№ 5 | май 2017

Издаётся Московским центром непрерывного математического образования

e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ

КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№5 ЮПИТЕР

май 2017

ЗАДАЧИ ПРО КОЛЁСА

ВОДОЛАЗ ДВОЙНОГО ДЕЙСТВИЯ

ПРОДОЛЖАЕТСЯ

ПОДПИСКА НА II ПОЛУГОДИЕ 2017 ГОДА

Подписаться на журнал «КВАНТИК» вы можете
в любом отделении связи Почты России и через интернет

КАТАЛОГ «ГАЗЕТЫ. ЖУРНАЛЫ» АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ»

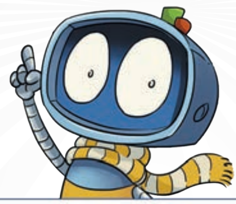
Самая низкая цена на журнал!

Индекс 84252
для подписки на несколько месяцев или на полгода

«КАТАЛОГ РОССИЙСКОЙ ПРЕССЫ» МАП

По этому каталогу также можно подписаться на сайте **vipishi.ru**

Индекс 11346
для подписки на несколько месяцев или на полгода



ЖУРНАЛ КВАНТИК ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

- Жители дальнего зарубежья могут подписаться на сайте **nasha-pressa.de**
- Подписка на электронную версию журнала по ссылке **pressa.ru/magazines/kvantik#**
- Подробнее обо всех способах подписки читайте на сайте **kvantik.com/podpiska.html**

Кроме журнала редакция «Квантика» выпускает альманахи, плакаты и календари загадок

Подробнее о продукции «Квантика» и как её купить, читайте на сайте kvantik.com

Теперь у «Квантика» есть свой интернет-магазин – **kvantik.ru**

www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
facebook.com/kvantik12
vk.com/kvantik12
twitter.com/kvantik_journal
ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 05, май 2017 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор: С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, В. А. Дрёмов, Е. А. Котко, И. А. Маховая, А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов
Художественный редактор и главный художник: Yustas-07
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Мария Усеинова

Учредитель и издатель:
Негосударственное образовательное учреждение «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com
Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:
▪ Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индексы **84252** и **80478**)
▪ «Каталог Российской прессы» МАП (индексы **11346** и **11348**)
Онлайн-подписка по «Каталогу Российской прессы» на сайте **vipishi.ru**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84х108/16
Тираж: 6000 экз.
Подписано в печать: 16.04.2017
Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ООО «ИПК Парето-Принт»,
Адрес типографии: 170546, Тверская обл., Калининский р-н, с/п Бурашевское, ТПЗ Боровлево-1, 3«А»
www.pareto-print.ru
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986

6+ ЕАС

СОДЕРЖАНИЕ

Валерия Сирота

ЮПИТЕР

Масса	318 масс Земли
Радиус	11 радиусов Земли
Расстояние до Солнца	5,2 а.е. (1 а.е. = 150 млн км)
Период обращения вокруг Солнца	12 земных лет
Период вращения вокруг оси	10 часов
Спутники	Известно 67, из них 4 крупных

Вот мы и покинули уютные, хорошо освещённые внутренние области Солнечной системы, где от одной планеты до другой можно долететь за считанные месяцы, да и сами планеты, что ни говори, всё-таки похожи на Землю. Здесь, за поясом астероидов, всё иначе: огромные планеты-гиганты, рядом с которыми наша Земля выглядела бы совсем крошечной, от одной планеты до другой – годы пути. Солнце, хоть по-прежнему яркое, кажется отсюда очень маленьким. И греет оно на расстоянии 5 а.е. в 25 раз слабее, чем на Земле.

Юпитер – первая на нашем пути от Солнца и самая большая в Солнечной системе планета-гигант. Он в 2,5 раза тяжелее, чем все остальные планеты, вместе взятые, и всего в 1000 раз легче Солнца. Эх, если бы он в детстве больше кушал – и набрал весу ещё в 50 – 70 раз больше – он тоже смог бы стать звездой! Но «еды» ему не хватило. Зато размер у него – почти как у маленьких звёзд. И даже не став звездой, Юпитер всё-таки излучает в виде тепла – инфракрасного излучения – в полтора раза больше энергии, чем он получает от Солнца. Откуда берётся избыток? Скорее всего, от остывания вещества в глубине планеты. По мере остывания Юпитер «проседает», уплотняется, и размер его уменьшается на 2 см каждый год. Говорят, когда Юпитер только образовался, он был ещё в 2 раза больше (и гораздо горячее), чем сейчас!

Из-за большого размера, несмотря на огромную массу, притяжение на поверхности Юпитера совсем не такое уж сильное: стоя там, мы весили бы всего в два с половиной раза больше, чем на Земле. Только вот стоять там не на чем! У Юпитера вообще нет твёрдой поверхности. И даже жидкой нет. Это потому, что он состоит (как и остальные планеты-гиганты, как, кстати, и Солнце, и все «нормальные» звёзды) в основном из водорода.

В обычных земных условиях водород – газ; если его сильно сжать, он превратится в жидкость – но не «скачком», как пар конденсируется в воду (тут пар, там вода, не перепутаешь), а плавно, постепенно.[1] Чем глубже в недра Юпитера – тем больше давление: верхние слои давят на нижние. Поэтому водородная атмосфера плавно, без всякой резкой границы, переходит в водородный «океан».

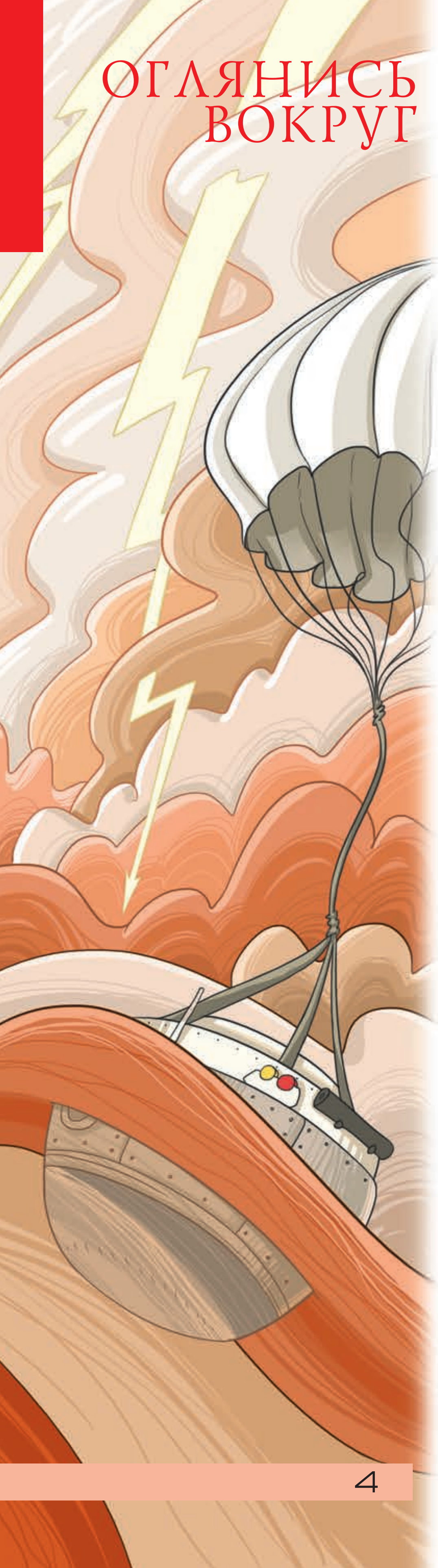
Нет, вы не подумайте – тяжёлые атомы, такие, из которых состоят наши камни, там тоже есть. Но их очень мало по сравнению с водородом, и они давно «утонули» на дно этого водородного океана – при взгляде снаружи от них и следа не сыскать. Зато видно немного гелия (примерно 1/10 всех атомов) и чуть-чуть азота (в соединениях с водородом – молекулах аммиака и аммония) и углерода (в молекулах метана).

Чтобы как-то всё-таки ориентироваться на Юпитере, договорились считать «поверхностью» границу непрозрачных облаков. От неё отсчитываются высо́ты и глуби́ны. По счастливому стечению обстоятельств, как раз на этом уровне давление такое же, как атмосферное давление на поверхности Земли. А температура – пониже, чем у нас: –80 °C. Но чем глубже – тем теплее! На глубине 130 км давление уже 24 атмосферы, а температура 150 °C.

Как ни странно, мы это знаем довольно точно. А всё потому, что космическая станция «Галилео» не только летала 8 лет вокруг Юпитера и изучала его со всех сторон, но даже отправила на него зонд – спускаемый аппарат. Прежде чем этот зонд утонул и расплавился в водородном океане, он как раз до глубины 130 км передавал по радио результаты своих измерений.

Что там дальше, глубже 130 км – мы можем только догадываться. Наверно, ещё ниже атомы водорода так близко прижимаются давлением друг к другу, что их электроны отрываются от своих ядер и начинают свободно «гулять» от одного ядра (протона) к другому, по всей жидкости. В обычных условиях так ведут себя электроны в металлах, поэтому такое состояние

[1] Это называется *сверхкритическая жидкость*.



вещества называется *металлический водород* (при этом он остается жидкостью). А совсем в глубине, наверно, есть каменное ядро.

Снаружи, в том числе и с Земли, на Юпитер смотреть тоже очень интересно. Потому что в его атмосфере чего только не происходит! Бури и ураганы, штормы, молнии длиной в тысячи километров и в тысячу раз более сильные, чем на Земле (но, правда, в тысячу раз более редкие), и огромные полярные сияния! Вдобавок к этому, на Юпитер периодически что-нибудь падает, мелкий астероид или там комета... Вот, например, в 1992 году он взял да и разорвал приливными силами небольшую комету, и она распалась на 20–30 частей.[2] Эти обломки ещё пару лет летали вокруг Юпитера, пока не врезались в него. А не прошло и 15 лет – и на Юпитер упала ещё одна комета.

