жадно ели корм двумя лапами, половина еды падала на пол. Запихивали за обе щёки, пока не выгребут всё из кормушки. Мне это не понравилось, и я стал учить их есть прилично. Давал корм по одной штучке. И скоро они и груду корма стали есть красиво, по одному кусочку. А потом привезли двух новых обезьян – ещё диких. У них весь пол кормом засыпан, а у моих – чистый. Те двумя лапами загребают. А мои – по одной штучке аккуратно едят. Потом кончились наши опыты, и я стал заходить к обезьянам реже. Раз прихожу – у моих обезьян два кусочка корма на полу валяются. Потом уже четыре. Прошло месяца два, и мои подопечные снова стали набирать корм двумя лапами, набивая щёки и рассыпая половину по полу. Не зря говорят, что дурной пример заразителен.

Рекомендуем посмотреть лекцию Ивана Николаевича
или прочитать её запись в интернете по ссылке:
http://polit.ru/article/2014/05/04/pigarev/


Художник Инга Коржнева

Наталья Рожковская,
Александр Бердников

«Самая лучшая» геометрическая фигура

Разговор о «самой лучшей» фигуре начнём издалека, с древней легенды об основании города Карфагена. По этой легенде, знаменитый город был заложен мудрой царицей Дидоной. Прибыв в северную Африку, царица попросила у местных жителей разрешения основать своё поселение. Жители разрешили ей занять столько земли, сколько обнимет бычья шкура. Тогда Дидона разрезала шкуру на тонкие ремешки, связала их вместе и ограничила получившимся кожаным шнуром солидный кусок земли, где в будущем и был построен Карфаген.

На этом легенда заканчивает рассказ о маленькой хитрости, позволившей царице получить гораздо больший участок, чем рассчитывали местные жители. Но для нас это хороший повод задуматься: а какой формы был этот участок земли? Если, скажем, прямоугольной, то какие у него должны были быть длины сторон, чтобы царица ограничила как можно большую площадь? Иначе говоря, рассмотрим задачу:

Задача 1. Среди прямоугольников с заданным периметром L найдите те, которые имеют наибольшую возможную площадь.

Оказывается, искомый прямоугольник – квадрат со стороной $L/4$. Попробуйте доказать! Идея решения подробно изложена в статье из этого номера «Школьная алгебра в древнем Вавилоне».

Однако это ещё не предел. Царица могла ограничить и какую-нибудь другую форму: треугольник, трапецию, круг, овал... Какая форма шнура охватила бы наибольшую площадь? Ответом будет окружность: из всех плоских фигур с заданной длиной границы наибольшей площадью обладает круг. Доказательство этого факта сложно, и здесь мы его привести не сможем. Однако если вы знаете формулу площади круга, то наверняка решите такую простую задачу:

Задача 2. Даны квадрат с периметром L и круг с длиной окружности L. Докажите, что площадь круга больше площади квадрата.

Круг оказывается победителем и во многих других ситуациях. Эту замечательную геометрическую фигуру любят и уважают не только математики. Прежде чем мы перейдём к другим подтверждениям нашего мнения, давайте вспомним, что же такое круг.

Задача 3. Дайте определение круга и окружности.

Задача 4. Прямая дорога хороша тем, что можно не крутить руль. А как будет двигаться машина, если немного повернуть руль и зафиксировать в этом положении?

Вращение. Посмотрите вокруг, и вы наверняка увидите множество кругов и кружочков: колеса, тарелки, крышки от банок, циферблаты часов... Как правило, эти предметы круглые неспроста, часто за этим стоит какая-то причина. Она может скрываться в том, как предмет используется, или в том, как он производился. Попробуйте разобраться!

Например, гончары изготовляли горшки, вращая глиняную заготовку на гончарном круге. Это было удобно – круг крутили ногой, а руками придавали горшкам любую форму. Любую? Не совсем: если мысленно разрезать горшок по горизонтали на две части, на срезе вы увидите круг. Понятно, почему?

Ваши бабушки и дедушки наверняка помнят грампластинки – большие круги, на которых по спирали была проложена дорожка с записанной информацией. Если бы такая длинная дорожка была прямой, она никуда не уместилась бы. А так получалось компактно: пластинка крутилась, поставленная на неё игла ехала по дорожке и считывала информацию, вибрируя от неровностей дорожки. Да и иглу легко было поставить в нужное место пластинки.

Потом придумали магнитофонные кассеты – длинная лента с информацией накручивалась на штырёк, а при перемотке на другой штырёк лента проходила через считывающее устройство. Снова выручало вращение!

Компакт-диски – возврат к идее грампластинки на более высоком уровне: информация там тоже записана «по спирали», только глазами дорожку уже не разглядишь. Диск может вращаться очень быстро, мгновенно подставляя считывающему устройству нужное место.

Приведём ещё несколько любопытных примеров.

Таинственные круги. Прежде чем читать дальше, попробуйте сами догадаться, что за необычные круги изображены на следующей фотографии.

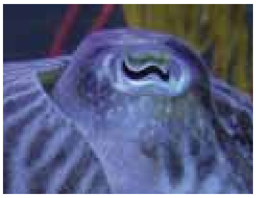
Задача 5. Что это за круги? Зачем они сделаны?

А вот и ответ: это фотография полей засушливых американских регионов. Круглую форму полям придаёт система орошения. В центре каждого такого поля находится источник воды. Вода из источника направляется по горизонтальной трубе, установленной на колесах. Труба движется по кругу вокруг конца, прикреплённого к источнику, и орошает поле (выливаясь из отверстий в трубе). Такая система позволяет автоматизировать полив даже на холмистом поле и экономно расходует воду.

«Трёхмерные круги». Случайна ли округлость глаза? Например, зрачок у животных бывает самой разной формы (см. фото). А вот форма глаза у сложных животных почти всегда шарообразная. Догадываетесь, почему? Причина проста: глаз должен свободно вращаться в глазнице.


Кот


Коза


Каракатица


Геккон

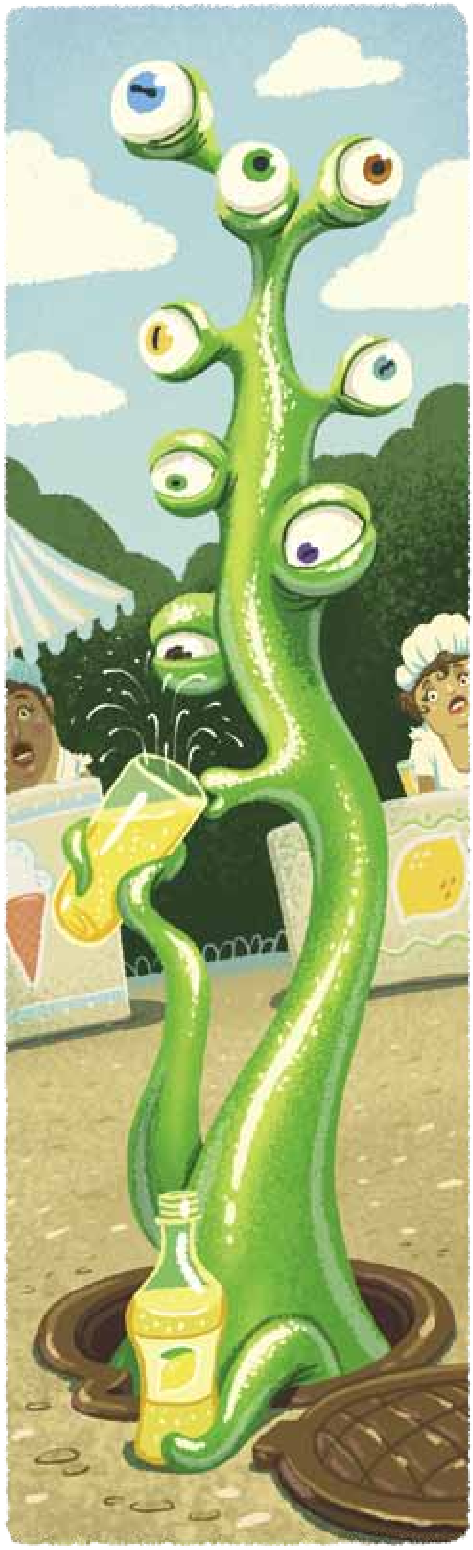
А почему мелкие брызги и пузырьки газировки собираются в крохотные шарики? Из-за поверхностного натяжения граница между жидкостью и газом будто стремится сжаться, уменьшить свою площадь, а тело с наименьшей поверхностью при данном объёме – это шар.

Предостережение. Хотя окружность и оказывается ответом ко многим задачам, ещё чаще ответ с окружностью не совпадает. Например, чтобы сделать хороший отражающий фонарь, нужно не круглое, а параболическое зеркало; подвешенная за концы верёвка провисает не по дуге окружности и даже не по параболе, а по цепной линии… В общем, круг – фигура, замечательная со многих сторон, но, решая задачи, не стоит полагаться лишь на это обстоятельство.

Вопрос от компании «Майкрософт». Напоследок предлагаем вам один знаменитый вопрос про круги; кажется, впервые о нём написал Мартин Гарднер. Этот вопрос задавали иногда при приеме на работу в компанию «Майкрософт»: на собеседовании не только спрашивали о личных заслугах, но и давали каверзные и нестандартные вопросы на смекалку и воображение.

Задача 6. Почему крышки люков круглые?

Задача 7. Решив предыдущую задачу (или прочтя ответ), подумайте, есть ли другие фигуры, подходящие под ваше решение.


