№ 11 | ноябрь 2017

Издаётся Московским центром непрерывного математического образования

e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ

КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 11

ноябрь 2017

ГОРИЛЛА НА ЦИФЕРБЛАТЕ

РУКИ-КРЮКИ

МОНЕТЫ ПОСТОЯННОЙ ШИРИНЫ

Enter

ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Подписаться на журнал «КВАНТИК»
вы можете в любом отделении связи
Почты России и через интернет!

КАТАЛОГ «ГАЗЕТЫ. ЖУРНАЛЫ» АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ»

Индекс 80478 для подписки на год

Индекс 84252 для подписки на полгода или на несколько месяцев полугодия

Самая низкая цена на журнал!

«КАТАЛОГ РОССИЙСКОЙ ПРЕССЫ» МАП

Индекс 11348 для подписки на год

Индекс 11346 для подписки на полгода или на несколько месяцев полугодия

По этому каталогу также можно подписаться на сайте **vipishi.ru**

Подробнее обо всех способах подписки
читайте на сайте
kvantik.com/podpiska.html

По традиции в преддверии Нового года
мы выпустили календарь с интересными
задачами-картинками

Приобрести календарь можно
в интернет-магазине «Квантик» **www.kvantik.ru**
и других магазинах –
подробнее по ссылке **kvantik.com/kupit.html**

www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
facebook.com/kvantik12
vk.com/kvantik12
twitter.com/kvantik_journal
ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 11, ноябрь 2017 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор: С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, В. А. Дрёмов, Е. А. Котко, И. А. Маховая, А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов
Художественный редактор и главный художник: Yustas-07
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Алексей Вайнер

Учредитель и издатель:
Негосударственное образовательное учреждение «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com
Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:
▪ Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индексы **84252** и **80478**)
▪ «Каталог Российской прессы» МАП (индексы **11346** и **11348**)
Онлайн-подписка по «Каталогу Российской прессы» на сайте **vipishi.ru**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84х108/16
Тираж: 5000 экз.
Подписано в печать: 23.10.2017
Отпечатано в типографии ООО «ТДДС-Столица-8»
Тел.: (495) 363-48-84
http://capitalpress.ru
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986

6+

СОДЕРЖАНИЕ

Игорь Акулич

ГОРИЛЛА на ЦИФЕРБЛАТЕ

– Известно ли тебе, Даня, что дурной пример заразителен?

– И кто ж тебя, Федя, заразил?

– Да не меня! Помнишь, мы когда-то решали с тобой задачу про мух, которые катались на стрелках часов[1]?

– Было дело.

– Так вот, они оказались не одиноки в своих устремлениях. Смотри, на какую задачу я случайно наткнулся в интернете (автора, к сожалению, не знаю):

Ровно в полдень на минутной стрелке башенных часов повисла сбежавшая из зоопарка горилла, любящая кататься. Под её тяжестью при нахождении минутной стрелки в правой половине циферблата часы стали идти в три раза быстрее, а при нахождении стрелки в левой половине, при подъёме гориллы, в три раза медленнее. Через сколько времени (по нормальным часам) часы с гориллой покажут шесть часов?

– Тоже мне проблема! После того, что мы с тобой пережили (в смысле, перерешали), такая задача нам на один зуб.

– Так доставай свой зуб – и вперёд!

– Пожалуйста. Здесь явно имеет место цикличность в движениях гориллы: спуск (со скоростью, в 3 раза большей, чем правильная) – подъём (со скоростью в 3 раза меньшей) – снова спуск – снова подъём – и так далее. Каждый спуск происходит за $30:3=10$ минут, а каждый подъём – за $30\cdot 3=90$ минут, и полная продолжительность цикла составляет $10+90=100$ минут. Шесть часов часы покажут после шести циклов, и случится это через $100\cdot 6=600$ минут, или 10 часов. Вот и ответ: через 10 часов.

– Верно! Но это, сам понимаешь, только прелюдия. Стал бы я тебе всерьёз предлагать такой примитив! А вот ответь-ка: **через сколько времени (по нормальным часам) часы с гориллой опять покажут точное**

[1] См. статью «Приключения продолжают продолжаться» из «Квантика» № 7 за 2012 год.

время? И вообще, в какие моменты времени показания правильных и «горилловых» часов будут совпадать? Предупреждаю: ответов я и сам не знаю!

– Я бы легко решил задачу, если бы стрелка с гориллой делала один оборот за 100 минут, но двигалась при этом с *постоянной скоростью*[2].

– Погоди-ка! А ведь показания таких «равномерных» часов не сильно должны отличаться от показаний часов с гориллой...

– А на сколько могут отличаться?

– Смотри. В полдень часы совпадали, потом за 10 минут стрелка с гориллой совершает пол-оборота, опередив минутную стрелку равномерных часов. За остальные 90 минут разрыв будет уменьшаться, пока стрелки в конце не совпадут. Дальше будут такие же циклы по 100 минут.

– Значит, разница показаний не может быть больше чем полчаса!

– Точно! Теперь выясним, когда равномерные неправильные часы показывают правильное время. Точнее, когда они ошибаются не более чем на полчаса. Остальные моменты нам неинтересны, ведь тогда часы с гориллой не могут показывать правильное время.

– Хорошо. За 100 минут правильные часы обгонят равномерные неправильные на $100 - 60 = 40$ минут. Значит, на целый оборот, то есть на $12 \cdot 60$ минут, они обгонят эти часы за $100 \cdot 12 \cdot 60/40 = 1800$ минут $=$ $= 30$ часов. Значит, равномерные неправильные часы будут показывать правильное время каждые 30 часов, считая от того полудня. Кстати, часы с гориллой тоже, потому что в 30 часов укладывается целое число «горилловых» циклов.

– Кстати, да, но ты забыл найти, когда равномерные часы ошибаются не больше чем на 30 минут. Для этого к моменту совпадения часов нужно прибавить и вычесть время, за которое часы отстают ровно на 30 минут. Если за 100 минут часы отстают на 40 минут, то на 30 минут они отстанут за 75 минут.

[2] См. «Квантик» №1 за 2012 год.

Получаем интервал в 2,5 часа, в середине которого – момент совпадения часов.

– И что теперь?

– Теперь нужно как-то найти в этом интервале те моменты, когда часы с гориллой показывают правильное время.

– Так это проще простого! В первой половине интервала часы с гориллой идут в 3 раза медленнее обычных и никак правильное время показать не могут.

– А во второй?