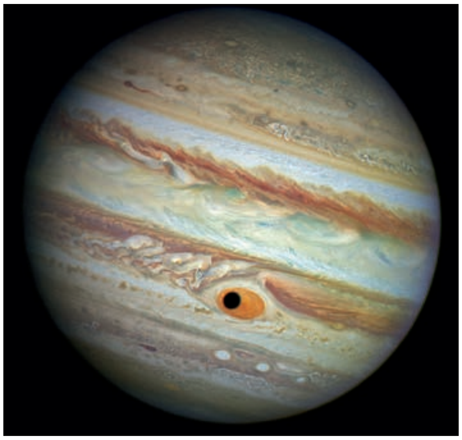


Фото 1. Юпитер: чуть ниже центра – Большое красное пятно, на нём тень спутника Ганимед; три белых пятнышка ниже – небольшие ураганы
Фото 2. После падения на Юпитер одного из фрагментов кометы Шумейкеров – Леви
(Снимки космического телескопа «Хаббл»)

Задача. На двух фотографиях видны три белых пятна-урагана. Одни и те же это пятнышки или нет?

Даже в небольшой телескоп видно, что Юпитер полосатый. Это оттого, что он очень быстро – быстрее всех других планет Солнечной системы! – крутится вокруг оси. Вдобавок, поскольку он не твёрдый

[2] Её обнаружили как раз вскоре после этого события, уже в виде осколков; называется она, как все кометы, по имени первооткрывателей – кометой Шумейкеров – Леви.

(а снаружи – и вовсе газовый), разные его части движутся с разной скоростью: вращение на экваторе заметно быстрее, чем у полюсов. От этого вдоль параллелей всегда дуют сильные ветры – до 600 км/ч – которые норовят «растянуть» любые облака в кольцо.

Разный цвет облаков получается из-за примесей (аммония и др.), которые по-разному отражают свет в зависимости от температуры: светлые колечки – зоны – это поднявшиеся вверх и более холодные облака, а тёмные – пояса – более низкие и более горячие. На Юпитере, как и на Земле, постоянно происходит движение вверх-вниз: снизу поднимаются нагретые массы «воздуха», наверху они остывают и опускаются обратно. Но на Земле воздух нагревается поверхностью земли (или моря), которая, в свою очередь, нагревается Солнцем. А на Юпитере от Солнца толку мало, тепло идёт изнутри планеты.

Пояса и зоны довольно стабильны, у них есть имена (и даже клички), но постоянно происходят мелкие изменения: одни области становятся шире, другие у́же, где-то поднимается буря и перемешивает горячее с холодным. От этого Юпитер выглядит каждый раз по-другому. А иногда изменения вовсе и не мелкие: то яркий пояс, то зона могут исчезнуть на несколько месяцев или даже лет.

Самый знаменитый (и самый большой) ураган на Юпитере – Большое красное пятно – в ширину чуть больше диаметра Земли, а в длину в нём поместилось бы две или три Земли. С Земли его наблюдают уже почти 400 лет – скорее всего, оно было и раньше, просто ещё не было телескопов.[3] Во всяком случае, 100 лет назад оно было примерно в 2 раза больше, чем сейчас. И всё это время «воздух» в нём, как и положено в урагане, вращается по кругу – полный оборот за 6 земных дней.

Есть и другие пятна, то есть ураганы, красные и белые, многие из них видны даже в любительские телескопы. Некоторые из них существуют десятки лет, а может, и дольше. Причём почему-то – неизвестно почему – все «долгожители» собрались в южном юпитерианском полушарии.

Мы не прощаемся с Юпитером: нас ждёт ещё много сюрпризов возле него.

[3] Впервые на Юпитер в телескоп смотрел Галилей в 1610 году, и он Большого красного пятна не увидел. Но телескоп у него был совсем уж слабенький. Зато он обнаружил кое-что другое: что?

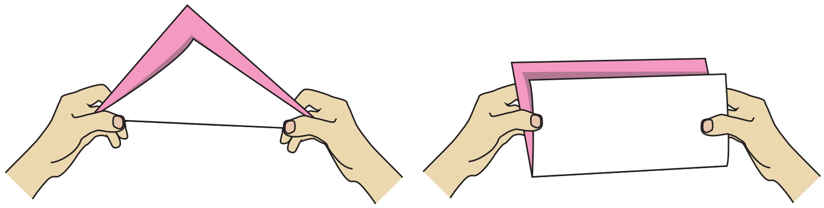
Окончание следует

Художник Мария Усеинова

Егор Бакаев

Как разделить квадрат на две равные части?

Для этого можно, например, сложить квадратный лист по диагонали. При таком наложении две части листа совпадут, а значит, эти части одинаковые. Можно сложить лист по-другому: так, чтобы одна сторона квадрата совпала с противоположной стороной.



Итак, это уже два способа. Но существуют и другие.

Отметим центр квадрата и проведём прямой разрез, проходящий через центр (рис. 1). Как объяснить, что получившиеся части равны? Если снова попробовать перегнуть лист по этой прямой, то части друг с другом не совпадут (рис. 2). Дело в том, что в первых двух способах части были симметричны относительно прямой сгиба, а здесь они симметричны относительно центра квадрата. Чтобы их друг с другом совместить, надо повернуть одну из частей на 180° вокруг центра квадрата (рис. 3).

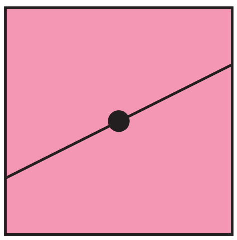


Рис. 1

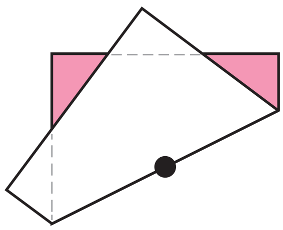


Рис. 2

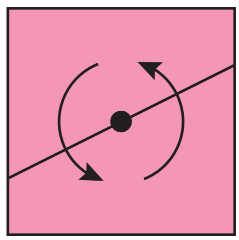


Рис. 3

Через центр квадрата проходит бесконечно много разных прямых, так что мы получили бесконечно много вариантов разрезания. Но все ли это способы? В уже найденных способах разрезания части получались треугольными или четырёхугольными. Возникает вопрос: а можно ли разрезать квадрат на равные части другой формы, например, на пятиугольные или шестиугольные?

Давайте разбираться. В предыдущем способе части получились одинаковыми, потому что были симметричными относительно центра квадрата. Так выходило потому, что и квадрат, и прямая линия разреза были симметричными относительно центра. Но и ломаная тоже может быть симметричной! Попробуем разными способами провести какой-нибудь ломаный разрез, симметричный относительно центра квадрата (рис. 4).

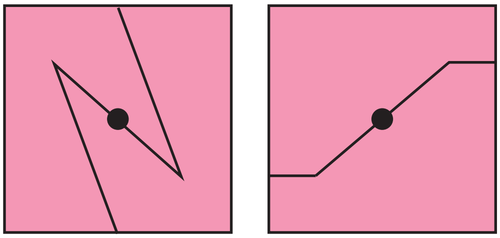


Рис. 4

В обоих вариантах получилось два равных шестиугольника!

А теперь попробуйте самостоятельно ответить на следующие вопросы.

1. Как разрезать квадрат на два равных пятиугольника? А на два равных десятиугольника?

2. Сколько есть способов разрезать прямоугольник на два равных восьмиугольника?

3. Мальчик Петя, как и мы, хотел разрезать квадрат на две равные части. Но оказалось, что квадратный лист, который он собирался использовать, уже надрезан (рис. 5). Должен ли он выбросить этот листок и взять новый? Или всё-таки можно аккуратно продолжить этот разрез, чтобы получились две одинаковые части?

4. Как разрезать квадрат 8×8 на две равные части (проводя разрезы по границам клеток) так, чтобы все закрашенные клетки оказались в одной части (рис. 6)?

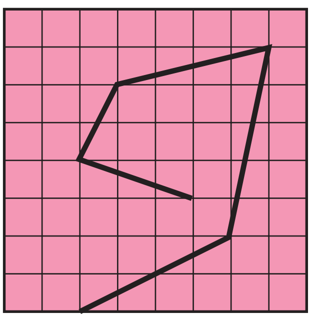


Рис. 5

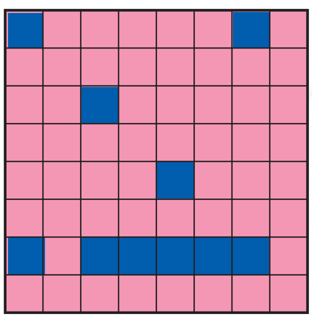


Рис. 6

Иван Кобиляков

Как Саша Прошкин весну искал

Начался май, а снег в Заповеднике не растаял, первоцветы не распустились, птицы не прилетели... Задержалась весна, заблудилась по дороге! Проснувшись однажды утром, Саша Прошкин подумал, что пора отправляться на поиски.

– В тайге жареных ещё не находили, – мудро заметила Сашина бабушка, – одевайся теплее. Шарф, свитер, варежки...

Но мальчик, захватив с собой фотоаппарат и полевой дневник, уже убежал в лес. Он обошёл все тропки, которые знал, и забрёл в самый дремучий бурелом. Вдруг под склоном горы между огромными камнями он заметил необычный сугроб с ледяной корочкой на макушке. Из сугроба слышалось размеренное дыхание.

– Вот ты где спряталась, весна! – обрадовался Саша.

Снег на сугробе немного просел, обвалился, и показалась заспанная мордочка симпатичного зверька.

– Тише! Если маму разбудишь, она тебя съест! Мы за зиму почти треть запасов веса сбросили... Я-то молоком ещё питаюсь... А вот мама – не побрезгует.

– Кто же твоя мама? – поёжившись не то от холода, не то от страха, поинтересовался Саша.

– Медведица, – протянул малыш и снова скрылся в берлоге. Досыпать.

Бабушка рассказывала Саше, что медведи раньше особенно почитались среди кочевых народов Севера. Долганы верили, что медведь – это человек, который превратился в зверя. А эвенки никогда не называли опасного хищника по имени, боясь рассердить его. Они говорили: «амака», что значит «старик», или «эбэчи»,

что значит «старуха». Очень интересный зверь! Любопытство пересилило страх. Мальчик снова тихонько позвал медвежонка.