Художник Евгений Паненко

Андрей Щетников

ВОДЯНЫЕ ЗВЁЗДЫ

Зазор 0,4 мм

Зазор 0,2 мм

Чтобы построить установку для этого опыта, мы заказали в стеклорезной мастерской две квадратные пластины 40×40 см из 6-миллиметрового стекла. В одной пластине по самому её центру попросили мастера просверлить небольшое круглое отверстие – такое, чтобы в него потом можно было плотно вставить стержень от авторучки. Вырезали из медной пластинки толщиной 0,2 мм четыре квадратные прокладки со стороной 1 см, положили их по углам одной стеклянной пластины, сверху накрыли другой пластиной и скрепили обе пластины вместе зажимами для бумаги. Из-за прокладок между стеклянными пластинами возник тонкий зазор шириной 0,2 мм. Такое устройство называется *радиальной ячейкой Хеле-Шоу*, по фамилии учёного, который его придумал.

Вставим стержень в центральное отверстие, промажем соединение воском и присоединим к стержню трубку от капельницы. Саму ячейку расположим горизонтально. Наполним шприц глицерином, подсоединим его к другому концу трубки и начнём вводить глицерин внутрь ячейки. Этот процесс идёт весьма медленно, ведь глицерин – это весьма вязкая жидкость. Когда шприц опорожнится, заполним его глицерином ещё раз и будем делать так, пока внутри ячейки не образуется глицериновый круг диаметром 15 см. Шприц каждый раз желательно подсоединять к трубке так, чтобы внутрь ячейки не попадали пузырьки воздуха – когда вы будете сами делать этот опыт, подумайте, как этого добиться.

А теперь заполните шприц подкрашенной водой, подсоедините его к трубке и начинайте подавать воду в ячейку. И чудо! – вместо того, чтобы равномерно расталкивать глицерин во все стороны, вода начинает пробиваться через глицерин, образуя красивые узорчатые звёзды, так что каждый луч расщепляется на несколько ветвей, и эти ветви расщепляются снова. При этом чем меньше зазор между стёклами, тем чаще будут расщепляться ветви.

Давайте разберёмся, почему вода пробивается через глицерин, образуя такие красивые узоры. Глицерин – это очень вязкая жидкость, он совсем не такой текучий, как вода. Чтобы проталкивать его через зазор, нужно создать заметную разность давлений. Давление на внешнем обводе глицеринового круга равно атмосферному, а внутри него оно больше на ту добавку, которую мы создали, надавив пальцем на поршень шприца. Именно эта разность давлений между внутренней и внешней областями и выталкивает глицерин наружу.

Для выталкивания глицерина важна даже не сама разность давлений, а перепад этой разности, который по-научному называется *градиент*. Одно дело – когда давление на сколько-то падает на длине 10 см, и другое – когда оно падает на столько же на длине 1 см. Во втором случае градиент давления в 10 раз больше, и, по закону течения вязких жидкостей в трубах, зазорах и пористых средах, который называется *законом Дарси*, скорость течения здесь тоже будет в 10 раз больше.

А теперь представим себе, что граница между внутренней водой и наружным глицерином была с самого начала не совсем круглой, но с небольшими «языками». Тогда напротив языков расстояние от этой границы до внешнего края глицерина было чуть меньшим – а значит, градиент давления внутри глицерина был здесь чуть большим. Но где градиент давления больше, там глицерин течёт быстрее. А значит, водяные языки будут делаться длиннее, и градиент давления напротив языков будет становиться ещё больше. Так происходит развитие гидродинамической неустойчивости, которая по имени её открывателей называется неустойчивостью Саффмана–Тейлора.

Кстати сказать, когда эти авторы опубликовали в 1958 году своё открытие, им сразу же заинтересовались нефтяники. Когда нефтяной слой истощается и нефть перестаёт выходить из-под земли самотёком, в пласт начинают закачивать воду, чтобы создать там повышенное давление. Нефть находится в толще пористого пласта, и водой её проталкивают через узкие поры. Но нефть – более вязкая жидкость, нежели вода. Поэтому вода, которую закачивают в пласт, обладает неприятным свойством не просто давить на нефть, но пробиваться сквозь неё – как она пробивалась через глицерин в нашем опыте. Так что для выжимания нефти из породы нужно придумывать дополнительные ухищрения.

Художник Анна Горлач

Чудеса лингвистики

Найти притворщика

Ольга Кузнецова

Родина, *родинка*, *родник* – каждый первоклассник скажет, что это слова родственные, хотя обозначают они совсем разные штуки. Родство слов – тема очень сложная, даже самые опытные учёные не всегда смогут объяснить, являются ли языковыми родственниками те или иные слова. Словари, в которых написано о происхождении слов, называются *этимологическими*. (Если вас заинтересует эта тема, советуем прочесть книжку Л. Успенского «Почему не иначе?»). Но ведь иногда мы и без словаря можем понять, родственные ли перед нами слова. Вот, например, кольцо и колесо. Одно маленькое, на пальце носят, другое – обычно гораздо больше, служит для передвижения. Но нас не обманешь, мы знаем, что и то и другое круглое, катается. Действительно, оба слова образованы от старинного «коло» – круг, колесо. В древнерусском языке так назывались, например, телеги, да и сегодня этим словом называют автомобили в некоторых славянских странах. Кольцо – маленький круг, отсюда и кольчуга – она из колечек. Тут же можно вспомнить забавное слово «колобок».

– Ага! – скажут многие, – так это же сложное слово, оно из двух корней! Коло-бок, круглый бок.

На самом деле не так: ни «коло», ни «бок» не имеют к этому слову никакого отношения. Колобок получился из древнерусского слова *колоб* (небольшой хлеб) с помощью суффикса *ок* (так же, как и *голос* – *голосок*). Среди похожих слов часто встречаются так называемые «притворщики».

Давайте посмотрим на четыре пары (пояснения в скобках даны для понимания смысла, поскольку в русском языке большинство слов многозначны):

Кора (дерева) – *корка* (хлеба), *лимон* (фрукт) – *лимонка* (граната), *лава* (вулканическая) – *лавка* (в парке), *булава* (богатыря) – *булавка* (портновская).

В какой из этих пар слова не являются родственниками между собой? Для того чтобы доказать своё мнение, нужно объяснить каждое из слов с помощью его пары. Притворщик не связан со своей парой по смыслу. Попробуем это сделать.

Хотя *корка* пирога и *кора* дуба – разные предметы, однако мы прекрасно представляем, что и то, и другое – верхняя оболочка. *Лимонка* – граната в форме *лимона*, отсюда и название; у *булавки*, подобно *булаве*, есть шарообразная головка, а вот раскалённая *лава* только притворяется, что связана с деревянной *лавкой*. Хотя славяне и называли скамейку лавой, лавицей, слово это гораздо древнее, чем позднее заимствование для обозначения горячей массы, вытекающей из жерла вулкана. Сходство этих слов – всего лишь совпадение.

Но это было довольно просто, теперь возьмём группу посложнее:

Волк (зверь) – *волчок* (юла), *пёс* (сторожевой) – *песок* (речной), *кур* (устар. «петух») – *курок* (пистолета), *конь* (вороной) – *конёк* (нам подойдёт и брус, который скрепляет скаты крыши, и приспособление для катания по льду).

Попробуйте установить, для какой пары слов смысловая связь наименее вероятна.

В следующей группе одно слово образовано из двух корней, остальные же только притворяются сложными. Сможете вычислить всех притворщиков? Метод прежний: пытаемся объяснять слова с помощью предполагаемых родственных корней.

Воробей (птица), *соловей* (птица), *моросейка* (дождик), *суховей* (ветер).

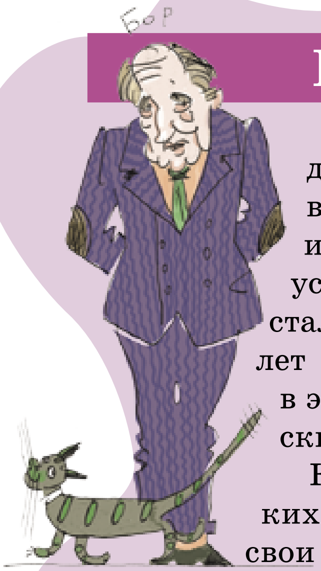
Художник Сергей Чуб

Сергей Федин

БОР, АЛЕКСАНДР МАКЕДОНСКИЙ И АЛЕКСАНДР I

Две из этих историй известны, а одна полностью придумана. Надо догадаться, какая именно. Вычислить её можно по какой-нибудь нелепости, несуразности, спрятанной в тексте. Попробуйте!

БОР



Уже древние греки догадывались, что всё на свете состоит из атомов. А вот как устроены сами атомы, стало ясно лишь сто лет назад. И разобрался в этом гениальный датский физик Нильс Бор.

Как у многих великих людей, у Бора были свои причуды. Так, однажды он повесил на двери своего дома подкову, которая, по приметам, приносит счастье. Один из гостей Бора увидел её и удивлённо спросил:

– Как же так? Вы такой знаменитый физик и верите, что эта дурацкая подкова принесёт вам счастье?

– Конечно, не верю, – ответил Бор. – Но говорят, что она приносит счастье даже тем, кто в неё не верит.

АЛЕКСАНДР МАКЕДОНСКИЙ

Наверное, самый известный царь за всю историю – Александр Македонский, живший больше двух тысяч лет назад. Он завоевал почти полмира и одержал много славных побед над врагами.