– Сначала часы совпадают, в этот момент стрелка с гориллой направлена строго вверх. За следующие 10 минут горилла обгонит обычную минутную стрелку и укажет вниз. А ещё за 30 минут обычные часы догонят гориллу на отметке в 40 минут. Вот ещё совпадение!

– Ура! А дальше?

– Оставшиеся 35 минут горилла будет только отставать от обычных часов, ведь её скорость в 3 раза меньше.

– Значит, больше совпадений нет!

– Уфф! Отмучились! Ладно, давай, как говорят, *резюмировать*: итого за каждый 30-часовой период имеют место два совпадения показаний правильных и «гориллловых» часов: в самом начале периода и через 40 минут после его начала. А далее каждые 30 часов совпадения повторяются.

– А ведь поначалу всё казалось таким простым...

– Точно. Не зря говорят: простота хуже воровства. Хотя чего ещё от гориллы ожидать?

К читателям. На этом оставим в покое наших героев – им изрядно пришлось потрудиться. Попробуйте теперь сами решить другую вариацию той же задачи:

Пусть в результате злостных действий гориллы *только минутная* стрелка движется при опускании втрое быстрей, при подъёме втрое медленней, а часовая вращается с правильной скоростью. Укажите все моменты времени, когда «гориллловые» часы показывают верное время.

Художник Алексей Вайнер

Математический кружок

ЗНАНИЕ – сила!

Степан Кузнецов

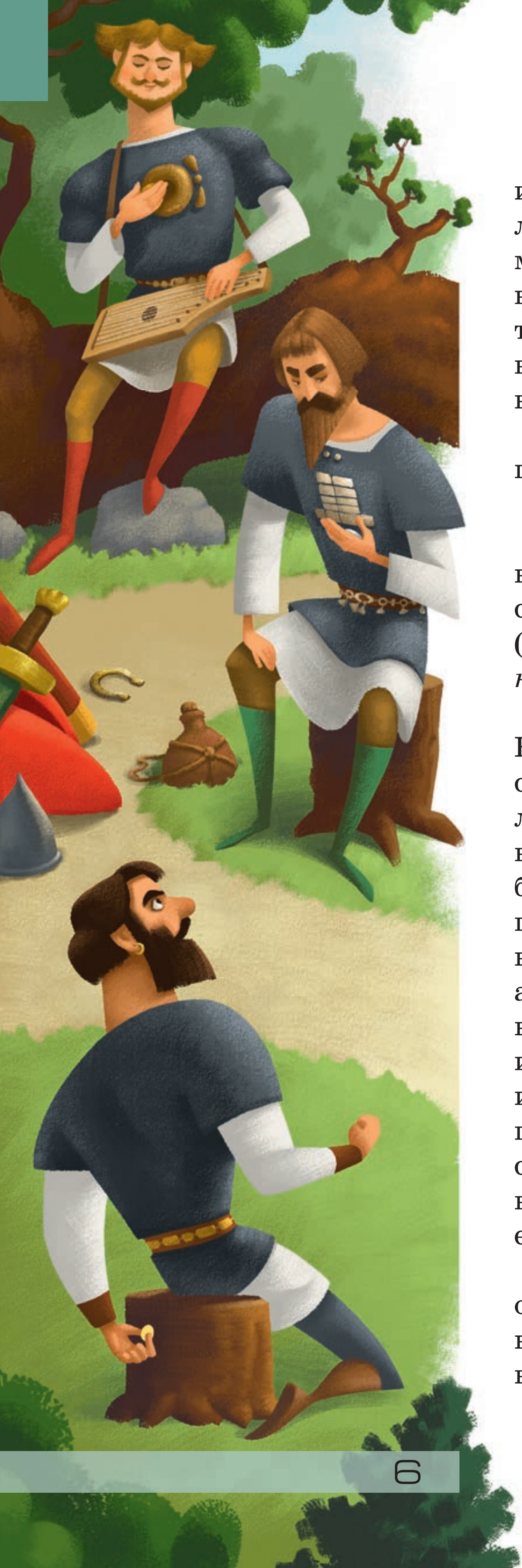
Мы обсудим несколько задач, слегка необычных с математической точки зрения. В них нам будет интересно не только *истинны* ли некоторые высказывания или *ложны*, но также *знают* ли об истинности этих высказываний персонажи, действующие в задаче.

Задача 1. Илье Муромцу, Добрыне Никитичу и Алёше Поповичу за верную службу дали 6 монет: 3 золотых и 3 серебряных. Каждому досталось по 2 монеты. Илья знает всё это и видит свои монеты, но не знает, какие монеты у Добрыни, а какие у Алёши. Надо задать Илье один вопрос, предполагающий ответ «Да» или «Нет», и по ответу выяснить, какие монеты ему достались.

Кажется, что задача неразрешима: вариантов того, какие монеты у Ильи, три (2 золотые, 2 серебряные, золотая и серебряная), а вариантов ответа два: «Да» или «Нет». Но возможен и третий ответ – «Не знаю». Чтобы получить его, надо спрашивать не о монетах Ильи, а о монетах *других* богатырей. Но тогда может показаться, что ответ будет всегда «Не знаю»: ведь в условии сказано, что Илья не знает о монетах Добрыни и Алёши.

Тем не менее, некоторую информацию об этих монетах Илья может *вычислить*, зная лишь свои монеты. Например, если у Ильи две золотые монеты, то он знает, что осталась только одна золотая монета. Значит, ни у Добрыни, ни у Алёши не может оказаться двух золотых монет. Зато заведомо у кого-то из них обе монеты серебряные. Это и приводит нас к решению: нужно задать вопрос «Верно ли, что у кого-то из двух других богатырей обе монеты серебряные?»

Запишем возможные ситуации коротко: буква «З» означает золотую монету, «С» серебряную; сначала монеты Ильи, потом Добрыни, потом Алёши. Например, «ЗЗ; СС; ЗС» означает, что у Ильи 2 золотые монеты, у Добрыни 2 серебряные, а у Алёши – золотая и серебряная. На рисунке 1 возможные ситуации разделены на три группы. В каждой группе ситуации *неразличимы* с точки зрения Ильи Муромца: он-то видит только свои монеты. Кроме того, ситуации расцвечены: зелёным цветом обозначены те, в которых истинный ответ на наш вопрос «Да»; красным – в которых ответ «Нет».