– Как же это вы спите всю зиму и не просыпаетесь?

Новый знакомый высунулся из берлоги, но вылезать не стал. Рядом с мамой было тепло, а в лесу холодно.

– Осенью перед спячкой мама могла съедать по 40 килограммов еды в день, – послышался заспанный голос. – Это были и сладкие ягоды, и рыба из реки, и разные звери.

– Звери?! – Саша снова не на шутку испугался.

– Ну да. Мы ведь всеядные. И оленя можем съесть, если поймаем. Это я сейчас питаюсь молоком. А когда подрасту, когти у меня станут размером с карандаш, которым ты свои записи в полевом дневнике сейчас делаешь...

Саша измерил карандаш линейкой. Получилось 14 сантиметров!

– Я, пожалуй, пойду. Не хочется тут шуметь. Вдруг твоя мама всё-таки проснётся.

– Подожди, – попросил медвежонок, – я ведь ещё не всё рассказал!

Саша послушно остановился, и будущий «амака» увлечённо продолжил:

– После того, как взрослые медведи наберут вес, они делают себе уютную берлогу и ложатся спать.

– Да, да... И пусть себе спят! – Саша невольно сделал маленький шажок назад. Воображение разыгралось. Под сугробом в берлоге – взрослая голодная медведица, которая даже после зимы весит больше, чем самый большой снегоход в Заповеднике...

Медвежонок тем временем как ни в чём не бывало выдавал медвежьи тайны:

– Во время спячки все процессы в организме замедляются... Пульс уменьшается почти в два раза... Но спячка – это не анабиоз, как у моллюсков или земноводных. Медведи могут проснуться даже зимой от громкого шума, например. А знаешь ли ты, мальчик, что если разбудить бурого медведя не вовремя, то ему будет очень нелегко заснуть снова! Такой медведь очень злой и опасный. Он шатается по лесу туда-сюда, и его называют шатуном...

– Но уже весна! Май – последний весенний месяц, – отчаянно возразил Саша. – Я собственно, и в лес-то пришёл, чтобы весну найти! Думал, это она в сугробе живёт!

– Это по человеческому календарю весна. А у природы на этот счёт другое мнение. Особенно за полярным кругом, где мы сейчас находимся, – спокойно сказал медвежонок. – Кстати, если мама проснётся и побежит, её скорость будет около 60 километров в час...

Саша Прошкин даже попрощаться забыл. Спотыкаясь о коряги, цепляясь за кусты и проваливаясь в сугробы, он что есть силы бросился домой.

А медвежонок залез обратно в берлогу и вместе с мамой проспал ещё несколько деньков, пока не наступила оттепель и в Заповедник не пришла настоящая весна.

Художник Ольга Демидова
Фото Сергей Горшков

ВОДОЛАЗ ДВОЙНОГО ДЕЙСТВИЯ

Алексей Панов

Хочу добавить несколько деталей к рассказу о декартовом водолазе (см. «Квантик» № 9 за 2015 год). Начну с того, что хоть водолаз и называется декартовым, впервые описал его итальянский монах Рафаэлло Маджотти – последователь Галилея и друг Торричелли.

Напомню, что для изготовления водолаза нужна пластиковая бутылка с завинчивающейся пробкой и небольшой стеклянный флакончик. Бутылку наполните водой доверху, а флакончик – частично, чтобы опущенный в воду горлышком вниз он плавал, почти целиком погрузившись в воду, – обладал минимальной положительной плавучестью.

Рис. 1. Флакончики, пипетка Пастера и водолаз

Теперь флакончик погрузите в бутылку, поплотнее заверните пробку, и водолаз готов. Стоит сжать бутылку – объём воздуха в флакончике уменьшится и флакончик начнёт опускаться. Отпустишь бутылку – флакончик всплывёт. Это и есть декартов водолаз.

СПАСЁМ ВОДОЛАЗА

Бывает, накапаешь в флакончик чуть больше, чем нужно, и водолаз в бутылке сразу тонет – перестаёт работать. Не расстраивайтесь – ничего переделывать не нужно. Просто перед тем как завинчивать пробку, чуть сожмите бутылку и, не ослабляя нажима, заверните пробку. После того, как бутылка будет отпущена, начнут работать упругие силы, стремящиеся вернуть ей прежнюю форму. Они противодействуют внешнему давлению воздуха и увеличивают объём бутылки, в том числе объём воздуха в флакончике. Водолаз приобретёт положительную плавучесть, всплывёт и станет готов к работе.

В ГЛУБОКОЙ БУТЫЛКЕ

Представьте, что бутылка имеет высоту не десятки сантиметров, а десятки метров. Сожмём её

и заставим водолаза спуститься на самое дно. Как вы думаете, поднимется водолаз или нет? Скорее всего, нет. Дело в том, что когда водолаз опускается вниз, гидростатическое давление жидкости на него возрастает, значит, объём воздуха внутри флакончика уменьшается, значит, плавучесть водолаза тоже уменьшается. И если бутылка достаточно высокая, то на некоторой высоте плавучесть станет отрицательной и водолаз сам собой потонет.

Выходит, что у такого водолаза есть два *устойчивых* положения равновесия внутри глубокой бутылки: когда водолаз плавает в верхнем положении и когда он покоится на дне. Если он находится в одном из этих состояний, то после малого возмущения туда же и вернётся.

При этом в верхнем положении его плавучесть положительная, в нижнем – отрицательная. Но тогда выходит, что на некоторой промежуточной высоте его плавучесть должна быть равна нулю. И это ещё одно положение равновесия – водолаз парит внутри бутылки. Только в отличие от первых двух оно *неустойчивое*. Если водолаз из этого положения чуть сместится вверх, то у него появится положительная плавучесть, и он продолжит своё ускоряющееся восхождение. Если же отклонится чуть вниз, то у него появится отрицательная плавучесть, и он потонет.

ВОДОЛАЗ ДВОЙНОГО ДЕЙСТВИЯ

Какой на самом деле должна быть глубина бутылки, чтобы в ней разместилось три положения равновесия, неужели несколько метров? Вот, скажем, водолаз, изображённый на рисунке 1, находится в бутылке высотой около 20 см, а у него имеются все три положения равновесия. Именно для настройки этого водолаза понадобилась пипетка Пастера, представленная на рисунке 1. Дело в том, что если вы хотите получить водолаза с тремя равновесиями в невысокой бутылке, вы должны добиться, чтобы у флакончика была *минимальная* положительная плавучесть, и этого можно достичь, добавляя в него воду буквально по одной капельке.

Что же хорошего в таком водолазе? Мы сожмём бутылку, он опустится вниз, и что дальше? Оказывается, есть несколько способов заставить водолаза подняться наверх. Итак, у нас есть водолаз с тремя положениями равновесия, и в данный момент он на дне бутылки.

• Если ударить дном бутылки об стол, то водолаз подскочит, как на батуте, поднимется выше неустойчивого состояния равновесия, после чего приобретёт положительную плавучесть и сам поднимется наверх. Вместо того чтобы бить бутылкой об стол, можно стукнуть кулаком по столу – эффект тот же.

• А вот способ, который годится для высоких бутылок – литровых молочных и большего объёма. Пусть водолаз находится на дне; возьмёмся за пробку и приподнимем бутылку – водолаз всплывёт. Оказывается, под действием силы тяжести не опирающаяся на стол высокая круглая бутылка увеличивает свой объём, давление воздуха в ней падает и водолаз приобретает положительную плавучесть.

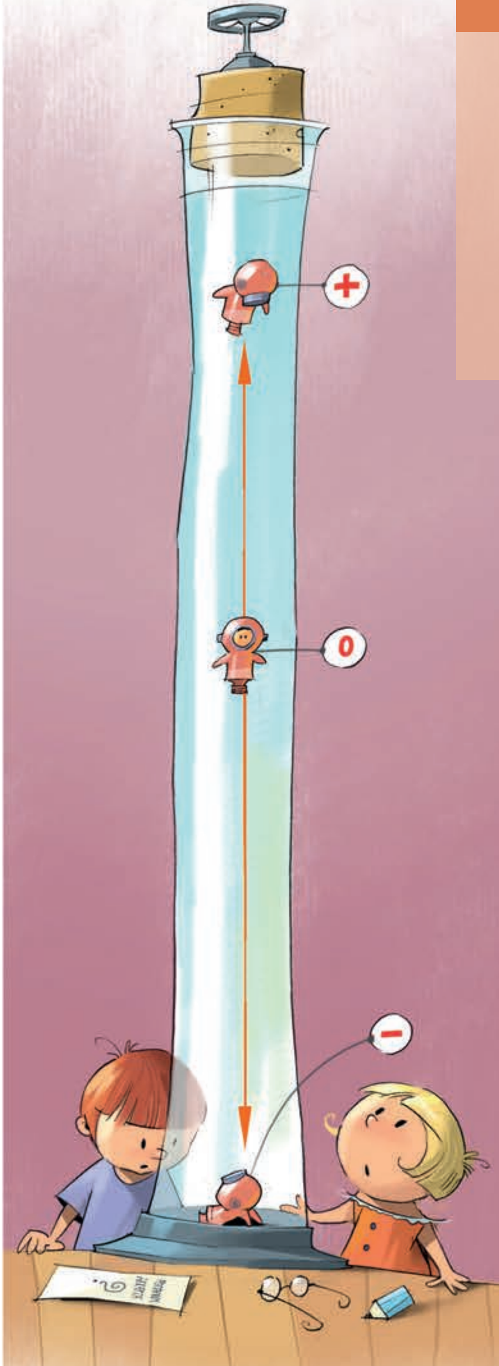
• Ещё один способ. Сильно наклоним бутылку, чтобы высота столба воды над водолазом существенно уменьшилась. На уровне водолаза давление воды уменьшится, воздух в нём расширится и водолаз начнёт подниматься. В некоторый момент поставим бутылку вертикально, и водолаз окажется наверху.