В одном заграничном походе царь столкнулся с амазонками – весьма свирепыми и воинственными женщинами. В первом же сражении армия Александра понесла большие потери и была вынуждена отступить. На следующий день должна была состояться решающая битва. Александр не знал, что ему предпринять; в задумчивости он гладил своего любимого кота Ганнибала, названного им в честь другого великого полководца. Кот, конечно, подсказать ничего не мог, но мурлыканье любимого питомца навело Александра на прекрасную мысль.

Утром полчища амазонок вместо македонского войска встречало лишь несколько человек с мешками. Разозлённые амазонки ринулись на них. В ответ те развязали свои мешки и вытряхнули на землю сотни мышей. Мыши с писком бросились врассыпную. Завидя тучи несущихся на них мышей, амазонки в панике побросали оружие и разбежались. Так Александр Македонский одержал свою самую удивительную победу.

АЛЕКСАНДР I

Двести лет назад, во времена Пушкина, в России правил царь Александр Первый. Придворные Александра внимательно следили за тем, с кем царь говорит чаще, а с кем реже, и так определяли его любимчиков.

Один из придворных решил воспользоваться этим. Он был большой шутник и однажды сильно рассмешил царя. Посмеявшись вволю, довольный Александр спросил его:

– Хочу оказать тебе милость. Проси, чего ты хочешь.

Шутник не растерялся и ответил:

– Ваше величество, каждый раз, как во дворце будет бал, подходите ко мне и шепчите на ухо всего лишь два слова: «Ты – осёл!» Вам это будет не трудно.

Царь согласился и с тех пор на каждом балу шептал шутнику, что он – осёл. Все сразу заметили, что царь постоянно о чём-то шепчется с этим придворным, и стали всячески заискивать перед ним.

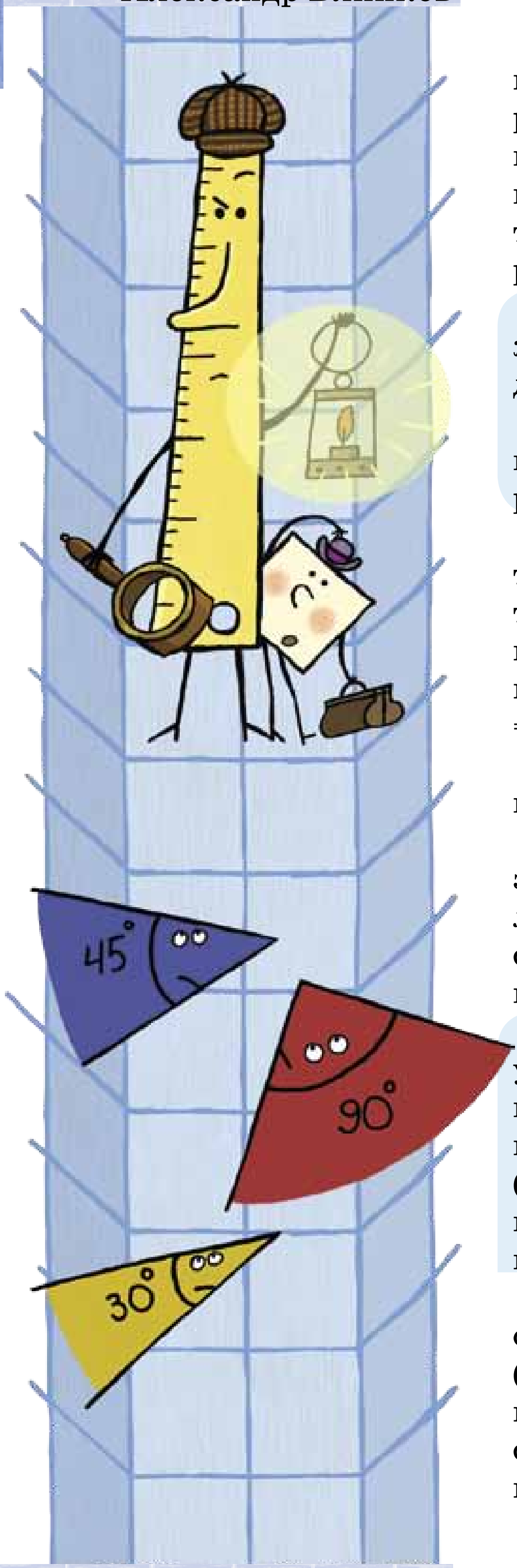
Художник Капыч

Математический кружок

ГЕОМЕТРИЯ НА КЛЕТЧАТОЙ БУМАГЕ

ЧАСТЬ 2

Александр Блинков



Бывают задачи, в которых фигура изображается на необычной «сетке», например, состоящей из равносторонних треугольников. Задачи на таких «клеточках» похожи по способам решения на задачи с обычными клетками, но есть и важные отличия: прямые углы найти труднее, зато на такой сетке легко строить равносторонние треугольники, а значит, и углы величиной 60°.

Задача 1 (*Н.Медведь,* конкурс журнала «Квантик», 2015 год). Найдите величину угла ABC (рис. 1 *а*).

Ответ несложно угадать, а уже затем найти дополнительное построение, которое поможет его обосновать. **Ответ:** 30°.

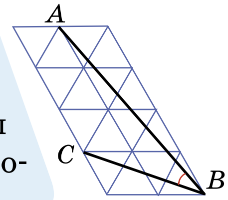


Рис. 1 *а*

Решение. На луче BC отметим точку D так, что $DC = BC$ (рис. 1 *б*). Тогда треугольник ADC – равносторонний, а треугольник ACB – равнобедренный. Так как $\angle ACD = 60°$, то $\angle ACB = 120°$, $\angle ABC = 30°$.

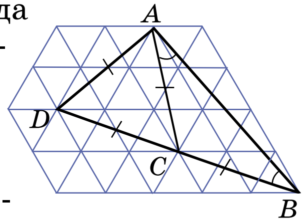


Рис. 1 *б*

Другое решение см. в «Квантике» № 6 за 2015 год.

Вернёмся к обычной клетчатой бумаге и займёмся задачами, связанными с площадями. Конечно, вычислить площадь фигуры, изображённой на клеточках, совсем не сложно, но не всегда такие решения самые короткие и интересные.

Задача 2 (V Московская устная олимпиада 6 – 7 классов). Даны прямоугольники $ABCD$ и $KLMN$ (рис. 2 *а*). Докажите, что площади четырёхугольников $ALCN$ и $BMDK$ равны.

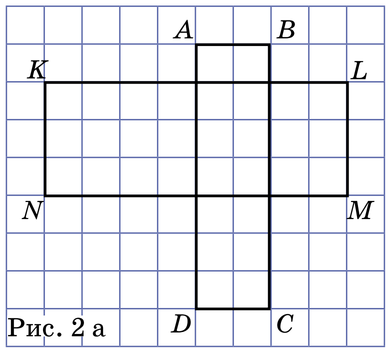


Рис. 2 а

Решение. Построим ещё один прямоугольник: $PQRS$ (рис. 2 *б*, *в*). Тогда площадь каждого из двух интересующих нас четырёхугольников складывается из общей части данных прямоугольников и половины разности площадей $PQRS$ и общей части данных прямоугольников.

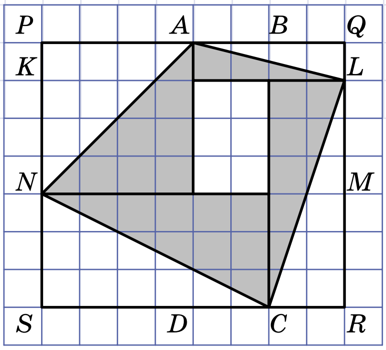


Рис. 2*б*

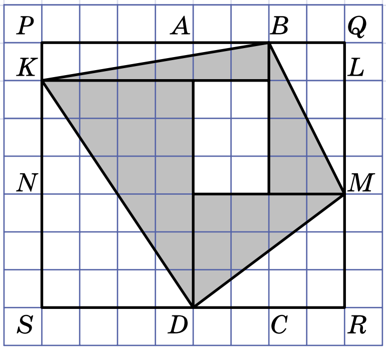


Рис. 2*в*

Эти же чертежи, конечно, дают возможность и подсчитать площадь каждого четырёхугольника. Она равна $(56-6):2+6=31$ клетке.

Но встречаются задачи, для решения которых подсчёт площадей фигур «по клеточкам» вряд ли поможет.

Задача 3 (III Московская устная олимпиада по геометрии, вариация). Дан невыпуклый шестиугольник (рис. 3*а*). Используя только линейку без делений, разбейте его отрезком на две части с равными площадями.

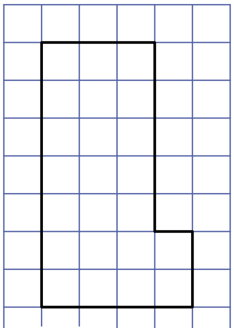


Рис. 3*а*

Решение основано на таком факте: прямая, проходящая через центр симметрии фигуры, делит её на две равные части (а значит, и равные по площади, или, говоря иначе, равновеликие). Но заданная фигура не симметрична, как быть? Разбивать её на симметричные либо дополнять до симметричной!

Разобьём заданный шестиугольник на жёлтый и зелёный прямоугольники, как показано на рисунке 3*б*. Построим диагонали этих прямоугольников, тогда точки O и P их пересечения – центры симметрии прямоугольников. Проведём прямую OP, она разобьёт каждый прямоугольник, а значит, и исходный шестиугольник, на две равновеликие фигуры.