33; 3С; СС   33; СС; 3С

3С; 33; СС   3С; 3С; 3С   3С; СС; 33

СС; 3С; 33   СС; 33; 3С

Рис. 1

Видно, что в средней группе, когда у Ильи золотая и серебряная монеты, есть как «красные», так и «зелёные» ситуации. Значит, Илья даже теоретически не может, опираясь на знания о своих монетах, ответить на вопрос и скажет «Не знаю». В верхней группе обе ситуации «зелёные», и Илья, проведя такое же рассуждение, как и мы сейчас, ответит «Да». В нижней группе, наоборот, обе ситуации «красные», и ответ будет «Нет».

Чтобы наши рассуждения имели силу, нужны два предположения о богатыре, которого мы спрашиваем:

1. Богатырь *честен* (отвечает на вопросы правдиво).

2. Богатырь *умён*, то есть говорит «Не знаю» только в том случае, когда получить ответ, исходя из доступной ему информации, *теоретически невозможно*. (Это условие позволяет Илье Муромцу использовать *косвенное знание* о монетах других богатырей.)

Второе условие не так безобидно, как кажется. Вспомним, например, шахматы и зададимся вопросом: у какого из игроков (играющего чёрными или белыми) есть *стратегия*, позволяющая заведомо, независимо от коварства противника, выиграть или хотя бы свести игру к ничьей? Количество всевозможных шахматных партий хоть и астрономически велико, но не бесконечно. Значит, теоретически возможно проанализировать все возможные партии и дать ответ на этот вопрос (и заодно доказать, что либо у одного – и, разумеется, ровно у одного – из игроков есть выигрывающая стратегия, либо у обоих есть стратегия, приводящая к ничьей). Этот ответ будет логически следовать из правил игры, то есть, по нашему условию, должен быть известен любому, кто правила знает. В реальности же ответ неизвестен никому.

Вот пример поближе к математике: так как все теоремы школьного курса геометрии логически следуют из аксиом, то по нашему условию вышло бы, что выучивший все аксиомы автоматически знает все теоремы. На самом деле всех возможных теорем не знает никто.

Эта трудность обычно называется *проблемой логического всезнания*. Она возникает, когда число возможных ситуаций столь велико, что человек или даже компьютер неспособен их перебрать, или вообще бесконечно. В наших примерах это число невелико, и мы можем смело пользоваться вторым условием.

Перейдём к классической *задаче о чумазых детях*.

Задача 2. Дети вернулись с прогулки, и папа сказал, что у некоторых (хотя бы у одного) из них лица перепачканы. Каждый ребёнок видит лица других детей, а своё не видит. Папа спрашивает, знает ли кто-нибудь из детей, что он сам чумазый. Дети отвечают «Нет». Папа задаёт тот же вопрос ещё раз, потом ещё раз... Поймёт ли кто-то из детей, что он сам чумазый?

Казалось бы, ничего не меняется, и дети всегда будут говорить «Нет». Однако каждый раз ребёнок получает *знание о незнании других*, и эта информация может помочь ему догадаться, чумазый ли он сам.

Чтобы лучше понять происходящее, разберём случай, когда детей всего трое, и двое из них – второй и третий – чумазые, а первый чист. Рассмотрим все потенциально возможные ситуации; будем для краткости обозначать чумазого ребёнка цифрой 1, а чистого – цифрой 0: например, 010 означает, что первый и третий чисты, а второй чумаз.

Возможные случаи удобно изобразить в виде куба (рис. 2). Здесь две ситуации соединены красным отрезком, если они неотличимы с точки зрения первого ребёнка (он не знает, чумаз ли он сам, поэтому не может отличить, например, 001 от 101); зелёные отрезки соответствуют второму, синие – третьему ребёнку. Одной вершины в этом кубе недостаёт: раз сказано, что чумазые есть, случай 000 невозможен.

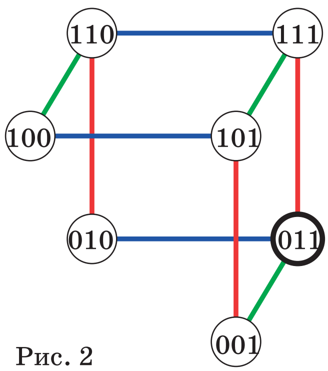


Рис. 2

Посмотрим, что изменится после первого вопроса. В ситуациях, когда чумазый ребёнок ровно один (например, 100), этот ребёнок сразу понимает,

что он чумазый. Значит, если все ответили «Нет», эти ситуации невозможны – и, что нам особенно важно, *об этом теперь знают все дети*! Получаем рисунок 3.

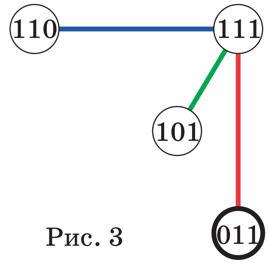


Рис. 3

Теперь «крайними» оказались 110, 101 и 011. Когда папа второй раз задаёт тот же вопрос, в ситуации 011 второй и третий ребёнок уже знают, что они чумазые.

Задача 3. Сможет ли первый ребёнок понять, что он чистый? (Попробуйте сами ответить на этот вопрос.)

Если все дети были чумазыми (случай 111), то потребуется ещё один вопрос: после первого вопроса отсекаются случаи 100, 010 и 001, после второго – 110, 101 и 011, и перед третьим вопросом все дети уже знают, что единственно возможная ситуация – 111.

Так же можно рассуждать и когда детей больше трёх. Если чумазый ровно один, он поймёт это после первого вопроса (он знает, что чумазые есть, но не видит ни одного – значит, чумаз он сам). Если все ответили «Нет», то чумазых хотя бы двое. Если их ровно двое, это выявится после второго вопроса. Иначе все узнают, что чумазых хотя бы трое, и т.д.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Задача 4. Король позвал к себе трёх мудрецов и посадил их так, чтобы они видели друг друга, но не себя. После этого он показал им 3 красных и 2 белых колпака и сказал, что наденет на каждого один из этих колпаков. Сделав это (и спрятав оставшиеся два колпака), король спросил по очереди у каждого, знает ли он цвет колпака, который на него надет. Первый и второй ответили «Нет», а третий сказал, что знает. Какого цвета колпак король надел на третьего мудреца?

Задача 5. Каждому из двух математиков сообщили по натуральному числу, причём им известно, что эти числа отличаются на 1. Они поочерёдно спрашивают друг друга: «Известно ли тебе моё число?» Докажите, что рано или поздно кто-то из них ответит «Да». Сколько вопросов они зададут друг другу? (Математики предполагаются правдивыми, бессмертными, и, разумеется, гениальными).

Напоследок разберём ещё одну забавную задачку.