НАДЕВАЕМ ХОМУТ

Вот ещё один простой способ получить водолаза с тремя положениями равновесия. Поместим в бутылку флакончик с положительной плавучестью и наденем на неё червячный хомут (рис. 2).

Начнём потихоньку сжимать хомут, каждый раз проверяя, не стало ли нижнее положение водолаза устойчивым. Когда это произойдёт, получим водолаза с тремя положениями равновесия.

Рис. 2. Бутылка с хомутом, очень удобная для настройки водолаза



ВОДОЛАЗ СИММЕТРИЧНОГО ДЕЙСТВИЯ

Какой-то несимметричный у нас получился водолаз. Опускаешь водолаза вниз нажатием на бутылку, а чтобы поднять его, нужно постучать об стол, или приподнять бутылку, или наклонить её. Можно устранить

эту асимметрию, использовав бутылку с овальным сечением (рис. 3).

Рис. 3.
Овальная бутылка

Пусть водолаз с тремя положениями равновесия находится в самом верху такой бутылки. Сожмём в направлении друг к другу противоположные плоские стороны бутылки – её объём уменьшится, и водолаз опустится вниз. Если водолаз уже внизу, сожмём в направлении друг к другу противоположные закруглённые стороны – объём бутылки увеличится и водолаз пойдёт вверх.

Для этих же целей можно использовать пластиковые бутылки с прямоугольным или, скажем, с треугольным сечением – такие тоже встречаются.

ДЕЛАЕМ ИЗ КРУГЛОЙ БУТЫЛКИ ОВАЛЬНУЮ

В овальных бутылках обычно продаются моющие средства и другая химия. Чтобы сделать водолаза, приходится долго ждать, пока они опустеют. Другое дело молочные бутылки, они опорожняются быстро, правда, имеют круглое сечение. Тем не менее возьмём полуторалитровую молочную бутылку и поместим в неё флакончик с минимальной отрицательной плавучестью – он сразу опустится на дно бутылки. Будем действовать, как при спасении водолаза. Сожмём бутылку, чтобы из неё вышло немного воздуха – чуть-чуть меньше, чем нужно для спасения водолаза, и, не ослабляя нажима, закрутим пробку. После этой процедуры у водолаза появятся два новых состояния равновесия – промежуточное неустойчивое и верхнее устойчивое.

В то же время упругие силы будут стремиться вернуть бутылке прежнюю круглую форму, а внешнее избыточное давление воздуха будет препятствовать этому. В итоге бутылка приобретёт овальную форму, а мы получим водолаза двойного симметричного действия.

Некоторые бутылки меньшего размера приобретают в результате описанной процедуры не овальную, а треугольную форму, и это нас тоже устраивает.

ТЕХНИЧЕСКИЕ ДЕТАЛИ

Для изготовления водолазов удобно использовать флакончики с узким горлышком, наподобие тех, что

Рис. 4. Плавучесть регулируем в отдельном стакане

на рисунке 1. Их плавучесть с помощью пипетки можно отрегулировать в отдельном сосуде – в банке или в стакане (рис. 4). Если флакончик утонул, то, не вынимая его из стакана, из пипетки в него нужно добавить ещё один пузырёк воздуха. Наоборот, если донышко флакончика плавает высоко над поверхностью воды, надо вынуть флакончик, добавить в него ещё одну капельку и вернуть в стакан.

А после такой регулировки флакончик следует вниз горлышком перенести в бутылку. Если действовать аккуратно, при переносе вода из такого флакончика не выливается (рис. 5).

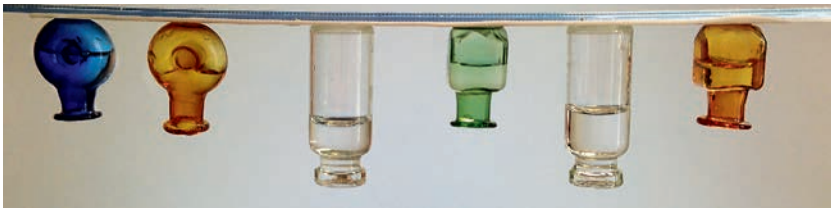


Рис. 5. Из этих флакончиков вода не выливается

Рис. 6. Пипетка-водолаз

Фигурные цветные флакончики ёмкостью 2 мл продаются, например, в магазине «Дом ароматов». Там же можно купить пипетку Пастера, с помощью которой удобно регулировать количество жидкости во флакончике. Пипетка хороша ещё тем, что из нее самой можно соорудить водолаза. Закрепите на пипетке небольшой грузик и отрежьте у неё оставшийся кончик – водолаз готов (рис. 6).

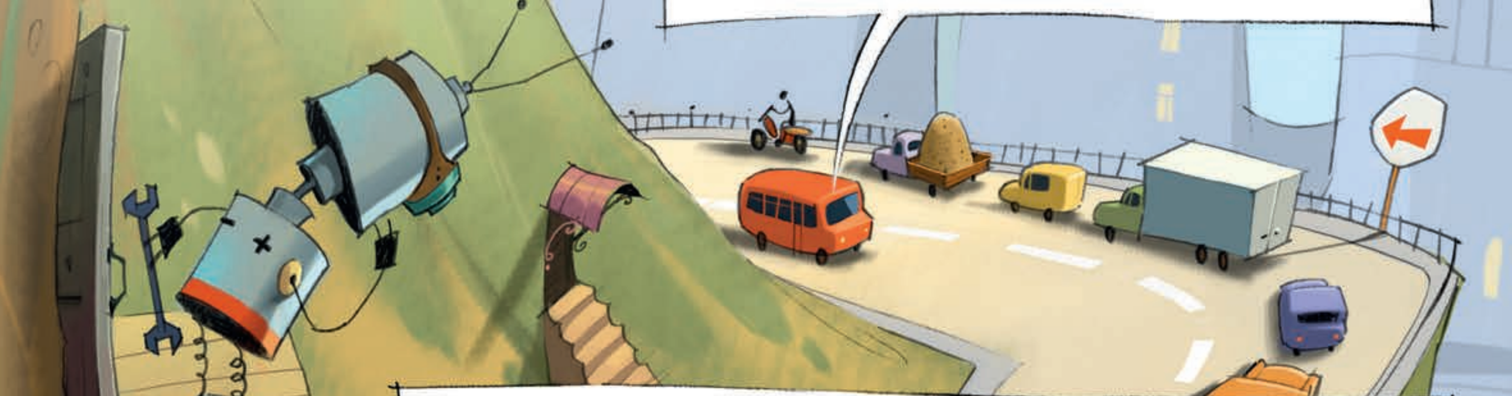
И последнее: перед тем как производить свои эксперименты, обязательно посмотрите видео Beniamino Danese под названием «Le caraffine di Magiotti» на сайте **reinventore.it/reinventore-tv/le-caraffine-di-magiotti-2/**.

Художник Алексей Вайнер

ЗАДАЧИ ПРО КОЛЁСА

Валерия Сирота

1 Однажды мы ехали на автобусе из одного города в другой (с запада на восток). Катя училась считать, и на одном участке дороги она насчитала 52 встречные машины и только 12 машин, едущих в ту же сторону. Катя удивилась – почему почти никто не едет туда же, куда и мы, а все – оттуда? А вы догадались, в чём тут было дело?



2 Медведь из книжки В. Сутеева сделал себе телегу с квадратными колёсами (круглые делать ему показалось слишком сложно), у каждого колеса получилась сторона 1 м. Сделали они, правда, всего по 8 оборотов – и бросил медведь свою телегу.

а) Какое расстояние она проехала?

б) Какие колёса лучше бы подошли: треугольные, квадратные, пятиугольные, восьмиугольные? Почему? Почему, вообще, квадратные колёса катятся хуже круглых?

в) А Самоделкин из книжки Н. Носова сделал для этой телеги специальные рельсы. Телега по ним едет прямо, ровно, как по маслу. «Раз колёса не круглые, а квадратные, рельсы должны быть не прямые, а кривые!» – объяснил он. Нарисуйте, как примерно выглядят такие рельсы. Сосчитайте, каков максимальный перепад высот этих рельсов. (Такие рельсы есть, например, в музее «Экспериментаниум» в Москве.)

3

Алёша видел машину, у которой заднее колесо крутилось в 2 раза медленнее, чем переднее. Как могло такое быть?

4

На границе Беларуси и Польши у всех вагонов всех поездов меняют колёса: вагон поднимают, колёса снимают и ставят другие. Зачем?

Ответы в следующем номере.

Художник Алексей Вайнер

Однажды в школе решили провести чемпионат по сборке кубика Рубика. Увы, Вова никогда не играл с таким кубиком, а ему очень хотелось принять участие в чемпионате.

– Не расстраивайся, – успокоила его Лиза, – у меня есть кубик Рубика, потренируешься и ещё всех обыграешь.

Целую неделю Вова читал инструкции по сборке кубика и усиленно тренировался. И вот настал день Х. Многие ребята принесли из дома свои кубики Рубика. Встречались даже самые первые модели, где цветные квадратики были просто наклеены на маленькие кубики. Для начала провели соревнования в каждом классе, а победители встретились в финале, чтобы выяснить сильнейшего в школе.

Удивительно, но Вова стал чемпионом школы и получил большую медаль, которую с гордостью носил на шее. Ему завидовали все, особенно Петя и Дима, занявшие второе и третье места. Лиза случайно услышала их разговор.

– Давай этого хвастунишку проучим, – сказал Дима.

– Проучить надо, – поддержал идею Петя. – А как это сделать?

– Я придумал, – сообщил Дима. – Первого апреля у Светы день рождения, она всех приглашала. Мы там предложим Вове продемонстрировать своё мастерство, а пока он будет с кубиком возиться, все угощения съедим.

– Как же, разыграешь его, – усомнился Петя. – Он за минуту любую начальную комбинацию соберёт. А потом своё отставание по части угощений быстренько наверстает.

– Ты не понял, – успокоил друга Дима. – Мы возьмём старенький кубик и два квадратика разного цвета просто поменяем местами. Это легко сделать, они же просто наклеенные.

Лиза схватилась за голову, побежала к Вове и всё ему рассказала.