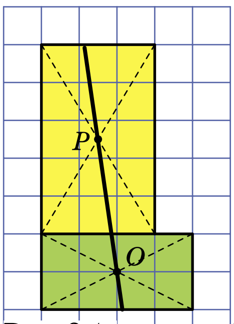


Рис. 3*б*

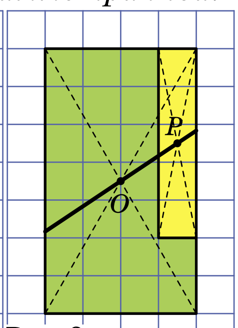


Рис. 3*в*

А можно дополнить заданный шестиугольник до прямоугольника (рис. 3*в*). Докажите, что прямая OP на этом рисунке также даёт нужное разбиение.

Следующая задача – также пример непростого построения, но уже не связанного с площадями.

Задача 4 (*Г. Мерзон*, IX Московская устная олимпиада по геометрии). Лист бумаги имеет вид квадрата размером 2×2 клетки. Используя только линейку без делений и не выходя за пределы листа, разделите диагональ квадрата на шесть равных частей.

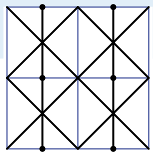


Рис. 4 *а*

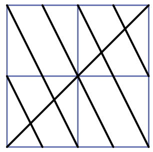


Рис. 4 *б*

Решение. Построим центры клеток, проведя в них диагонали. Соединим центры вертикальными прямыми. Эти прямые пересекут стороны клеток в серединах, отметим их (рис. 4 *а*). Теперь проведём прямые, как показано на рисунке 4 *б*. По теореме Фалеса, они разделят диагональ на равные части.

А вот как подсчёт площади помогает найти длину отрезка на треугольной сетке.

Задача 5 (*А. Бердников*). Найдите длину отрезка AB, если сторона клетки равна 1 (рис. 5 *а*).

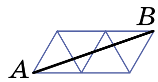


Рис. 5 *а*

Отметив узел C, получим равносторонний треугольник ABC (рис. 5 *б*). Его площадь складывается из центральной клетки и половинок цветных параллелограммов, итого $1+3\cdot\frac{4}{2}=7$ клеток. Пусть сторона треугольника ABC в x раз больше стороны клетки, тогда его площадь больше площади клетки в x^2 раз (подумайте, почему), то есть $x^2=7$. Значит, $AB=\sqrt{7}$.

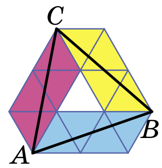


Рис. 5 *б*

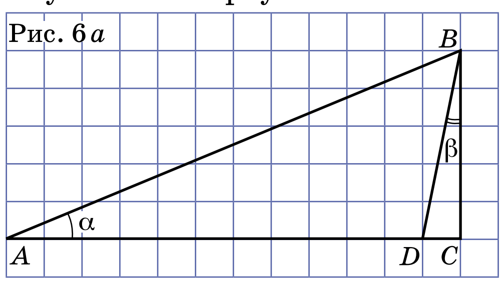
Аналогично можно найти расстояние между любыми узлами треугольной сетки.

При решении следующей задачи тоже потребуются и дополнительные построения, и некоторые вычисления.

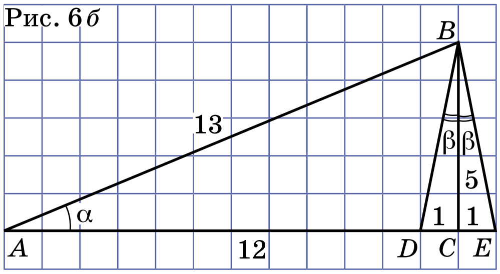
Задача 6. Докажите, что угол α в два раза больше угла β (рис. 6 *а*).

Решение. Заметим, что $AC=12$, $BC=5$. По теореме Пифагора для прямоугольного треугольника ABC $AB^2=AC^2+BC^2=169$, то есть $AB=13$.

Рис. 6 *а*



На луче AC отметим точку E так, чтобы $EC=1$, тогда $AE=13$ (рис. 6 *б*). Значит, треугольники DBE и BAE – равнобедренные, у каждого углы при основании равны. Но эти треугольники имеют общий угол E при основании, то есть имеют общую пару углов. Но тогда оставшиеся углы EAB и EBD тоже равны. Так как угол EBD в два раза больше угла CBD, то $\alpha = 2\beta$.



Отметим, что условие этой задачи можно было дать без «клеточек», просто указав длины отрезков AC, AB, BC и DC. Это замечание – шаг к дальнейшему обсуждению геометрии на клетчатой бумаге, но сначала – очередная порция **задач для самостоятельного решения.**

Задача 7 (*Е. Бакаев,* XIII Московская устная олимпиада 6–7 классов). Найдите величину угла ACB (рис. 7).

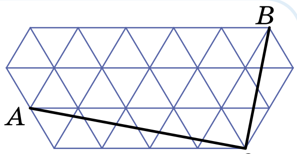


Рис. 7

Задача 8 (*Ф. Романов*, XXXIII турнир имени М. В. Ломоносова). Используя только линейку без делений, разделите отрезок AB на рисунке 8 на три равные части.

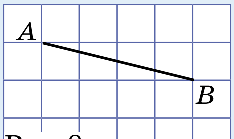


Рис. 8

Задача 9. Отметьте на клетчатой бумаге 12 точек, лежащих на одной окружности.

Задача 10 (*В. Произволов*). Дан шестиугольник $ABCDEF$ (рис. 9). Докажите, что его площадь в два раза больше площади треугольника ACE.

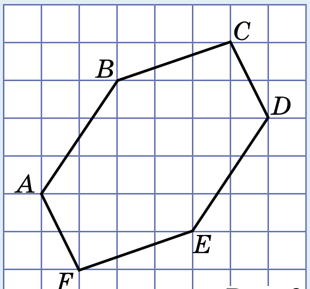
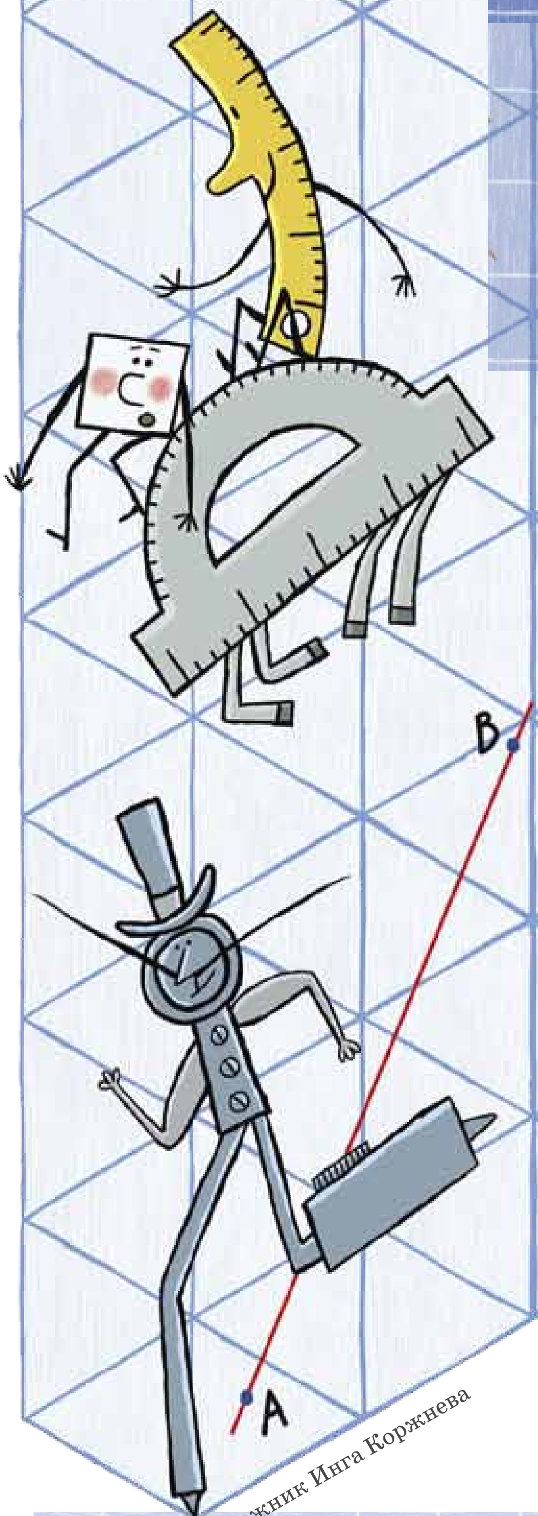


Рис. 9

Задача 11 (*В. Произволов*). Используя только линейку без делений, постройте на клетчатой бумаге квадрат, площадь которого составляет $\frac{4}{5}$ клетки.

Задача 12* (*А. Блинков*, *Ф. Романов*, Московская математическая регата, 9 класс, 2011 год). Существует ли треугольник с вершинами в узлах клетчатой бумаги, у которого центры вписанной и описанной окружностей, а также точки пересечения медиан и высот тоже лежат в узлах?



Художник Инга Коржнева

Борис Дружинин

Прогулка в космосе

К Вове прибежала, размахивая газетой, взволнованная Лиза.

– Смотри! Читай! – закричала она с порога. – Это же специально для тебя!

– Но здесь же ни слова по-русски, – Вова повертел газету в руках. – «Maily Emaily» я как-нибудь прочитать могу, а ещё чего занимательного?

– Ладно, я тебе переведу, – сжалилась Лиза. – Вот, смысл такой: британские учёные объявили всемирный конкурс роботов. Первый приз – недельная экскурсия на международную космическую станцию.