Задача 6. При дворе короля Правдоруба все издревле говорили только правду и доверяли друг другу. Но однажды король пригласил к себе трёх своих придворных мудрецов и объявил им: «Среди вас хотя бы один – лжец!». Никто из мудрецов не знал про другого, что тот лжец, и они задумались – кто же нарушил древний обычай? Король спросил первого мудреца: «Знаешь ли ты, кто из вас лжец, а кто говорит правду?». Первый мудрец ответил: «Не знаю». Король задал тот же вопрос второму мудрецу. Тот ответил: «Знаю». Наконец, третьего мудреца король спросил: «Сможешь ли ты назвать хотя бы одного лжеца?». На это третий мудрец ответил: «Да, смогу». А кто на самом деле лжец?

В этой задаче, в отличие от предыдущих, нарушено первое условие: участники могут лгать. При этом, как обычно негласно предполагается в задачах «про рыцарей и лжецов», лжец говорит неправду *всегда* (то есть не настолько коварен, чтобы иногда – когда ему выгодно – говорить правдиво). Кроме того, предполагается, что лжецы, если их несколько, не находятся в сговоре: каждый лжец не знает о других лжецах.

Первый мудрец, независимо от того, лжец он или правдивый, не может знать ответа на вопрос короля. Значит, он сказал правду, и поэтому не лжец. Тогда возможны три ситуации: ППЛ, ПЛП, ПЛЛ («П» означает правдивого, «Л» – лжеца; известно, что хотя бы один лжец есть). С точки зрения второго мудреца вторая и третья ситуации неразличимы между собой (и отличимы от первой). В первой ситуации он знает, кто лжец, и правдиво говорит «Знаю». Во второй и третьей ситуациях второй мудрец не знает ответа, но при этом он лжец, и тоже говорит «Знаю». Таким образом, ответ второго мудреца не даёт ни нам, ни третьему мудрецу никакой новой информации. Наконец, с точки зрения третьего мудреца неотличимы ситуации ППЛ и ПЛЛ, но король просит его назвать хотя бы одного лжеца, и он мог бы назвать себя. Значит, сказав «Да, смогу», он сказал правду, что противоречит тому, что он лжец. Значит, имеет место ситуация ПЛП: первый и третий мудрецы говорят правду, второй лжёт.

Задачи из этой заметки относятся к *модальной логике* – мы познакомились с азами этой науки.

Художник Мария Усеинова

Михаил Гельфанд

МОНЕТЫ постоянной ширины

В 2014 году британский Королевский монетный двор решил изменить дизайн монеты в 1 фунт и сделать её в форме правильного 12-угольника – для защиты от подделок. Но торговые автоматы «узнают» монету по её ширине, а у такой монеты ширина сильно зависит от того, как её вставили в щель. Поэтому в 2016 году углы сгладили, а стороны закруглили. И хотя обновлённую монету автоматы стали хорошо «узнавать», её ширина осталась переменной: от 23,03 мм (между противоположными сторонами) до 23,43 мм (между углами). Монету выпустили 28 марта 2017 года:

А можно ли делать многоугольные монеты постоянной ширины?

Можно. Опишем, как это делать для правильного многоугольника с нечётным числом сторон. Поставим циркуль по очереди в каждую вершину и проведём дуги между противоположными вершинами. Получим фигуру, вершины которой останутся как были, а сторонами станут эти дуги. Ширина такой фигуры постоянна в любом направлении. Так сделаны 5 евро Австрии (девятиугольник), 50 центов Великобритании (семиугольник) и 1 доллар Бермудских островов (треугольник, видимо, в честь Бермудского треугольника).

Обязательно ли, чтобы при этом многоугольник был правильный? Вовсе нет – достаточно, чтобы у него были равны длины всех диагоналей между противоположными вершинами (то есть чтобы диагонали образовывали звезду с равными сторонами, рис. 1).

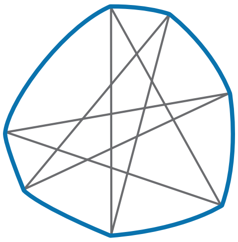
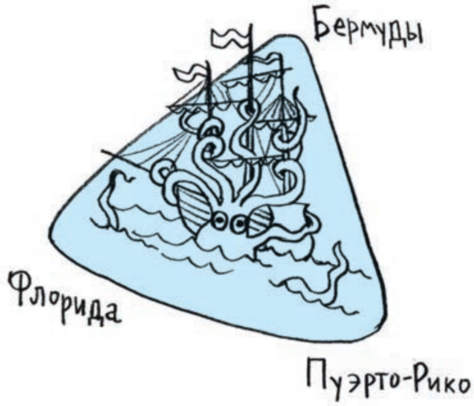


Рис. 1



В описанном способе соседние дуги стыкуются «под углом», и у монеты остаются вершины, которые можно нащупать. Сейчас мы предложим конструкцию, когда углы исчезают, и монета становится совсем гладкой, хоть и не будет кругом. Возьмём треугольник ABC со сторонами $a = BC$, $b = AC$, $c = AB$ и отложим от вершины A на продолжениях сторон AC и AB отрезки длины a. Получим точки D_1 и D_2, как на рисунке 2. Проделав аналогичную операцию с вершинами C и B, получим точки D_3, D_4, D_5 и D_6. Тогда $AD_1 = AD_2 = a$ и $AD_4 = AD_5 = b + c$, а значит, мы можем провести дуги D_1D_2 и D_4D_5 окружностей с центром в A. Аналогично проводим дуги D_5D_6 и D_2D_3 с центром в B, а также D_3D_4 и D_6D_1 с центром в C.