– Так это прекрасно! – обрадовался Вова. – Я их сам разыграю.

И вот 1 апреля все собрались у Светы. Дима что-то шепнул имениннице, и та, улыбаясь, протянула кубик Вове.

– Покажи, как ты собираешь кубик Рубика, ведь ты же чемпион.

– Только можно я его без помех соберу, в соседней комнате? – спросил Вова.

Он скрылся за дверью, а Петя и Дима уселись за стол, радостно потирая руки. Но не успели они приступить к угощениям, как появился Вова с собраным кубиком.

◆ **Как Вове удалось собрать неправильный кубик?**

Вова оправдал опасения Пети и по части угощения легко обогнал Петю и Диму вместе взятых. Недаром гласит известная пословица: не рой другому яму, сам в неё попадёшь!

К чаю именинница испекла огромный торт в виде разностороннего треугольника, залитого шоколадной глазурью.

Многие пожалели, что уже наелись разными салатами и винегретами, но, естественно, не Вова. Он уже облизывался в предвкушении великолепного лакомства. Света собралась резать торт, но её остановил Боря Ежов, опасавшийся получить самый маленький кусочек.

– Так не пойдёт, – запротестовал он. – Надо торт разрезать на строго одинаковые куски.

– А как его такой разрежешь? – возразил Петя.

– Да, как? – поддержал друга Дима. – Если бы он был в форме прямоугольника, то разделить на равные кусочки можно было бы с помощью простой линейки, а так – никак.

– Очень даже как! – вмешалась в спор Лиза. – И тоже с помощью обыкновенной линейки.

– А ну, покажи, – велел Боря Ежов. – Только сначала нарисуй на бумажке, чтобы случайно торт не испортить.

Лиза нарисовала.

– Так как торт имеет везде одинаковую толщину, – заметила она, – все куски будут одинаковой массы.

◆ **Как Лиза хотела разрезать торт?**

Но тут запротестовал Коля.

– Так нечестно! По бокам тоже есть шоколадная глазурь. Если резать торт по методу Лизы, то кому-то этой глазури достанется больше, а кому-то – меньше.

– Пожалуйста, – сразу ответила Лиза и нарисовала новую схему дележа.

◆ **Как Лиза предложила выполнить пожелание Коли?**

Ответы в следующем номере.

Михаил Гельфанд

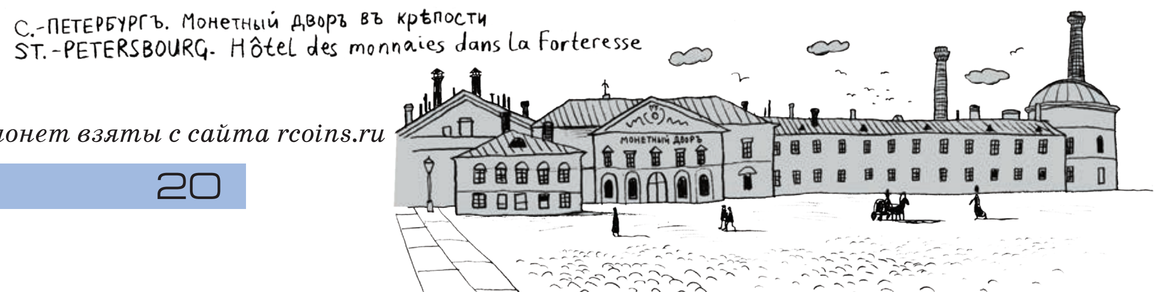
ПОЛЬСКИЕ МОНЕТЫ

Ниже приведены фотографии четырёх монет (у каждой показаны лицевая и обратная стороны), которые чеканились для Царства Польского, входившего в 1815–1917 годы в состав Российской империи. На монетах указаны российские и польские номиналы (рубли-копейки и злотые-гроши соответственно) и вес (в золотниках и долях).

Вопросы:

1. Каково соотношение рубля и злотого?
2. Сколько копеек в 1 рубле?
3. Сколько грошей в 1 злотом?
4. Сколько долей в 1 золотнике?
5. Каково соотношение стоимости золота и серебра?
6. На какую сумму можно было отчеканить монет из 1 фунта чистого серебра? (1 фунт = 96 золотников.)

Ответы в следующем номере.



Фотографии монет взяты с сайта rcoins.ru

Историческая справка

После завершения Наполеоновских войн и Венского конгресса 1815 года, по итогам которого Царство Польское вошло в состав Российской империи, для него начали чеканить традиционные польские монеты, гроши и злотые, но с российским орлом или портретом Александра I. После поражения польского восстания 1830 – 1831 годов Николай I принял решение о переводе денежного обращения Царства Польского на российский рубль. Для облегчения этого перехода первое время монеты продолжали чеканить в польской системе, привязанной к злотому, но уже с двойным обозначением номинала, польским и российским. Затем в 1842 году был произведён переход на общероссийские номиналы, привязанные к рублю (20 и 25 с двойным обозначением номинала, а также рубли и полтины), хотя надписи ещё оставались двуязычными; начиная же с 1851 года Варшавский монетный двор чеканил монеты только общегосударственного образца. Окончательно русско-польские монеты были изъяты из обращения Александром III в 1888 – 1891 годах.

Заметим ещё, что и русское «золотник», и польское «злотый» (*zloty*) имеют тот же корень, что и «золото» (праславянское *zolto), родственный английскому *gold* и восходящий к праиндоевропейскому *ǵhel со значением «жёлтый, зелёный, яркий».

Художник Артём Костюкевич

Нам пишут

Здравствуйте, уважаемая редакция журнала «Квантик»!

Моей дочке Нине 11 лет. Она любит читать ваш журнал. Ещё она любит рисовать. В номере 3 за 2016 год была математическая задачка про двух преступников, которым нужно сбежать из тюрьмы – перебраться через ров шириной 2 м, имея лишь две доски длиной по 1,9 м. Нина нарисовала комикс по этой задачке и отправила на конкурс в Сербию.

Её работа понравилась жюри, Нина вышла в финал в категории до 15 лет, в номинации «Special Jury award for maturity and imagination». Спасибо журналу за вдохновение!

С уважением, Кира Хмелёва

Нина, поздравляю!

Я очень рад, что ты нарисовала замечательный комикс по нашей задаче. Он мне очень понравился (и автору статьи, и главному художнику, и всей редакции).

Спасибо большое! Желаю тебе дальнейших успехов!

КВАНТИК

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ НИЖЕГОРОДСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ

Материал подготовил Илья Иткин

В декабре 2016 года в НИУ ВШЭ – Нижний Новгород прошла Первая лингвистическая олимпиада младших школьников. Предлагаем вашему вниманию избранные задачи этой олимпиады*.

Художник Сергей Чуб

2-3 классы

1. Закончите анекдот:

«– Мама, смотри, какой огромный грузовик! Прямо с пятиэтажный дом!

– Сынок, я тебе говорила триста миллионов раз: ...!»

(А) не отвлекайся; (Б) не преувеличивай;
(В) не перебивай старших;
(Г) не болтай, когда ешь;
(Д) не называй автобус грузовиком.

А.И.Иткин, И.Б.Иткин

2. Какую строчку из четверостишия Вадима Рабиновича можно произнести, не шевеля губами?

Ах, братец Одуванчик,
Сестрица Резеда!
Что просвистит Тушканчик,
Когда придёт страда...

(А) первую; (Б) вторую; (В) третью; (Г) четвёртую;
(Д) ни одну нельзя.

С.И.Переверзева

4-5 классы

3. Какой вопрос устроен не так, как остальные?

(А) Что ты здесь строишь?
(Б) Что ты здесь сидишь?
(В) Что ты здесь нашёл? (Г) Что ты здесь потерял?
(Д) Все эти вопросы устроены абсолютно одинаково.

А.Л.Леонтьева

4. Трое друзей пришли в ресторан. Один заказал спагетти с сыром, другой жаркое и жюльен, третий – котлеты с картошкой. Как их звали?

(А) Александр, Евгений и Иннокентий;
(Б) Джон, Жан и Иван; (В) Игнасио, Жюль и Илья;
(Г) Сергей, Марк и Михаил;
(Д) Рикардо, Грегуар и Алексей.

А.П.Леонтьев, А.Л.Леонтьева

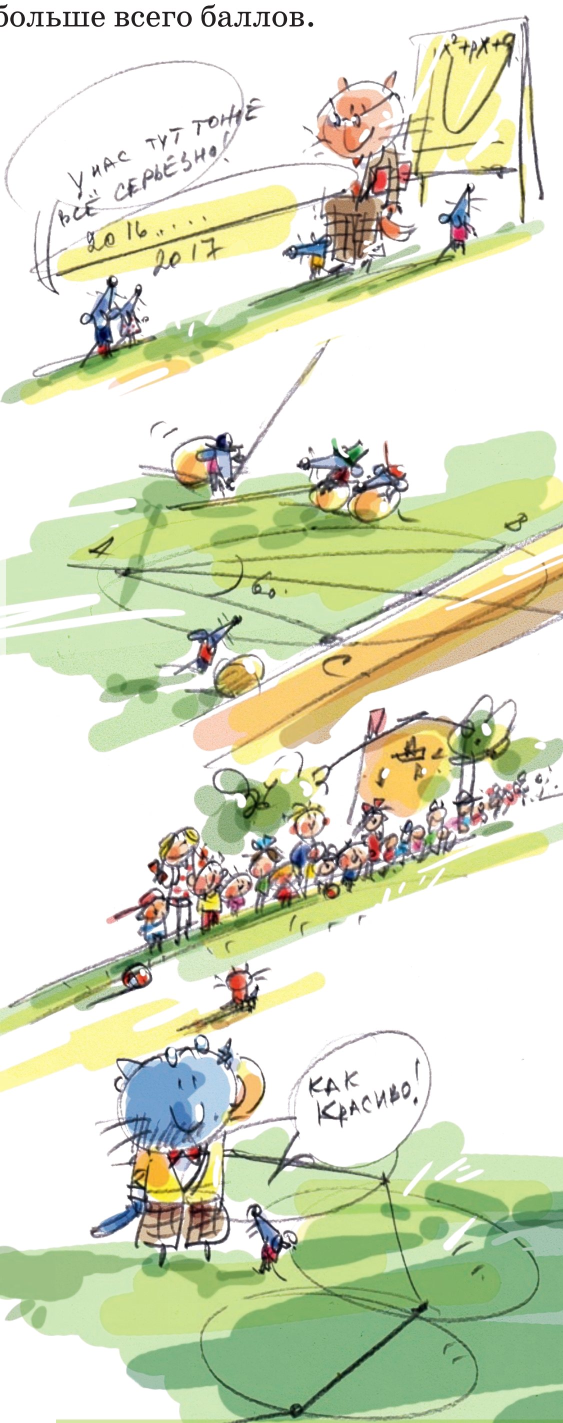
* Полностью задания олимпиады можно найти по адресу nnov.hse.ru/cdp/academika#11part1.