– И чего Квантик на конкурсе делать будет? – Вова энергично зачесал затылок. – Опять костёр в котелке с водой разводить?

– Зря мы, что ли, с Квантиком возились? – возразила Лиза. – Вспомни, сколько книжек он прочитал. А костры его там разводить не заставят. Задачки разные – это другое дело. А поскольку чемпиона – а им без сомнения будешь ты – в космос отправят, то роботу надо побольше про этот самый космос узнать.

Уговорила Лиза. Вова решился сопровождать Квантика на всемирный чемпионат роботов. Но путь туда оказался тяжёлым. И действительно, сначала Квантику пришлось стать победителем городских соревнований, потом областных и наконец всероссийских. В комнате Вовы на стене появились в рамках за стеклом грамоты и дипломы, подтверждающие уникальные способности сделанного им робота.

И вот Квантик в сопровождении своего создателя Вовы и переводчицы Лизы прибыл в самый научный город Англии – Кембридж. До открытия конкурса ещё оставалось время, и друзья отправились побродить по городу, посмотреть на его достопримечательности. Первым делом они посетили знаменитый Кембриджский университет, где в своё время учился и работал сам сэр Исаак Ньютон.

– А ведь в Англии любят поиграть в теннис, – неожиданно припомнил Вова. – Вдруг роботам предложат сразиться в него? Давай Квантика потренируем.

Друзья купили ракетки, но корта поблизости не нашлось, и они принялись обучать робота премудростям игры в тихом безлюдном переулке. И тут как из-под земли перед ними возник полисмен и попросил проследовать за ним в участок. Там ребятам объяснили, что в славном городе Кембридже действует закон, запрещающий играть на его улицах в теннис. Но когда полисмены узнали, зачем ребята прибыли в их город, то сменили гнев на милость и пожелали успешного выступления.

И вот соревнования начались. Наш робот уверенно проиграл все партии в теннис и занял последнее 11-е место. Вова впал в отчаяние – ведь он так и не познакомил Квантика с этой увлекательной игрой. Но после бега на 1 милю Квантик в общем зачёте поднялся повыше и уже занимал 6-е место. От заплыва на 100 ярдов организаторы благоразумно отказались.

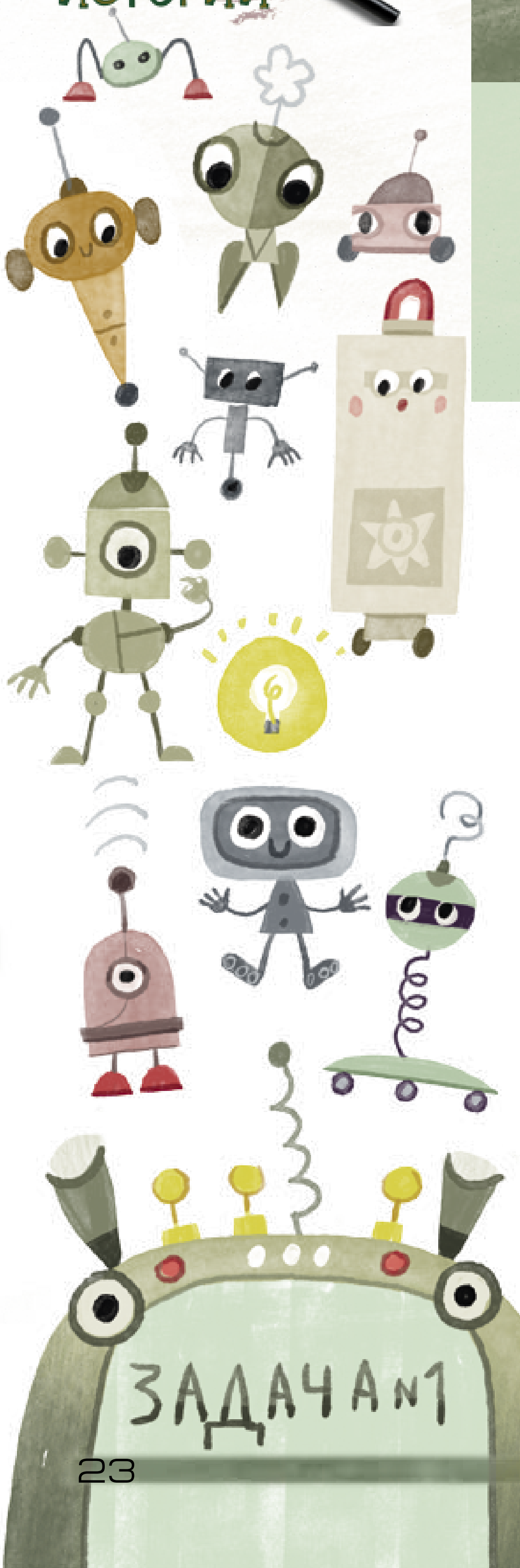
Настал черёд интеллектуальных заданий. Первое гласило: «Назовите ближайшую к нам звезду». Шестёрка роботов, порывшись в своей бездонной памяти, назвала таковой Альфу Центавра. Четыре робота на это возразили, дескать, невидимая невооружённым глазом маленькая звёздочка Проксима чуть к нам ближе, всего на какой-нибудь триллион километров. Но правильно ответил только Квантик и сразу поднялся на третье место.

Как называется ближайшая к нам звезда?

В качестве следующего испытания предложили такую задачку.

На высоте 250 километров вращается вокруг Земли космическая станция. Туда с Земли отправили космонавта массой 60 килограмм. Вопрос: сколько весит этот космонавт на космической станции?

Восемь роботов сразу ответили, что космонавт так и будет весить те же 60 килограмм. Английский робот попросил перевести килограммы в привычные ему фунты. Потом он быстро перевёл 132 фунта в единицы силы и заявил, что космонавт будет весить



546 ньютонов. Робот из США поинтересовался, сколько миль составляют 250 километров, после чего заявил, что земное притяжение на высоте 156 миль меньше на 7% , поэтому космонавт будет весить 508 ньютонов. А Квантик благодаря своему ответу вышел на первое место.

Что ответил Квантик?

Организаторы конкурса не обманули, и вскоре Вова отправился на космодром.

– Хорошо там себя веди, – напутствовала его Лиза. – Космическая станция – это тебе не детский сад или школа. Сломаешь чего-нибудь – и всё, обратно уже не вернёшься.

– Не волнуйся, – успокоил её Вова. – Там же невесомость, так что если даже захочешь, ничего сломать не получится.

Через неделю на космодроме друзья встречали Вову. Увы, он появился с закованным в гипс сломанным пальцем и синяком под глазом.

– Ты там что, с инопланетянами подрался? – рассмеялись его друзья.

– Нет. Я на экскурсию в открытый космос выходил, – объяснил Вова. – А тут как раз сигнал поступил «обедать». Я от радости двигатель у скафандра чуть сильнее, чем надо, включил, ну и врезался в переходной отсек. Палец сломал и синяк получил.

– Ну и здоров же ты сочинять! – ещё больше рассмеялся самый главный отличник. – Ты же сам перед полётом рассказывал про невесомость, так что ты там ничего не весил и сломать палец никак не мог.

– Мог, – заступилась за товарища Лиза. – Он вообще может сломать что угодно и где угодно. Я ему верю! Хорошо хоть космическая станция уцелела.

Кто прав – отличник или Лиза?

А приключения робота Квантика продолжались.

Художник Ольга Демидова

Александр Жуков

Озадаченный Костя

Костя собрался поступать в заочную физико-математическую школу и для тренировки стал разыскивать и решать вступительные задачи, предложенные в прежние годы[1]. Одна из них вызвала у него особый интерес.

Условие задачи.

Лена загадала число: 1, 2 или 3. Костя хочет отгадать это число. Ему разрешается задать Лене один вопрос, на который Лена отвечает либо «да», либо «нет», либо «не знаю». Приведите пример вопроса, получив ответ на который, Костя смог бы однозначно определить загаданное Леной число.

– Ну и дела! – воскликнул Костя. – Меня как раз зовут Костей, а мою младшую сестру – Леной. Получается, эта задача прямо-таки про нас придумана!

Естественно, он не мог подойти к такой особенной задаче традиционно и собрался не только найти несколько различных решений, но и проверить их экспериментально: предложить сестре задумать число, а потом задать придуманные вопросы и убедиться в своей правоте.

После нескольких часов утомительных рассуждений Костя имел все основания гордиться собой: он сумел сформулировать аж четыре принципиально различных варианта!

Первый вариант был таков:

– Допустим, я сам задумал некоторое *нечётное* число. Поделится ли без остатка моё число на твоё?

Подумаем, что должна ответить Лена. Если она задумала 1, то, незави-

[1] Рассматриваемая далее задача – реальная, действительно вошедшая в перечень задач вступительной работы на заочное отделение Малого мехмата МГУ в 2009 г. Была одновременно опубликована в различных журналах в начале 2009 г.

симо от Костиного числа, его число поделится на 1 (ведь на единицу делятся *все* целые числа!). Поэтому здесь Лена должна ответить «да». Если же Лена задумала 2, то можно гарантировать, что Костино число на Ленино не поделится, потому что его число, как он заранее объявил, заведомо нечётное. Значит, в этом случае Лена ответит «нет». Ну и, наконец, если Лена задумала 3, то всё зависит от Костиного числа: например, 9 делится на 3, а 5 – нет. Следовательно, ответом Лены будет «не знаю».