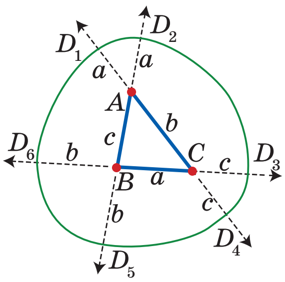
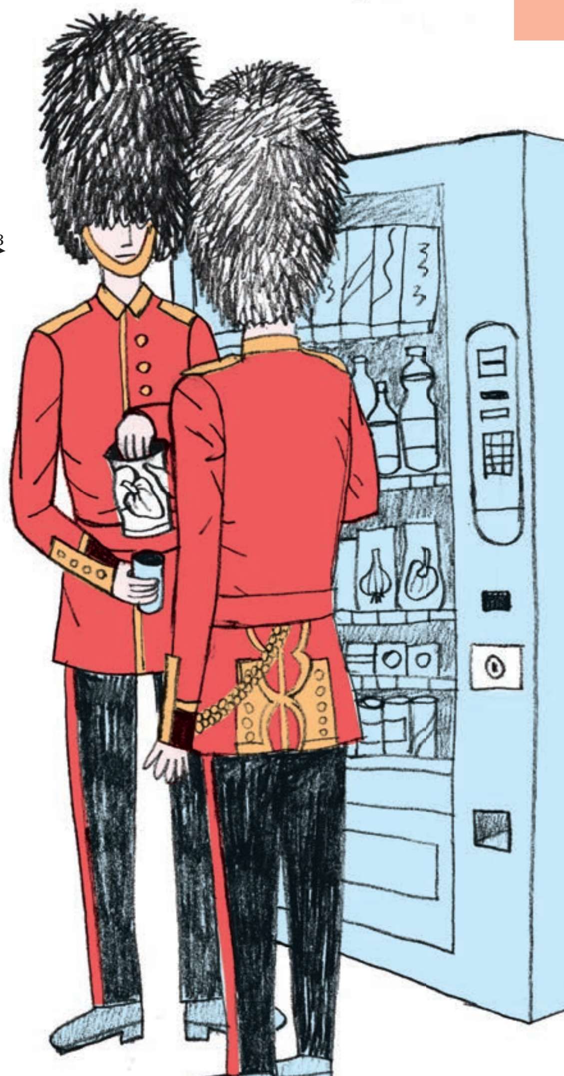


Рис. 2

Диаметр получившейся монеты будет $D_1D_4 = D_2D_5 = D_3D_6 = a + b + c$, а углов у монеты не будет, ведь дуги перпендикулярны продолжениям сторон треугольника. Мы можем изменить размер монеты, уменьшив или увеличив радиусы всех дуг на одну и ту же длину. Примерно так сделана канадская пятидесятицентовая монета:



На самом деле и у бермудской треугольной монеты углы тоже чуть закруглены.

Художник Артём Костюкевич

Иван Кобиляков

Саша Прошкин и белый медведь

Саша Прошкин и Маша Крючкова пробыли на стационаре «Бикада» до ноября, помогая биологу Михаилу Звереву наблюдать за овцебыками.

– Ну что ж, – сказал как-то Михаил Зверев ребятам, – пора возвращаться в город.

– А белые медведи? Побывать в Арктике и не увидеть их! – расстроилась Маша.

– Не зря на латыни белый медведь называется Ursus maritimus – «морской медведь». Чтобы посмотреть на этих животных, нужно лететь на побережье Северного Ледовитого океана.

– А давайте полетим! Ну пожа-а-луйста...

Саша и Маша просили так настойчиво, что биолог в конце концов согласился.

– А давайте полетим в бухту Марии Прончищевой! – встрепенулся обрадованный Саша. – Там неподалёку есть незамерзающая полынья, в которой круглый год живут моржи. Может, мы там и белых медведей встретим.

– Ой, как интересно! – захлопала в ладоши Маша. – Бухту в Северном Ледовитом океане назвали в честь женщины с таким же именем, как у меня!

Михаил Зверев покачал головой:

– Женщину, которая летом 1735 года в составе Ленско-Енисейского отряда Великой Северной экспедиции отправилась покорять просторы Арктики, звали совсем не Мария... Хотя бухта действительно названа в её честь...

– Как же это? Расскажите!

Пока вертолёт летел от стационара «Бикада» к побережью Северного Ледовитого океана, Михаил Зверев рассказал ребятам такую историю.

В XVIII веке морякам не разрешалось брать с собой на корабль жён. Но Василий

Прончищев не послушался запрета. Чтобы никто не узнал о нарушении морских традиций, капитан Прончищев ни в каких документах имя своей жены не указал.

Под руководством Василия Прончищева команда корабля «Якутск» открыла новые острова в море Лаптевых и составила карты побережья восточного Таймыра. Это была очень трудная экспедиция! К сожалению, и капитан, и его жена погибли.

Почти два века спустя в честь смелой женщины назвали мыс на восточном побережье Таймыра. Так на карте появилась надпись: «м. Прончищевой». Но позже картографы что-то перепутали и решили, что буква «м» – это инициал от имени «Мария» и что это название относится к бухте. На самом деле жену Василия Прончищева звали не Мария, а Татьяна!

Маша озадаченно посмотрела на карту:

– А тут всё так и пишут «бухта Марии Прончищевой»! Что же не исправят?

– Видишь, как бывает – ошибки учёных могут навсегда войти в историю. Поэтому им надо быть особенно внимательными и осторожными.

В иллюминаторе показалось побережье моря Лаптевых. На сине-серых волнах огромной полыньи, которую называют Восточной Таймырской, покачивались голубоватые льдины. Иногда из-под воды появлялась спина белухи; выпустив фонтан брызг, кит исчезал в глубине. Поодаль резвились нерпы. Даже зимой жизнь в ледовых полыньях не прекращается – к открытой воде собираются самые разные животные.

Глазастый Прошкин первым заметил прямо по курсу лежащих на льду моржей. Они показались мальчику неповоротливыми и ленивыми. Временами какой-нибудь морж с важным видом поднимался на коротеньких ластах над лежбищем

и осматривал окрестности. Делал он это только из любопытства. Ведь благодаря своему огромному весу и невероятной силе, моржи в Арктике почти никого не боятся. Взрослый морж-самец весит около полутора тонн. Для большой компании этих гигантов даже белый медведь не очень опасен – стадо может легко затоптать его.

– Смотрите, белый медведь! – закричала Маша Крючкова, глядя в иллюминатор.

По льду совсем рядом с лежбищем моржей вальяжно прогуливался самый красивый и самый опасный зверь Арктики. Как ни уговаривали ребята Михаила Зверева приземлиться, учёный был непреклонен.

– Лишний раз животных лучше не тревожить. Давайте понаблюдаем с воздуха.

На группу моржей белый медведь напасть так и не решился. Ребята, затаив дыхание, смотрели за тем, как хищник погрузился в воду и поплыл в открытый океан. Там, вдали от берега, на небольшой льдине сидел ещё один морж. Медведь плыл к нему среди волн не хуже нерпы или белухи. Он явно хотел попытать удачи в открытом и честном поединке один на один.

– Смотрите, сейчас схлестнутся два тяжеловеса! – прокричал Саша Прошкин голосом комментатора спортивного канала.

– Ну как тебе не стыдно, Саша? Ведь это не бокс по телевизору! Посмотри, какие у моржа огромные клыки! А если медведь получит смертельную рану? – насупилась Маша.

– Такое вполне возможно... – подтвердил биолог Михаил Зверев.