XXXVIII ТУРНИР ГОРОДОВ

ВЕСЕННИЙ ТУР

26 февраля и 12 марта 2017 года состоялся весенний тур XXXVIII Международного математического Турнира Городов. Приводим задачи базового и сложного вариантов для 8–9 классов. В скобках после номера задачи указано число баллов, присуждавшихся за её полное решение. При подведении итогов у каждого участника учитываются три задачи, по которым он набрал больше всего баллов.

Базовый вариант, 8–9 классы



1 (3 балла). Найдите наименьшее натуральное число, которое начинается (в десятичной записи) на 2016 и делится на 2017.

Михаил Евдокимов

2 (4 балла). Докажите, что на графике любого квадратного трёхчлена со старшим коэффициентом 1, имеющего ровно один корень, найдётся такая точка (p, q), что трёхчлен x^2+px+q также имеет ровно один корень.

Борис Френкин

3 (5 баллов). Из вершины A остроугольного треугольника ABC по биссектрисе угла A выпустили бильярдный шарик, который отразился от стороны BC по закону «угол падения равен углу отражения» и дальше катился по прямой, уже ни от чего не отражаясь. Докажите, что если $\angle A = 60^\circ$, то траектория шарика проходит через центр описанной окружности треугольника ABC.

Александр Кузнецов

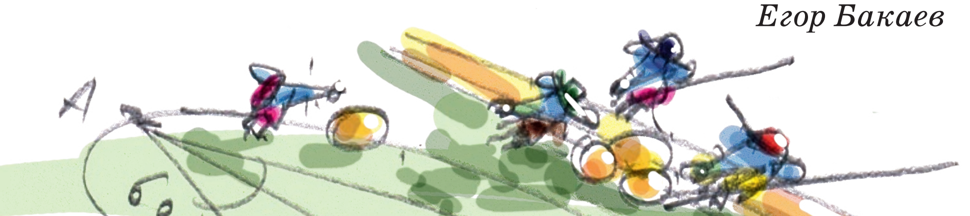
4 (5 баллов). В ряд стоят 100 детей разного роста. Разрешается выбрать любых 50 детей, стоящих подряд, и переставить их между собой как угодно (остальные остаются на своих местах). Как всего за 6 таких перестановок гарантированно построить всех детей по убыванию роста слева направо?

Илья Богданов

5. а) (2 балла) На каждой стороне 10-угольника (не обязательно выпуклого) как на диаметре построили окружность. Может ли оказаться, что все эти окружности имеют общую точку, не совпадающую ни с одной вершиной 10-угольника?

б) (3 балла) Решите ту же задачу для 11-угольника.

Егор Бакаев



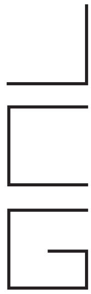
XXXVIII ТУРНИР ГОРОДОВ

ВЕСЕННИЙ ТУР

Сложный вариант, 8 – 9 классы

1 (5 баллов). В шахматном турнире было 10 участников. В каждом туре участники разбивались на пары и в каждой паре играли друг с другом одну игру. В итоге каждый участник сыграл с каждым ровно один раз, причём не меньше чем в половине всех игр участники игры были земляками (из одного города). Докажите, что в каждом туре хоть одна игра была между земляками.

Борис Френкин



2. а) (1 балл) Можно ли нарисовать на клетчатой бумаге многоугольник и поделить его на две равные части разрезом такой формы, как показано на верхнем рисунке?

б) (2 балла) Решите ту же задачу для разреза такой формы, как на среднем рисунке.

в) (4 балла) Решите ту же задачу для разреза такой формы, как на нижнем рисунке.

(Во всех пунктах разрез лежит внутри многоугольника, на границу выходят только концы разреза. Стороны многоугольника и звенья разреза идут по линиям сетки, маленькие звенья в два раза короче больших.)

Юрий Маркелов

3. Взяли несколько положительных чисел и построили по ним такую последовательность: a_1 – сумма исходных чисел, a_2 – сумма квадратов исходных чисел, a_3 – сумма кубов исходных чисел и т.д.

а) (4 балла). Могло ли случиться, что до a_5 последовательность убывает ($a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > a_5$), а начиная с a_5 – возрастает ($a_5 < a_6 < a_7 < \ldots$)?

б) (4 балла). А могло ли случиться наоборот: до a_5 последовательность возрастает, а начиная с a_5 – убывает?

Алексей Толпыго

4. (8 баллов) В выпуклом шестиугольнике $ABCDEF$ все стороны равны, а также $AD = BE = CF$. Докажите, что в этот шестиугольник можно вписать окружность.

Б. Обухов

5. (8 баллов) Вес каждой гирьки набора – нецелое число грамм. Ими можно уравновесить любой целый вес от 1 г до 40 г (гири кладутся на одну чашку весов, измеряемый вес – на другую). Каково наименьшее число гирь в таком наборе?

Александр Шаповалов

6. (10 баллов) Кузнечик умеет прыгать по полоске из n клеток на 8, 9 и 10 клеток в любую сторону. Будем называть натуральное число n пропрыгиваемым, если кузнечик может, начав с некоторой клетки, обойти всю полоску, побывав на каждой клетке ровно один раз. Найдите хотя бы одно $n > 50$, которое не является пропрыгиваемым.

Егор Бакаев

7. Доминошки 1×2 кладут без наложений на шахматную доску 8×8. При этом доминошки могут вылезать за границу доски, но центр каждой доминошки должен лежать строго внутри доски (не на границе). Положите таким образом на доску

а) (6 баллов) хотя бы 40 доминошек;

б) (3 балла) хотя бы 41 доминошку;

в) (3 балла) более 41 доминошки.

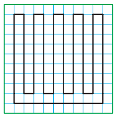
Михаил Евдокимов

С 26 июня по 2 июля 2017 года на базе отдыха «Берендеевы Поляны» (Костромская область) пройдёт XXIII Турнир математических боев имени А. П. Савина для школьников, закончивших 6–8 классы. Регистрация – до 25 мая 2017 года. Подробности по ссылке www.matznanie.ru/competitions/competitions.html

Художник Сергей Чуб

НАШ КОНКУРС («Квантик» № 3, 2017)

31. *Барон Мюнхгаузен утверждает, что когда он обходит снаружи свой замок вдоль его стен и возвращается в исходную точку, то проходит больше 800 метров, а когда он идёт вдоль забора, которым обнесён замок, и возвращается в исходную точку, то проходит меньше 400 метров. Могут ли слова барона быть правдой?*



Ответ: да, могут. Например, если забор и замок, как на рисунке, а размер клетки 9 м. Тогда периметр замка 828 м, забор – 396 м.

32. *Вы наверняка знаете, что таблица 3×3, заполненная целыми числами от 1 до 9 так, что суммы чисел в каждой строке, каждом столбце и на обеих диагоналях одинаковы, называется магическим квадратом 3×3 (см. пример на рисунке).*

2	7	6
9	5	1
4	3	8

а) Подберите 9 различных целых чисел и заполните ими таблицу 3×3 так, чтобы произведения чисел в каждой строке, каждом столбце и на обеих диагоналях были одинаковы.

б) Можно ли подобрать эти различные целые числа в предыдущем пункте так, чтобы среди них были 15 и 25?

а) В магическом квадрате из условия вместо каждого числа x напишем 2^x. Так как $2^a\cdot2^b\cdot2^c=$ $=2^{a+b+c}$, то произведения в строках, столбцах и диагоналях полученного квадрата равны 2^{15}.

б) Возьмём две магические таблицы из 0, 1 и 2, изображённые ниже. Если вместо каждого числа x таблицы 1 написать 3^x, а вместо каждого числа x таблицы 2 записать 5^x, получатся таблицы 3 и 4. «Перемножив» их, получим таблицу, все числа которой различны, а произведения в строках, столбцах и диагоналях равны $3^3\cdot5^3$.

Табл. 1

2	0	1
0	1	2
1	2	0

Табл. 2

1	0	2
2	1	0
0	2	1

↓ ↓

Табл. 3

9	1	3
1	3	9
3	9	1

×

Табл. 4

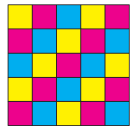
5	1	25
25	5	1
1	25	5

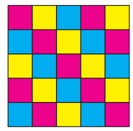
=

Табл. 5

45	1	75
25	15	9
3	225	5

33. *Квантик и Ноутик играют в необычный морской бой. Ноутик составил из восьми кораблей 1×3 и одного корабля 1×1 квадрат 5×5 клеток (корабли стоят вплотную друг к другу). За ход Квантик делает выстрел в одну из клеток, а Ноутик сообщает, в какой корабль Квантик попал и какие клетки квадрата занимает этот корабль. Цель Квантика – поразить корабль 1×1. За какое наименьшее число выстрелов он может гарантированно этого добиться?*





Ответ: за один. Оказывается, как Ноутик ни расставит корабли, в центре всегда окажется корабль 1×1, куда и будет стрелять Квантик. Действительно, покрасим наш квадрат в три цвета по диагоналям, чередуя цвета по циклу, как на первом рисунке. Заметим, что синих и жёлтых клеток поровну, а розовых на одну больше. Любой корабль 3×1 займёт три клетки разного цвета, поэтому лишняя розовая клетка достанется кораблю 1×1. Точно так же докажем, что и на втором рисунке корабль 1×1 занимает розовую клетку. Но только центральная клетка имеет розовый цвет на обоих рисунках, поэтому на ней и будет стоять корабль 1×1.