Второй вариант Костиного вопроса:

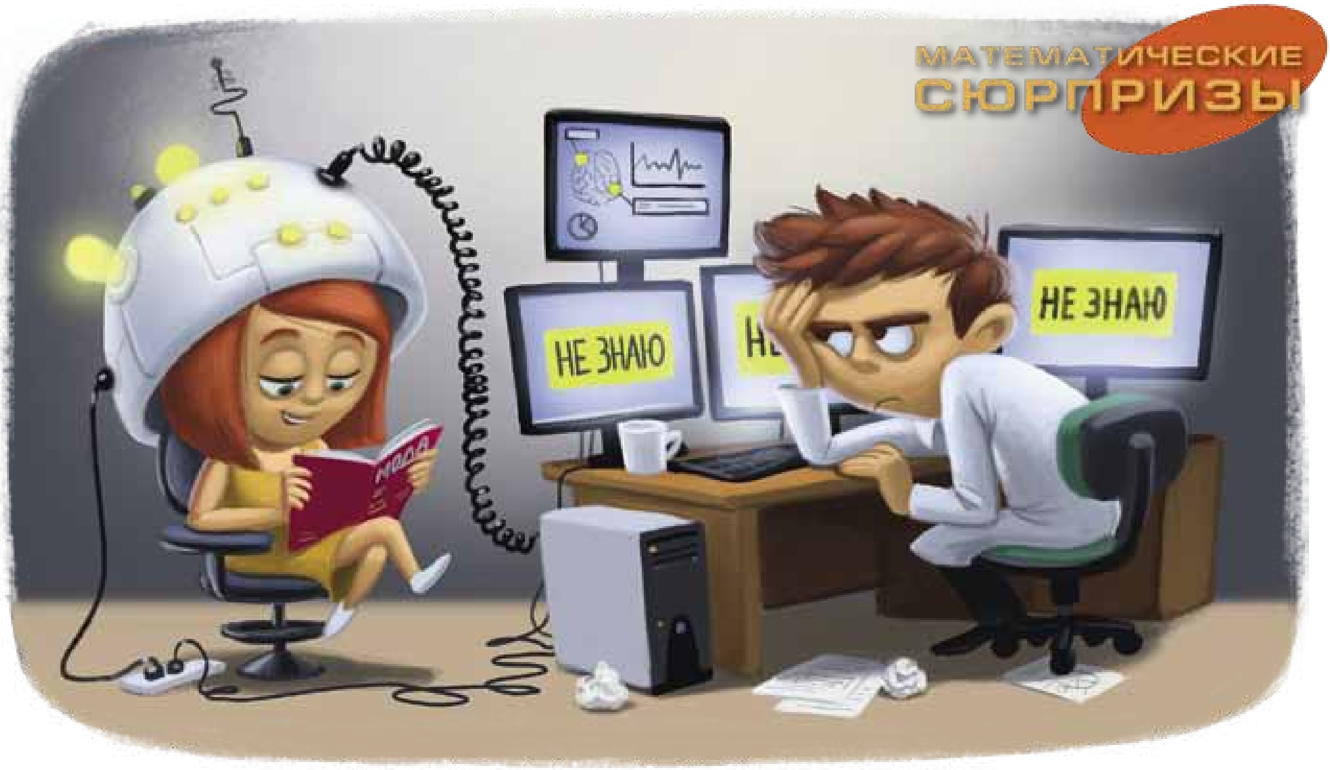
– Если я выберу одно из двух оставшихся чисел, то будет ли оно меньше того числа, которое ты задумала?

И здесь всё понятно. Если Лена выбрала 1, то Костя может выбрать либо 2, либо 3. В любом случае это число окажется больше 1. Поэтому Лена скажет «нет». Если, наоборот, Лена выбрала 3, то Костя может выбрать либо 1, либо 2, и его число будет уж точно меньше 3. Так что Лена скажет «да». А вот если Лена задумала среднее число 2, то исход всецело зависит от Костиного числа (1 или 3), и оно может быть как больше, так и меньше Лениныного. Значит, её ответ – «не знаю».

Третий вариант:

– Если мы обозначим задуманное тобой число через x, то будет ли число $\frac{2}{x-1}$ чётным?

Здесь Костя сам ничего не задумывает, и результат вроде бы предопределен. Но не тут-то было! Рассмотрим возможные варианты для удобства в обратном порядке. Если Лена задумала 3, то $\frac{2}{x-1}=\frac{2}{3-1}=\frac{2}{2}=1$ – число нечётное. Стало быть, Лена ответит «нет». При задуманной двойке будет



$\frac{2}{x-1}=\frac{2}{2-1}=\frac{2}{1}=2$, и Лена скажет «да». Ну, а если задумано число 1? Тогда $x-1=0$, и придется делить на ноль! Это вообще недопустимо, и уж тем более никто не в состоянии сказать, чётное или нечётное число получится в результате такого запрещенного действия. Так что Лена будет вынуждена сказать «не знаю».

Но больше всего Косте понравился *четвёртый вариант*:

– Давай договоримся, что если ты задумала 1, то ты скажешь «да», если 2 – то «нет», а если 3 – то «не знаю». Ну-ка, ответь, что ты задумала?

Здесь всё совершенно понятно и комментариев не требует.

Костя был так горд своими успехами, что не выдержал и составил таблицу, где указал для всех вариантов вопросов и ответов задуманное число:

Вариант вопроса	**Ответ**		
	да	*нет*	*не знаю*
Первый	**1**	**2**	**3**
Второй	**3**	**1**	**2**
Третий	**2**	**3**	**1**
Четвёртый	**1**	**2**	**3**

После столь основательной теоретической подготовки Костя позвал Лену и провёл «рабочие испытания» своих изысканий. Он попросил Лену задумать одно из трёх чисел (1, 2 или 3), а потом по очереди задал все 4 вопроса, заглядывая тайком в таблицу, чтобы удостовериться в своей прозорливости.

Результат потряс Костю: на все вопросы Лена ответила «не знаю»!

Костя был ошарашен и поначалу не смог сказать ни слова. Потом он, правда, сумел объяснить такие ответы Лены и даже верно назвал число, которое она задумала. А читатель сумеет?

Художник Максим Калякин

Волшебный кошелёк

Есть такая забавная игрушка, похожая с виду на кошелёк. На деле это просто две прямоугольные картонки, хитро соединённые ленточками. Как игрушка работает? Кладём в «кошелёк» полоску бумаги, почти доходящую до краёв картонки (рис. 1), и закрываем его (рис. 2).

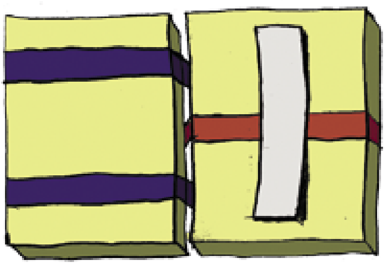


Рис. 1

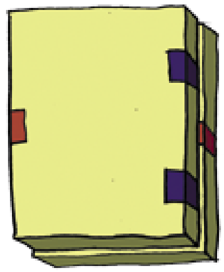
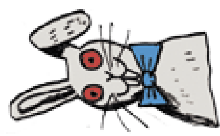


Рис. 2



Поколдовав над ним, как полагается порядочным трюкачам, открываем кошелёк… и обнаруживаем бумажку в совершенно другом месте (рис. 3)! После ещё одной такой процедуры бумажка не возвращается из-под лент наружу, а залезает под другие ленты (рис. 4). Как дальше кошелёк ни крути, бумажка обратно из-под полос не вылезает, только между ними перемещается.

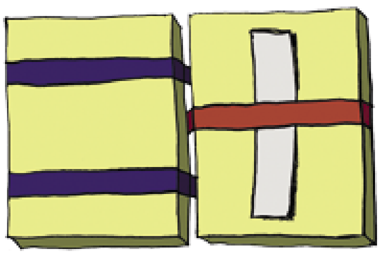


Рис. 3

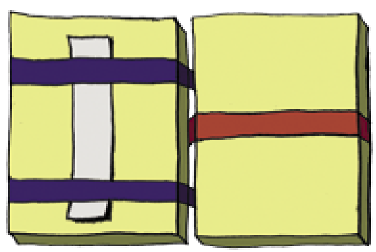


Рис. 4

Собирать такой кошелёк по готовой инструкции скучно. Гораздо интереснее самому поломать голову над тем, как же должен быть устроен волшебный кошелёк, чтобы можно было исполнять описанный трюк.

Художник Артём Костюкевич

НАШ КОНКУРС («Квантик» № 8)

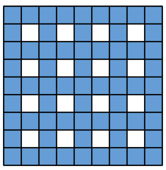
36. *В поход пошли 10 человек, младше всех остальных был Гриша. Он нашёл сумму возрастов остальных участников похода и поделил на сумму возрастов всех десяти человек. Мог ли Гриша получить число меньше, чем 0,9?*

Ответ: не мог.

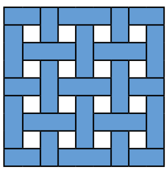
Пусть a – возраст Гриши, s – сумма возрастов остальных, S – сумма возрастов всех, то есть $S=a+s$. Если мы поделим возраст Гриши на сумму всех десяти возрастов, то получим число, не большее $\frac{1}{10}$, так как Гриша самый младший: $\frac{a}{S}\leqslant\frac{1}{10}$.

Гриша нашёл дробь $\frac{s}{S}$. Если к ней прибавить $\frac{a}{S}$, получится $\frac{a+s}{S}=\frac{S}{S}$, то есть единица. Но мы прибавили число, не большее $\frac{1}{10}$, а значит, найденная Гришей дробь не меньше $\frac{9}{10}$.