Белый медведь ловко взобрался на льдину. Морж заметил его, но не стал убегать, потому что был ещё очень молодым и самоуверенным. Он приподнялся на ластах и развернулся в сторону врага. Белые клыки-сабли взметнулись в воздух.

– Ой! – вскрикнула Маша и закрыла лицо ладошками.

– Вечно ты, Маша, так! Это же не кровавое убийство, а самая настоящая жизнь дикой природы. Скажите ей, дядя Миша!

– Животные никогда не охотятся просто так, ради забавы. Морж – очень опасный противник. Намного чаще добычей белого медведя становится кольчатая нерпа или морской заяц (лахтак). Но голод вынуждает иногда идти на риск.

Тем временем белый медведь уже нанёс первый удар. Морж едва увернулся и, кажется, рассвирепел не на шутку!

– Эскимосы считают, что белые медведи всегда начинают атаку левой передней лапой. Вот и сейчас медведь атаковал левой! – заметил Михаил Зверев и тут же записал своё наблюдение в полевой дневник.

Битва продолжалась около десяти минут. Оба животных были измучены трудным поединком, у обоих появились глубокие раны от взаимных ударов.

Вдруг из кабины вертолёта раздался строгий голос лётчика:

– Товарищи исследователи, всё это, конечно, интересно, но топливо уже на исходе! Пора возвращаться, а то упадём и разобьёмся!

Михаил Зверев кивнул головой. Так и не дождавшись окончания схватки, вертолёт полетел обратно в город. Маша и Саша всю дорогу спорили, кто же победил.

– А что думаете вы? – спросила Маша Михаила Зверева.

– Как биолог, я думаю, что победил морж. Он крупнее и сильнее. Но вообще-то я надеюсь, что звери устали биться и разошлись. И белые медведи, и моржи, живущие в море Лаптевых, – животные редкие и занесены в Красную книгу России.

Фото Виктор Матасов
Художник Ольга Демидова

ЖЕЛЕЗНАЯ ДОРОГА

Валерия Сирота

1. *Поют колёса «тра-та-та»*. Как именно они поют? И почему? И для чего делается то, из-за чего они поют?

2. Как с помощью этой песни, слушая её в поезде, оценить (примерно измерить) его скорость?

3. Чем отличается паровоз от электровоза? А от тепловоза? Как их все различить по виду? А как работает локомотив поезда метро и чем поезд метро отличается от электрички?

4. У поезда колёса соединены в жёсткие колёсные пары (в каждой паре колёса могут вращаться только вместе, синхронно). Как же поезд поворачивает? Ведь на повороте внешнее колесо должно пройти бóльший путь, чем внутреннее?

Художник Николай Воронцов

Чудеса лингвистики

Светлана Переверзева

На каких языках говорит старик Хоттабыч?

*Из задачи конкурса «Русский медвежонок» (автор С. А. Бурлак)

Языковой барьер, мучительный поиск нужного слова, грамматические ошибки… Ничто из этого не существует для всемогущего джинна Гассана Абдуррахмана ибн Хоттаба, потому что, по-видимому, нет такого языка, которого бы он не знал. «Раз я с вами, – успокаивает он своих юных друзей, когда они очутились в Италии, – то и вас поймут, и вы будете понимать язык здешних мест, как понимаю его я». Тем не менее, собеседники Хоттабыча далеко не всегда могут его понять – как, впрочем, и он их. Попытаемся разобраться, в чём причина таких неудач и почему бывает недостаточно хорошо знать язык, чтобы легко общаться с окружающими. Но сначала выясним, есть ли у старика Хоттабыча родной язык и какими вообще языками он пользуется.

АРАБСКИЙ… ИЛИ НЕ АРАБСКИЙ?

Внимательный читатель повести Лазаря Лагина «Старик Хоттабыч» заметит, что её персонажи общаются по меньшей мере на четырёх языках: русском, итальянском, английском и арабском (к ним можно добавить и грузинский – возможно, Хоттабыч разговаривал на нём в Тбилиси). Какой же из этих языков является для главного героя родным? Казалось бы, ответ очевиден: конечно, арабский! Трудно найти более родной язык для сказочного джинна. Примеры из повести подтверждают нашу гипотезу. Когда старик случайно отбивается от своих друзей в метро, он от волнения забывает русскую речь и пытается объясниться с дежурным по станции на арабском. Его брат Омар ругается по-арабски, да и слова «Селям алейкум, Омарчик!» (так приветствует его обрадованный Хоттабыч) ясно показывают, на каком языке два джинна привыкли говорить друг с другом.

«Постойте! – возразит придирчивый читатель, имеющий кое-какие лингвистические познания. – Но ведь Гассан Абдуррахман ибн Хоттаб родился в XVIII веке до нашей эры. А первые надписи на арабском относятся к IV–V векам до нашей эры! На каком же языке Хоттабыч говорил все эти десять с лишним столетий?»

Отвечая придирчивому читателю, можно привести два возражения. Во-первых, язык как средство устного общения обычно появляется гораздо раньше, чем первые записи на этом языке. Про арабский язык считается, что он возник около 2300 года до нашей эры. Таким образом, во времена детства и молодости Хоттабыча (кстати, на сегодняшний день ему 3790 лет) на арабском вполне могли разговаривать, хотя писать на нём ещё не умели. Во-вторых и в-главных, старик Хоттабыч, несмотря на личное знакомство с царём Соломоном, сыном Давида (сам Хоттабыч называет его Сулейман ибн Дауд), исторической фигурой не является, а его подлинная родина – не столько настоящая Аравия, сколько тот воображаемый мир восточных волшебных сказок, который известен нам по «Сказкам тысячи и одной ночи». А они как раз написаны на арабском и, по воспоминаниям самого Лагина, навеяли ему образ Хоттабыча.

ВЫ НА ИВРИТЕ ГОВОРИТЕ?

Рассуждая о лингвистических способностях Хоттабыча, некоторые читатели упоминают древнееврейский язык

(иврит). Напрямую в повести он не упоминается, но несколько аргументов «за» привести можно. Во-первых, с ивритом в той или иной мере был знаком автор повести. Во-вторых, вспомним эпизод, когда Волька в сердцах называет Хоттабыча балдой, а потом, испугавшись, поясняет Хоттабычу, что «балда» означает «мудрец». Слово «балда», пришедшее к нам из тюркских языков, случайно созвучно двум ивритским выражениям: «бааль даат» и «бааль дат». Первое означает «обладающий каким-то знанием» (почти что «мудрец»!); второе – буквально «обладающий религией», то есть «религиозный человек». Не потому ли Хоттабыч так легко поверил в Волькино объяснение, что оно как будто подтверждалось известным ему выражением на иврите? В-третьих, в первой редакции повести Хоттабыч произносил особое заклинание – «странное слово “лехододиликраскало”» (знаменитого «трах-тибидох» у Лагина не было никогда: его придумали позже авторы радиоспектакля). И это «странное слово» – не что иное, как начало иудейского гимна («Лехо доди ликрас кало...»). Переводится оно как «Иди, мой друг, навстречу невесте...».