34. *Есть 12 карточек, на каждой написана одна ненулевая цифра. Известно, что из этих карточек можно составить два шестизначных числа, сумма которых равна 1099999. Докажите, что из этих карточек можно составить два шестизначных числа, сумма которых равна одному миллиону.*

Пусть $A+B=1099999$, где A и B – шестизначные числа. Если выкинуть из A и B первую цифру, сумма полученных пятизначных чисел будет оканчиваться на 99999, а значит, она равна 99999, потому что сумма любых двух пятизначных чисел меньше 199999. Отсюда сумма первых цифр чисел A и B равна 10. Значит, если в числах A и B поставить первую цифру на последнее место, то в сумме получится $999990+10=1000000$.

35. *Имеются восемь монет, семь из которых одинаковые, а одна фальшивая и отличается по весу (неизвестно, в какую сторону). Также имеются чашечные весы, которые показывают правильный результат, если на чашах разный вес, а если вес одинаковый, то вместо равенства показывают что попало.*

а) Придумайте способ найти фальшивую монету и узнать, тяжелее она настоящих или легче.

б) Можно ли гарантированно найти фальшивую монету всего за 4 взвешивания?

Решим сразу пункт б). **Ответ:** можно. Пронумеруем монеты и сначала сравним наборы

1 2 3 4 и 5 6 7 8, а потом – наборы 1 2 5 6 и 3 4 7 8 (поменяли на чашах пару монет 3, 4 с парой монет 5, 6) . Если показания весов одинаковые, то фальшивую монету мы не перекладывали, и она среди 1, 2, 7 и 8. Если показания разные, то фальшивая среди 3, 4, 5 и 6. Переобозначим «подозрительные» монеты буквами *А*, *Б*, *В* и *Г*, так что *А* и *Б* лежат на «лёгкой чаше», а *В* и *Г* – на «тяжёлой» при втором взвешивании. Теперь меняем местами на чашах монеты *Б* и *В*. Если показания весов не изменились, то фальшивая среди монет *А* и *Г*, причём если фальшивая легче настоящей, то это монета *А*, а иначе – *Г*. Если показания весов поменялись, то под подозрением остаются монеты *Б* и *В*.

Так как мы знаем, какая из них тяжелее, мы выделим из них фальшивую, как только поймём, тяжелее фальшивая монета настоящей или легче. Для этого достаточно сравнить вес двух подозрительных монет с любыми двумя из оставшихся, которые все настоящие.

БИЛЬЯЖ («Квантик» № 4, 2017)

Ответ: бильяж с углом 90°. Дело в том, что в бильяже с углом 90° наше отражение – это как будто нас прокрутили вокруг оси бильяжа (отрезок скрепления зеркал) ровно на пол-оборота. Если бильяж немного покрутить туда-сюда, то его ось останется неподвижной, а значит, и отражение будет стоять на месте. А вот в бильяже с углом 60° наше отражение будет таким же, как если бы мы смотрелись в обычное зеркало, плоскость которого перпендикулярна биссектрисе угла бильяжа. Понятно, что если крутить это обычное зеркало, то отражение будет двигаться.

Давайте разберёмся, почему так происходит, на примере бильяжа с углом 90°. Будем считать для простоты, что зеркала очень большие. Продлим зеркала во все стороны. Пространство разрежется на 4 части: одну настоящую и три зазеркальных, как на рисунке 1. Пусть в настоящей части расположена буква «Р». Отразим её относительно сторон бильяжа и получим перевёрнутую букву «Р» в каждой из соседних зазеркальных частей. Отразим и их относительно оставшихся сторон и получим обычную (только повёрнутую) букву «Р» в оставшейся зазеркальной части. Вот эти три буквы «Р» мы и увидим в зеркале, причём последняя буква «Р» получается из исходной поворотом на 180° вокруг вершины угла. Доказательство оставляем читателю. На рисунке показан путь луча света от буквы «Р» к наблюдателю после двух отражений от зеркал. Аналогично строится картинка для бильяжа с углом 60° (рис. 2).

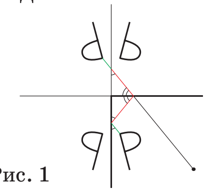


Рис. 1

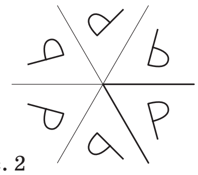


Рис. 2

Если зеркала бильяжа небольшие, и мы стоим от него достаточно далеко, то из трёх своих отражений в случае угла 90° или из пяти своих отражений в случае угла 60° наблюдатель увидит только одно в самой дальней зазеркальной части.

ВОКРУГ СПОРТА («Квантик» № 4, 2017)

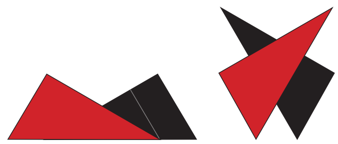
1. Спортсменам, прыгающим с трамплина на лыжах, попутный ветер только вредит. Лыжник летит, наклонясь вперёд, поэтому встречный ветер его толкает не только назад, но и вверх, позволяя пролететь дальше.

2. Такое возможно в командном виде спорта. Так, в эстафете 4×100 м легендарный спринтер Усейн Болт был лишён медали из-за того, что допинг принимал его партнер по эстафете.

3. Речь идёт о сборных СССР (1988), СНГ (1992) и России.

4. В видах спорта, где участники движутся плотной кучей, столкновение может отобрать шансы на победу сразу у многих. Это и произошло на Олимпиаде 2002 года на соревновании по шорт-треку (скоростному бегу на коньках на короткой дорожке). Один из спортсменов упал, увлекая за собой остальных лидеров, и явный аутсайдер стал олимпийским чемпионом. Подробнее см. видео: youtu.be/mt9nmACiyWA

ДВАЖДЫ ПОДУМАЙ («Квантик» № 4, 2017)

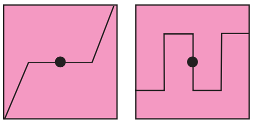


ЮПИТЕР

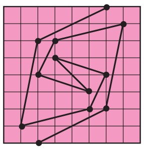
О фотографиях: это совсем разные тройки пятен. По расположению полос видно, что на первой фотографии все белые пятна находятся примерно на одной широте, а на второй – наоборот, на одном меридиане.

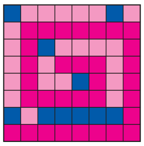
Про Галилея: он открыл 4 спутника Юпитера и этим произвёл революцию в представлениях об устройстве мира. О спутниках Юпитера мы расскажем в следующем номере.

КАК РАЗДЕЛИТЬ КВАДРАТ НА ДВЕ РАВНЫЕ ЧАСТИ?

1. 

2. Бесконечно много.

3. Выбрасывать не надо: 

4. 

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ НИЖЕГОРОДСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ

1. Грузовиков с пятиэтажный дом, конечно, не бывает. Но и мама, наверное, повторяла сыну одно из важных жизненных правил не триста миллионов раз, а поменьше. Стало быть, маме свойствен тот же недостаток, за который она ругает сына: склонность преувеличивать. **Ответ:** (Б).

2. В русском языке есть звуки, в произнесении которых обязательно участвуют губы: согласные [б], [п], [в], [ф] и [м] (и парные к ним по мягкости), гласные [у] и [о]. В первой строке четверостишия есть звуки [б] (*братец*), [у] и [в] (*Одуванчик*; звука [о] в этом слове нет!). В третьей и четвёртой строке встречаются [о] (*что*), [п], [в’] (*просвистит*), [у] (*Тушканчик*), [п] и [о] (*придёт*). И только во второй строке губных звуков нет: именно её и можно произнести, не шевеля губами (проверьте!). **Ответ:** (Б).

3. В предложениях типа *Что ты видишь?* слово *что* означает нечто вроде «какой предмет» и выступает в роли прямого дополнения при переходном глаголе. Из четырёх приведённых вопросов так устроены три – (А), (В) и (Г): в них имеются переходные глаголы *строить*, *найти* и *потерять*. А *сидеть* – непереходный глагол, так что пример (Б) никак не может означать «Какой предмет ты здесь сидишь?». Слово *что* здесь представляет собой вопрос о **причине** сложившейся ситуации, оно сближается по смыслу со словом *почему* (или *зачем*) и является обстоятельством. **Ответ:** (Б).

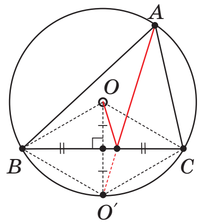
4. Это задача-шутка. Чтобы её решить, заметим, что в заказах каждого из друзей все слова начинаются с одной и той же буквы: **с**пагетти и **с**ыр, **ж**аркое и **ж**юльен, **к**отлеты и **к**артошка.

Казалось бы, имена друзей никак не связаны с этим нашим наблюдением. Но, подумав, можно догадаться, что в варианте (А) перечислены имена, уменьшительные формы которых выглядят как Саша, Женя и Кеша, то есть как раз начинаются с нужных нам букв – С, Ж и К. **Ответ:** (А).

XXXVIII ТУРНИР ГОРОДОВ, весенний тур
Базовый вариант, 8 – 9 классы

1. Ответ: 20161932. Нужно дописать справа как можно меньше цифр к 2016, чтобы число поделилось на 2017. Если мы допишем одну цифру, то и разность 20170 – 2016* должна будет делиться на 2017, но она слишком мала для этого, так как не превосходит и 10. Так же не хватит двух и трёх цифр. Взяв разность 20170000 – – 2016**** максимально большой положительной, а именно $4 \cdot 2017$, получим ответ.

2. Квадратный трёхчлен с единственным корнем a и старшим коэффициентом 1 имеет вид $(x-a)^2$. Координаты точки на его графике имеют вид $(p, (p-a)^2)$. Трёхчлен $x^2+px+(p-a)^2$ имеет единственный корень, когда его дискриминант равен нулю, то есть $\left(\frac{p}{2}\right)^2=(p-a)^2$. Подходят $p=2a$ или $p=\frac{2a}{3}$.