37. *Разрежьте нарисованную синюю клетчатую фигуру на несколько клетчатых прямоугольников так, чтобы среди них было как можно меньше квадратиков из одной клетки.*



Пример разрезания приведён на рисунке.



38. *Квантик и Ноутик показывают такой фокус. Зритель задумывает любые два разных целых числа от 1 до 25 и сообщает их только Ноутику. После этого Ноутик называет Квантику какие-то другие два числа от 1 до 25 (отличные от задуманных), и Квантик тут же угадывает задуманные зрителем числа. Предложите способ, как могли бы действовать Квантик и Ноутик, чтобы фокус всегда удавался.*

Расположим мысленно числа от 1 до 25 по кругу. Тогда если зритель загадал два не соседних числа A и B, пусть Ноутик называет число, идущее следом за A, и число, идущее следом за B (по часовой стрелке). Если же зритель загадал два соседних числа, пусть Ноутик указывает на следующие два соседних числа (по часовой стрелке). Зная эти правила, Квантик легко восстановит задуманные зрителем числа.

39. *а) На одной из сторон прямоугольника выбрали любую точку и соединили с вершинами противоположной стороны. Получился треугольник (синий на рисунке 1). Докажите, что площадь этого треугольника равна половине площади прямоугольника.*

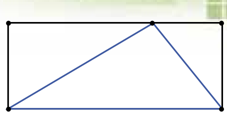


Рис.1

б) На рисунке 2 изображены два прямоугольника – один нарисован синим карандашом, а другой – красным. Докажите, что площади этих прямоугольников равны.

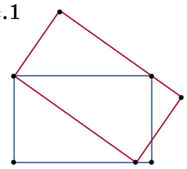
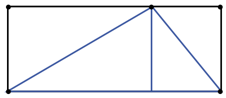
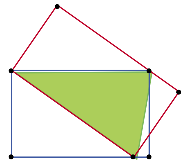


Рис.2

а) Опустим из выбранной точки перпендикуляр на противоположную сторону треугольника. Наш прямоугольник разобьётся на два, причём две из сторон треугольника будут диагоналями этих прямоугольников, а значит, поделят их пополам.



б) Рассмотрим зелёный треугольник на рисунке. По предыдущему пункту его площадь равна как половине площади синего прямоугольника, так и половине площади красного. Значит, площади прямоугольников равны.



40. *Пока Лиза и Вова, стоя на эскалаторе метро, поднялись наверх, их неутомимый друг Квантик на спор успел подняться, спуститься и снова подняться по этому же (едущему вверх) эскалатору. Бежал Квантик всё время с одной и той же скоростью. Во сколько раз эта скорость больше скорости эскалатора?*

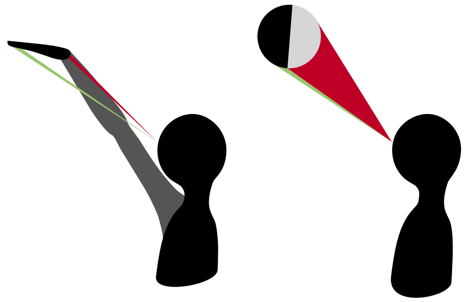
Примем длину исходного эскалатора за 1. Мысленно удлиним эскалатор в два раза. Тогда можно представить себе ситуацию так: Квантик добежал до конца эскалатора, а потом вернулся к его середине и там встретился с Лизой и Вовой.

Всё происходит на едущем эскалаторе, который одинаково смещает и Лизу с Вовой, и Квантика. С точки зрения эскалатора, Квантик отбежал на какое-то расстояние от неподвижных Лизы и Вовы, а потом вернулся к ним, и бежал всё время с одной скоростью. Поэтому время убегания Квантика от Лизы и Вовы равно времени его возвращения к ним. Значит, когда Квантик развернулся и побежал обратно, Лиза и Вова проехали половину пути до места встречи, то есть были на середине исходного эскалатора (не удвоенного). Квантик на этот момент пробежал (с помощью эскалатора) расстояние 2, а эскалатор продвинулся на $1/2$. Значит, без помощи эскалатора Квантик пробежал бы расстояние $2-1/2=3/2$, то есть в три раза больше, чем проехал эскалатор. Значит, скорость Квантика в три раза больше скорости эскалатора.

НЕБЫВАЛАЯ ЛУНА («Квантик» № 9)

Ноутик мог рассуждать так: раз на картине ночь, то Солнце должно быть ниже горизонта и, значит, Луна им должна быть освещена снизу, а не сверху. Тут ошибки нет. Но из того, что теневая часть Луны выше освещённой, не следует, что она окажется выше в *нашем поле зрения.*

Чтобы лучше понять этот момент, сделайте такой опыт. Вытяните руку как на рисунке. Хотя пальцы ладони *выше* её основания, в вашем поле зрения пальцы *ниже* запястья (зелёный луч ниже красного). Заменяя мысленно ладонь на далёкую Луну так, что пальцы соответствуют теневой стороне, а запястье – освещённой, вы получите пример Луны из задачи. Она ночная (освещённая сторона наклонена вниз, Солнце под горизонтом), но при этом мы видим теневую её сторону ниже освещённой.



ШКОЛЬНАЯ АЛГЕБРА В ДРЕВНЕМ ВАВИЛОНЕ

1. 12 и 5. **2.** 15. **3.** 9 и 7. **4.** 7 и 3. **5.** 11 и 5.

«САМАЯ ЛУЧШАЯ» ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ФИГУРА

2. Площадь квадрата равна $L^2/16$, что меньше площади круга, равной $L^2/4\pi$.

3. Окружность – это множество всех точек на плоскости, удалённых от данной точки (центра окружности) на фиксированное ненулевое расстояние.

Круг – это множество всех точек на плоскости, находящихся от данной точки (центра круга) на расстоянии, не большем заданного ненулевого расстояния.

4. Машина будет двигаться по окружности.

6. Здесь может быть много вариантов ответов, но наиболее широко признан такой: круглая крышка люка не может провалиться внутрь круглого отверстия, как бы её ни крутили. В то же время, например, квадратную или треугольную крышку можно было бы повернуть так, чтобы она прошла в квадратное или, соответственно, треугольное отверстие и провалилась в люк.

7. В принципе сгодилась бы и любая *фигура постоянной ширины*, то есть такая фигура, что в каком положении её в тисках ни зажми, расстояние между губками тисков («ширина» фигуры) будет одно и то же. Простейший пример – треугольник Рело – получается как пересечение трёх кругов, центр каждого из которых лежит на границах других двух.

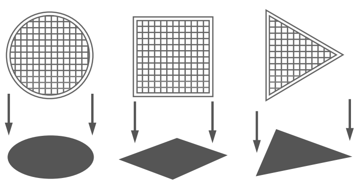


Рис. 1

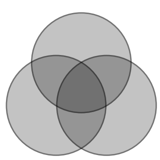


Рис. 2

НАЙТИ ПРИТВОРЩИКА

• *Волчок* издаёт воющие звуки и потому, как считает большинство исследователей, связан с *волком*. Эта связь остроумно обыгрывается в стихотворной сказке Б. Заходера «Волчок». *Курок* напоминает петуха или курицу клевательным движением; *коньки* (и на крышах, и лезвия) изготавливались в виде лошадок. А вот *пёс* и *песок* этимологически не связаны.

• Этимологически *воробья* нельзя связать с *вором*, как и *соловья* – с пением *соло*. Для слова *моросейка* есть однокоренное *моросить*, которое исключает второй корень «сей». А вот *суховей* – действительно слово с двумя корнями.

БОР, АЛЕКСАНДР МАКЕДОНСКИЙ И АЛЕКСАНДР I

История с Александром Македонским – выдумка. Великий полководец по имени Ганнибал действительно существовал, но родился он через 70 лет после смерти Александра Македонского. Кроме того, никаких амазонок не было. Эти женщины-воины существовали лишь в древнегреческих мифах.

ГЕОМЕТРИЯ НА КЛЕТЧАТОЙ БУМАГЕ

Часть 2

7. *Первое решение.* Продлив отрезок BC на его длину за точку C, получим точку D (рис. 1). Тогда AC – высота равностороннего треугольника ABD, то есть угол ACB равен 90°.

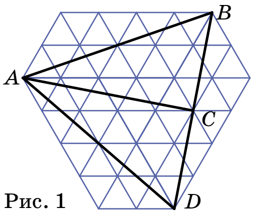


Рис. 1

Второе решение. Угол ACB можно найти, воспользовавшись решением задачи 1: докажите, что он равен углу BAD на рисунке 1б из статьи, который, в свою очередь, равен $60^\circ+30^\circ=90^\circ$.

8. Используем теорему Фалеса, смотрите рисунок 2.

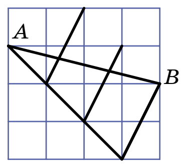


Рис. 2

9. Пример приведён на рисунке 3. Каждая из двенадцати отмеченных точек удалена от точки O на расстояние 5 клеток. Для четырёх точек это видно по линиям сетки, а для остальных восьми – следует из того, что прямоугольный треугольник с катетами 3 и 4 имеет гипотенузу 5 (*египетский треугольник*).