Кстати, и в других сказках загадочные волшебные заклинания нередко оказываются самыми обычными словами каких-то незнакомых языков. Например, заклинание «Мутабор», превратившее в аистов калифа и его визиря в сказке Гауфа «Калиф-аист», – это просто-напросто латинское «Я изменюсь» (и неудивительно, что оно легко забывалось: ведь для арабов латынь столь же трудный язык, как для европейцев – арабский).

По-видимому, старый джинн действительно знал иврит и использовал его если не для общения (например, с царём Соломоном), то по крайней мере в магических целях.

СТАРИК ХОТТАБЫЧ И НОВЫЕ СЛОВА

Хорошо ли Хоттабыч знает русский язык? На первый взгляд, идеально: он говорит без акцента, не делает грамматических ошибок, и, что показательнее всего, никто не принимает его за иностранца. И всё-таки довольно часто он чего-то не понимает. «Пойдём в цирк, а?» – предлагает ему Волька. «А что ты называешь этим смешным словом, напоминающим чириканье воробья?» – осведомляется старик. А вот ещё один диалог: «Хоттабыч, <...> это ты у меня зачитал учебник по географии? – Да будет разрешено мне узнать, что ты подразумеваешь под этим странным словом «зачитал»?» (На всякий случай ответим на вопрос джинна: «зачитать» здесь значит «взять почитать и не вернуть».)

Очевидно, есть отдельные слова и выражения, которые Хоттабычу незнако-

мы. Их можно разбить на две группы. Одни обозначают такие предметы, места или виды занятий, которых вообще не существовало там, откуда явился герой (тот самый цирк, заграничный паспорт, кино, ледокол, самодеятельность, чемодан...). Другие слова не имеют какого-то особенного значения, но появились в русском языке сравнительно недавно (так, «конкурс», «чемпион» и «штраф» были заимствованы русским языком не раньше XVIII века) или являются разговорными (как «зачитать»), и, по всей вероятности, старик ещё не успел как следует их освоить.

Встречая новое слово, любознательный джинн интересуется, что оно означает. Собеседники иногда отвечают ему синонимом – устаревшим, книжным или принадлежащим высокому стилю. Подобные объяснения Хоттабыч понимает хорошо – ведь именно таким языком говорит он сам. Это язык Шахерезады и Ходжи Насреддина: витиеватая, изобилующая риторическими фигурами речь, знакомая нам по переводам восточных сказок и легенд. В повести эта речевая традиция не просто воспроизводится устами Хоттабыча – она переплетается с языком современного мира. Отсюда возникают, с одной стороны, словесные игры, с другой – различные недоразумения. Так, после футбольного матча Хоттабыч благоговейно называет Вольку «форвард моего сердца» и «стадион моей души», и Волька, несмотря на неожиданность таких обращений, по-видимому, правильно понимает их смысл. А вот со «змием среди мальчиков» старик перестарался: слово «змий», означающее, как потом поясняет Хоттабыч, «живое воплощение мудрости», обычный ученик средних классов воспринимает как обидное прозвище: «– Змей?! – вконец рассвирепел Волька. – Ах, значит, выходит, что я ещё ко всему прочему и «змей»? Спасибо, Хоттабыч, пламенное тебе мерси!..»

* * *

Даны три цитаты из повести, в которых слово современного языка соседствует с книжным или устаревшим синонимом. Эти синонимы заменены пропусками. Попытайтесь правильно их заполнить (ответы см. в конце журнала):

– На что ты опаздываешь, о драгоценнейший Волька ибн Алёша? – деловито осведомился Хоттабыч. – Что ты называешь этим странным словом «эк-за-мен»?

– Это то же самое, что _____.

– Посмотри, посмотри, кто там сидит в девятом ряду! – прошептал вдруг Волька <...> – Это совершенно чудесные актёры! <...>

– Ты хочешь сказать, что они _____? – снисходительно улыбнулся старик.

– ...Я могу <...> заткнуть за пояс любого парикмахера-профессионала, или, как вы старомодно выразились, «_____», или, что то же самое, цирюльника, тогда как ни один парикмахер не может заткнуть за пояс меня...

Художник Алексей Вайнер

САЛТЫКОВ-ЩЕДРИН, ЛЮДОВИК XI, АЛЯБЬЕВ

Сергей Федин

Две из этих историй известны, а одна полностью придумана. Надо догадаться, какая именно. Вычислить её можно по какой-нибудь нелепости, несуразности, спрятанной в тексте. Попробуйте!

САЛТЫКОВ-ЩЕДРИН

Знаменитый русский писатель-сатирик Салтыков-Щедрин давно признан классиком, и его произведения изучаются в школе. Однако не все сочинения Михаила Евграфовича получили должную оценку, что подтверждает следующая история.

Однажды писатель решил помочь своей дочери выполнить домашнее задание и написал вместо неё сочинение на заданную тему. Каково же было его изумление, когда через несколько дней заплаканная дочь принесла проверенную работу. В тетради красовалась жирная двойка, а рядом рукой учителя было приписано: «Не знаете русского языка!»

ЛЮДОВИК XI

При дворе французского короля Людовика XI был придворный астролог д’Альманзор. Однажды он предсказал скорую смерть Маргариты де Сассёнаж – возлюбленной короля. И действительно, через неделю эта молодая и цветущая на вид женщина внезапно умирает от неведомой болезни. Король пришёл в ярость и приказал выбросить д’Альманзора из окна.

Однако когда стражники повели горе-астролога на казнь, Людовик решил поинтересоваться относительно даты своей смерти. В ответ хитроумный астролог сказал, что он умрёт на три дня раньше короля. Напуганный Людовик тут же отменил казнь. С этого дня находчивый д’Альманзор был в полной безопасности и ни в чём не нуждался.

АЛЯБЬЕВ

Однажды осенью известный композитор Алябьев отправился на прогулку в один из московских парков, чтобы насладиться соловьиным пением. Там он не на шутку поссорился с каким-то типчиком, который утверждал, что кукушка поёт лучше соловья.