3. 

Отразим относительно BC центр O описанной окружности Ω треугольника ABC. Получим точку O'. Так как $\angle BO'C=\angle BOC= =2\angle A=120^\circ=180^\circ-\angle A$, то O' лежит на Ω. Так как O лежит на серединном перпендикуляре к BC, то O' – середина дуги BC, то есть биссектриса угла A проходит через O'. Это и значит, что после отражения шарик пройдёт через O.

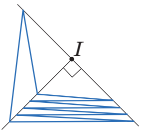
4. Обозначим первые слева 25 мест в ряду буквой A, вторые 25 – B, третьи и четвёртые – C и D. Каждый раз, выбирая 50 детей, будем выстраивать их по убыванию роста. Сделаем это сначала с AB, затем с BC и, наконец, с CD. После первой перестановки 25 самых низких детей окажутся в куске BCD, после второй – в CD, после третьей – в D. Таким образом, 25 самых низких детей уже расставлены правильно. Снова выполним перестановки AB и BC. Они расставят в нужном порядке следующих по росту 25 детей в куске C. Последняя перестановка AB расставит правильно 50 самых высоких.

Замечания. 1. Набор перестановок AB, CD, BC, AB, CD, BC тоже подходит. 2. За пять перестановок обратный порядок детей не перестроить.

5. Ответы: а) Да; **б)** нет. Наличие общей точки у всех построенных окружностей равносильно существованию точки I, из которой каждая сторона многоугольника видна под прямым углом.

а) См. пример на рисунке вверху с. 31.

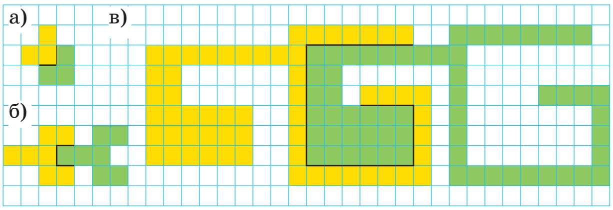
б) Пусть нашлась такая точка I для многоугольника $A_1 \ldots A_{11}$. Тогда $IA_1 \perp IA_2 \perp \ldots \perp IA_{11} \perp IA_1$, откуда $IA_1 \parallel IA_3 \parallel \ldots \parallel IA_{11} \parallel IA_2$. Противоречие.



Сложный вариант, 8 – 9 классы

1. Из условия следует, что был участник, сыгравший не менее половины своих игр с земляками. Так как он всего сыграл 9 игр, участников из его города не менее 6. Значит, в каждом туре была игра между участниками из этого города.

2. Ответ: везде можно, см. примеры.

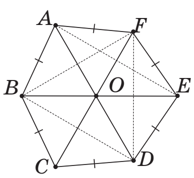


Замечание. Для любого разреза в виде незамкнутой несамопересекающейся ломаной можно придумать многоугольник, который будет делиться этим разрезом на две одинаковые части.

3. а) Ответ: да. Возьмём число 2 и 1024 числа, равных $\frac{1}{2}$. Тогда $a_n = 2^n + \frac{1024}{2^n}$. Видно, что до $n = 5$ последовательность убывает ($2 + 512$, $4 + 256$, $8 + 128$, $16 + 64$, $32 + 32$), а далее возрастает ($64 + 16$, $128 + 8$, …).

б) Ответ: нет. Предположим противное. Тогда $a_n < a_5$ при $n \neq 5$. Среди исходных чисел было число $x > 1$, иначе бы последовательность никогда не возрастала. Но $a_n \geqslant x^n$ для всех n. А последовательность x^n не ограничена. Противоречие.

4. Так как треугольники ABD и EDB равны по трём сторонам, они совмещаются друг с другом симметрией относительно серединного перпендикуляра к BD (так как A и E по одну сторону от BD). Значит, этот перпендикуляр совпадает с серединным перпендикуляром к AE, а так как $AF = AE$ и $BC = CD$, он является осью симметрии шестиугольника. Аналогично прямые AD и BE – оси симметрии шестиугольника. Получаем, что треугольник BFD имеет три оси симметрии, то есть он правильный. На его стороны опираются одинаковые равнобедренные треугольники ABF, EFD, CDB, торчащие наружу (так как шестиугольник выпуклый). Значит, увеличивая радиус и не меняя центр вписанной окружности треугольника BFD, мы сможем получить окружность, касающуюся всех сторон шестиугольника.



5. Ответ: 7 гирь.

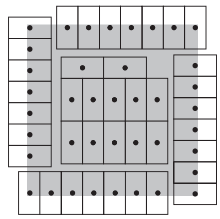
Пример. Гирями 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 г можно взвесить любой целый вес от 1 г до 127 г. Оставим от каждой гири лишь треть. Веса гирь станут нецелыми, и ими можно будет взвесить любой целый вес от 1 г до 42 г.

Оценка. Пусть в наборе 6 гирь. Разных поднаборов $2^6 = 64$. Покрасим одну гирю жёлтым и разобьём поднаборы на пары, отличающиеся только наличием в них жёлтой гири. Так как веса парных поднаборов отличаются нецелым весом жёлтой гири, максимум один из них может иметь целый вес. Поэтому поднаборов с целым весом не более 32, что меньше 40. Противоречие.

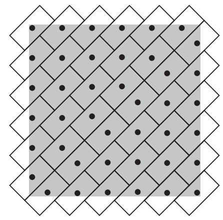
6. Пусть кузнечик пропрыгал полоску из 62 клеток. Покрасим 8 левых её клеток белым, следующие 10 – чёрным, потом снова 8 – белым и так далее. Всего будет 32 белых клетки и 30 чёрных. Поскольку разность количеств белых и чёрных клеток больше 1, то был прыжок между белыми клетками. Но такие прыжки невозможны.

Упражнение. Докажите, что числа 59, 60, 61, 63, 64, 65, 66 тоже не пропрыгиваемы.

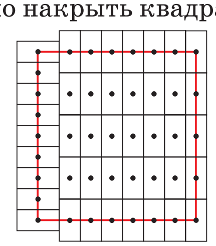
7. а)

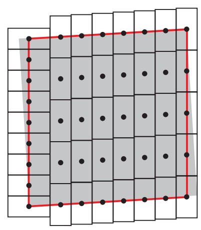


б)



в) Расположим 35 доминошек так, как на левом рисунке ниже. Центры «граничных» доминошек образуют прямоугольник $8 \times 7{,}5$. Чуть сдвинем 7 вертикальных рядов из 5 доминошек вверх (каждый ряд на своё расстояние), чтобы центры «граничных» доминошек образовали параллелограмм (красный на правом рисунке ниже). Расстояние между его верхней и нижней сторонами меньше 8, сами стороны равны по 7,5 и совсем немного сдвинуты друг относительно друга. Поэтому этот параллелограмм можно накрыть квадратом 8×8.





Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **заочном математическом конкурсе**.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 июня электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com** или обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик»**.

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы.

Желаем успеха!

IX ТУР

41. В последнюю среду января я приехал в Приэльбрусье кататься на лыжах, но в последний вторник января погода испортилась и, как оказалось, надолго. Поэтому во второй четверг февраля я уехал домой. Какого числа я уехал домой и сколько дней я провёл в горах?

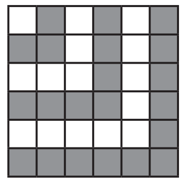
42. Население города Тмутаракань состоит из прусаков и кукарач, всего не более 2000000 жителей. Каждый прусак знаком с 1000 кукарачами, а каждая кукарача – с 1001 прусаком. Знакомство взаимное. Каково максимальное число обитателей города?

НАШ КОНКУРС

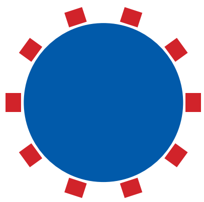
ОЛИМПИАДЫ

Авторы: Сергей Дворянинов (41),
Алексей Канель-Белов (42), Егор Бакаев (43),
Михаил Евдокимов (44), Александр Грибалко (45)

43. Дан квадрат 6×6 (см. рисунок). Одним действием можно выбрать какую-нибудь строку или столбец и перекрасить каждую из 6 клеток в противоположный цвет. Можно ли с помощью нескольких таких действий получить исходную картинку, повёрнутую на 180°?



44. Вася и девять его друзей живут на берегу круглого озера в 10 домах, расположенных через каждые 100 метров по периметру (см. рисунок). Однажды Вася решил собрать друзей вместе. Он выбирает дом, где ещё не был, идёт туда и забирает друга с собой, потом выбирает следующий дом, и т. д. Между двумя домами Вася всегда идёт по кратчайшему маршруту, но очерёдность посещения может быть произвольной. Какое наибольшее расстояние мог пройти Вася к моменту, когда все они собрались дома у последнего из друзей?


Вид сверху

45. На учительском столе были выставлены в ряд внешне одинаковые гирьки массой 101 г, 102 г, ..., 110 г (именно в таком порядке). На перемене Вовочка поменял местами две соседние гирьки. Учителю это известно. Как ему за два взвешивания на чашечных весах определить, какие именно гирьки были переставлены?

Художник Николай Крутиков

Дильяж

Дильяж состоит из двух прямоугольных зеркал, жёстко соединённых между собой по общей стороне – ребру. С тыльной стороны дильяжа к его ребру прикреплён перпендикулярный стержень, составляющий с зеркалами равные углы. Если в стене проделать подходящее отверстие и вставить в него стержень, то вокруг стержня дильяж можно вращать как колесо вокруг оси.

Для комнаты смеха изготовили два дильяжа. У одного угол между зеркалами был прямой, у другого – 60°. Квантик закрутил оба дильяжа вокруг оси и, посмотрев на себя в каждый из них, удивился: в одном дильяже его отражение вращалось, а в другом – нет.

В каком дильяже отражение оставалось неподвижным?

Автор Николай Долбилин
Художник Мария Усеинова

ISSN 2227-7986