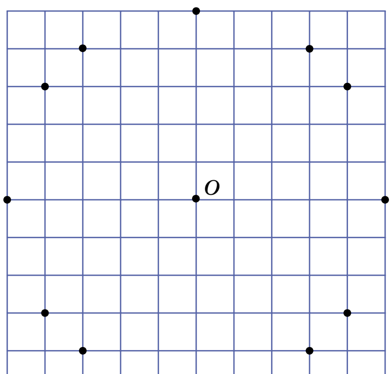


Рис. 3

Замечание. *Это решение позволяет строить окружность на клетчатой бумаге достаточно точно, не используя циркуля. Кроме того, количество точек, лежащих на одной окружности, можно увеличить, например, до 20, если взять лист бумаги побольше. Для этого можно выбрать радиус окружности, равный 25, и воспользоваться тем, что* $25^2 = 15^2 + 20^2 = 7^2 + 24^2$.

10. Отметим точку O (рис. 4). Заметим, что если соединить её с вершинами A, C и E, шестиугольник $ABCDEF$ разобьётся на три параллелограмма (докажите!). Так как диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника, то площадь треугольника ACE равна половине площади шестиугольника $ABCDEF$.

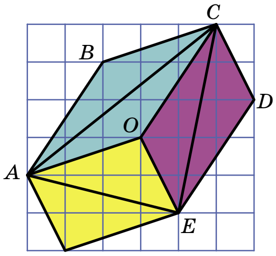


Рис. 4

Замечание. *Точка O – центр симметрии шестиугольника $ABCDEF$.*

11. *Первое решение.* Выберем любой квадрат размера 2×2 и проведём по одной диагонали в каждом из четырех прямоугольников 2×1 (рис. 5а). В центре образуется квадрат (как пересечение двух перпендикулярных полосок одинаковой ширины), он и будет искомым. Действительно, достроим полученную фигуру до «креста» из пяти равных квадратов. Так как площади закрашенных треугольников попарно равны, то площадь «креста» равна площади квадрата 2×2, поэтому площадь любого из квадратов креста равна $\frac{4}{5}$ площади клетки.

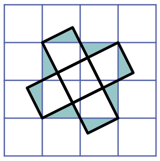


Рис. 5 *а*

Второе решение. Если провести внутри квадрата 6×6 чёрные линии, как показано на рисунке 5б, получится квадрат, разбитый на 25 маленьких квадратиков (докажите!). Площадь исходного квадрата равна 36. Площадь каждого закрашенного треугольника равна 4, как у половинки прямоугольника 4×2. Значит, площадь построенного квадрата равна $36 - 4 \cdot 4 = 20$. А площадь каждого маленького квадратика равна $\frac{20}{25} = \frac{4}{5}$.

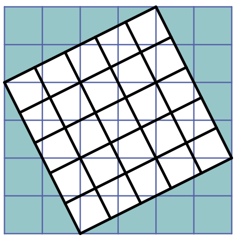


Рис. 5 *б*

12. Любой треугольник с вершинами в узлах и целыми сторонами можно увеличить в некоторое число раз так, что условия задачи будут выполнены. Для примера возьмём треугольник ABC из задачи 6.

Из решения задачи 6 мы знаем, что угол BAC в два раза больше угла DBC (рис. 6). Значит, биссектриса угла BAC проходит через точку K на рисунке (поскольку треугольники KAL и DBC равны), и далее проходит через точку O (которая на 5 клеток правее и на одну выше точки K – так же, как точка K на 5 клеток правее и на одну выше точки A).

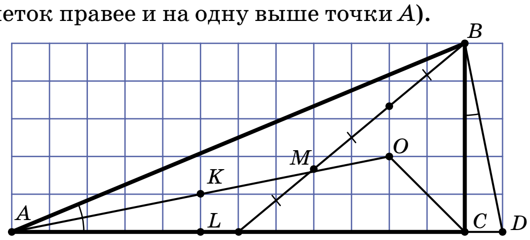


Рис. 6

Очевидно, что O лежит и на биссектрисе угла BCA, поэтому O – точка пересечения биссектрис треугольника ABC, а значит, и центр окружности, вписанной в этот треугольник.

Пересечение высот – это точка C, она в узле.

Центр описанной окружности прямоугольного треугольника – это середина его гипотенузы. Чтобы эта точка попала в узел решётки, достаточно увеличить наш треугольник в 2 раза (подумайте, почему).

Медианы треугольника делятся их точкой пересечения M в отношении 2:1, считая от вершины. Концы медианы, выходящей из вершины B, лежат в узлах. Тогда, увеличив треугольник в три раза, мы получим, что точка M, отделяющая от медианы треть, тоже попадёт в узел. Значит, если увеличить треугольник в 6 раз, все нужные точки попадут в узлы!

ПРОГУЛКА В КОСМОСЕ

• Ближайшая к нам звезда – Солнце.

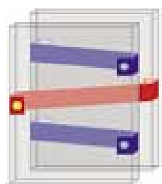
• На космической станции космонавт находится в состоянии невесомости, он ничего не весит.

• Права Лиза. Мы ощущаем удар, когда сталкиваемся с каким-нибудь предметом. Вова вполне мог столкнуться с космической станцией и сломать об неё палец. Если вы вдруг упадёте (лучше не надо) с дерева, то в полёте будете в состоянии невесомости по причине отсутствия опоры или подвеса, но контакт с твёрдой поверхностью будет весьма ощутимым. Можете и синяк заработать, и палец сломать.

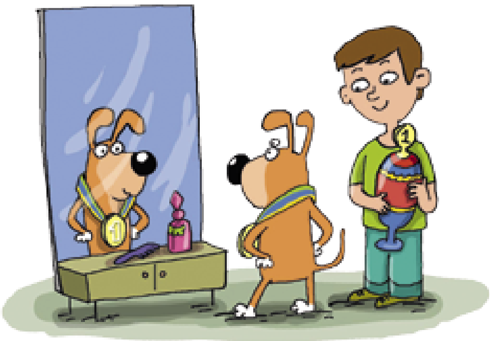
ОЗАДАЧЕННЫЙ КОСТЯ

Костиной сестрёнке Лене всего четыре годика, и из списка предложенных вопросов она с трудом смогла понять только последний. На первые три вопроса она честно ответила «не знаю», поскольку действительно не знала, что там получится (да и вообще, о чём идёт речь). И лишь последний ответ позволяет определить, что она задумала число 3.

ВОЛШЕБНЫЙ КОШЕЛЁК



Устройство кошелька показано на рисунке. Ленточки прикреплены к картонкам в местах, отмеченных точками. Основа фокуса состоит в том, что такой кошелёк из закрытого состояния можно перевести в открытое двумя способами – и отложив верхнюю картонку вправо, и отложив её влево. Как с помощью этого проделать описанный трюк – сообразите сами.



Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **конкурсе**.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 ноября по электронной почте **kvantik@mccme.ru** или обычной почтой по адресу:

119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный адрес.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Итоги будут подведены в конце года. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик», научно-популярные книги и диски.

Желаем успеха!

X ТУР

46. Хулиган Семён, любимое число которого – семь, забрался ночью через окно в гостиницу «Караван-Сарай» и с дверей всех номеров снял семёрки. Утром Семёна поймал полицейский Пронькин, который заявил, что за каждую снятую цифру полагается платить штраф в размере одного доллара. Сколько долларов придётся заплатить Семёну, если в гостинице 1000 номеров и они нумеруются подряд, начиная с 1?

НАШ КОНКУРС

ОЛИМПИАДЫ

Авторы задач: Дима Ботин (46, 47), Сергей Федин (48), Александр Шаповалов (49)

47. Ученик Рома, который любит рисовать, начертил на асфальте треугольник. Ученик Вова, который любит измерять высоты треугольников, заметил, что у начерченного Ромой треугольника все высоты меньше 1 см. Ученик Петя, который любит измерять периметр фигур, обнаружил, что периметр треугольника Ромы больше 2000 см. Учительница Марьиванна, услышав это, заявила, что кто-то из ребят наверняка соврал. Права ли Марьиванна?

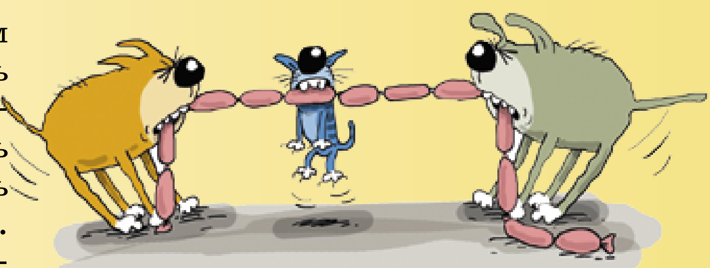
48. У питона Капитона
Вес четыре с *лишним* тонны.
Мается питон от колик,
Лишнее – костлявый кролик,[1]
В килограммах весит он,
Сколько в тоннах Капитон.
Сколько весили в тот вечер
Кролик и питон ДО встречи?[2]

[1]То есть вес питона больше четырёх тонн как раз на вес кролика.

[2]Всё, о чём говорится в первых шести строчках стихотворения, происходит ПОСЛЕ встречи, то есть кролик находится уже внутри питона.

49. Имеется 18 прямоугольников размером 2×1. Проведите в каждом из них одну из диагоналей и сложите из получившихся прямоугольников квадрат размером 6×6 так, чтобы концы диагоналей нигде не совпали.

50. Двадцать сосисок и десять сарделек соединены в цепочку в произвольном порядке. Две собаки хотят перекусить цепочку в нескольких местах соединений так, чтобы можно было поделить получившиеся части поровну (по десять сосисок и пять сарделек каждой собаке). Какого наименьшего количества перекусываний им заведомо хватит?



Художник Николай Крутиков

ДРЕВНЕЕ *приспособление*

По легенде, в Древнем Египте использовалась верёвка с 13 равноотстоящими узелками. Объясните, как она могла использоваться и для чего.

Художник Инга Коржнева