Возмущённый композитор назвал кукушколюба ослом, после чего тот вызвал Алябьева на дуэль. Неизвестно, чем бы кончилась эта история, если бы в последний момент этот странный прохожий не объяснил Алябьеву, что он имел в виду:

– Кукушка поёт лучше соловья, – улыбнулся типчик, – потому что её мы готовы слушать бесконечно.

– Ах, вот оно что! – расхохотался Алябьев. – Чертовски остроумно! Беру свои слова назад. – И он, дружески улыбаясь, протянул типчику руку. Тот радостно пожал её и представился:

– Барон Дельвиг, поэт.

Познакомившись, новоиспечённые друзья, которые ещё недавно готовы были убить друг друга, решили отужинать в ближайшем ресторане. Там же, в память о соловьиной песне, их подружившей, они написали романс «Соловей» – один из самых красивых русских романсов.

Художник Капыч

Пётр Волцит

РУКИ-КРЮКИ

Всем нам хорошо знакомы рычаги – простейшие механизмы, позволяющие даже несильному человеку поднять тяжеленный груз: бревенчатый дом или каменные блоки, слагающие египетские пирамиды. Наверняка знаете вы и то, что наши руки-ноги, как и конечности насекомых, пауков и прочих членистоногих, тоже подобны системам рычагов. Кости (или, в случае с насекомыми, хитиновый панцирь) образуют жёсткое тело рычага, суставы – точку опоры, а мышцы создают усилие, тянущее рычаг в нужную сторону. Правда, в наших конечностях, в отличие от рычагов, точки опоры, приложения усилия и груз не лежат строго на одной прямой.

Кость, в отличие от традиционных рычагов, не обязательно представляет собой прямую палку: она может быть как угодно изогнута при условии, что конструкция остаётся жёсткой. Длины плеч такого «гнутого» рычага равны отрезкам, соединяющим точку опоры с точками приложения усилия и груза. Например, бедренная кость в целом имеет Г-образную форму.

Бедренная кость

Возможно, знаете вы и то, что рычаги делят на три типа в зависимости от расположения точек опоры, приложения усилия и груза.

У рычага первого рода груз и точка приложения усилия расположены по разные стороны от опоры. Если сделать «грузовое» плечо коротким, а «силовое» длинным, можно получить огромный выигрыш в силе. Таким рычагом легко поднять дом или увязшую в грязи машину; именно его имел в виду Архимед, говоря: «Дайте мне точку опоры – и я переверну Землю».

У рычага второго рода точка опоры расположена на одном конце, дальше идёт груз, а усилие прикладывается к другому концу. Если плечо между грузом и точкой приложения усилия большое, мы тоже получаем выигрыш в силе. По такому принципу устроена тачка: груз, который руками невозможно оторвать от земли и нести, мы легко поднимаем и везём, держась за длинные ручки. Точкой опоры служит ось колеса.

У рычага третьего рода (в старых книгах его считали разновидностью рычагов второго рода) усилие прикладывается между точкой опоры и грузом. Поднимать груз этим рычагом всегда тяжелее, чем просто так, голыми руками. Причём, прилагая усилие близко к грузу, поднять его ещё можно, но вот при приложении усилия близко к точке опоры даже не самый тяжёлый предмет становится почти неподъёмным. В этом легко убедиться на опыте: попробуйте поднять гирю двумя способами: держа её близко к телу и на вытянутой в сторону руке. Или удержать котелок с водой над костром, подвесив его на конец палки и схватившись за её противоположный конец.

В общем, чтобы рычаг давал выигрыш в силе, «силовое» плечо должно быть как можно длиннее «грузового». У рычагов первого и второго рода это достижимо, а в рычаге третьего рода невозможно в принципе: в лучшем случае, если взяться прямо за груз, полученное усилие будет в точности равно прилагаемому. Но кому нужен такой рычаг?

Удивительно, но наши конечности в основном подобны именно рычагам третьего рода. Причём в самой «невыгодной» своей разновидности: точка приложения усилия – место, где сухожилие, идущее от мышцы, присоединяется к кости, – расположена очень близко к точке опоры, суставу.

Рассмотрим это на самом простом примере бицепса – двуглавой мышцы плеча, сгибающей руку в локте, см. рисунок на полях справа. (В других случаях закономерность та же, но строение кости и прикрепление к ней мышцы чуть сложнее, что затрудняет анализ.)

Итак, бицепс прикрепляется к лучевой кости прямо около локтевого сустава. А дальше тянется длинный-длинный рычаг предплечья и кисти, удерживающий груз.

Конечно, ценой невероятных мышечных усилий нам удаётся и таким рычагом что-то поднимать. Ведь

Художник Мария Усеинова

наши мышцы обладают совершенно фантастической силой: тоненький мускул с площадью поперечного сечения 1 см^2 развивает усилие, эквивалентное 5–16 кг! У двуглавой мышцы плеча этот коэффициент равен 11,4. Значит, даже у совершенно нетренированного человека бицепс толщиной 5 см развивает усилие $2{,}5^2 \cdot 3{,}14 \cdot 11{,}4 = 223{,}7$ кг!

Подсчитано, что если бы все мышцы человека потянули в одну сторону, он легко мог бы поднять автобус. И это при том, что в норме мышца никогда не сокращается полностью: часть мышечных волокон всегда «отдыхает». При некоторых нервных заболеваниях в мышце одновременно «включаются» все мышечные волокна, и тогда мускулы ломают кости, к которым крепятся, или рвут сухожилия.

Но почему же природа «сконструировала» нас так «по-дурацки»? Зачем развивать сверхсильные мышцы, чтобы героически бороться с неоптимально сконструированными рычагами? Или, если уж природа наградила нас такими мышцами, почему бы ей и не прикрепить их как следует, сделав нас мегасупергероями?

Задача. Почему в руке человека не используются рычаги, дающие выигрыш в силе: ни рычаги второго рода, ни более «выгодные» модификации рычагов первого и третьего рода (получающиеся, например, если протянуть сухожилие от бицепса до самого запястья, поближе к грузу)?

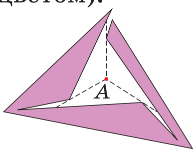
Позволю себе небольшую подсказку: природа не делает глупостей. Наши руки и ноги – совершенный механизм, отточенный миллионами лет эволюции. В чём же его преимущество, искупающее все недостатки?

И ещё одна подсказка: эффект рычага с коротким «силовым» и длинным «грузовым» плечами испытали на своём лбу все, кто хоть раз наступал на грабли. Грабли, кстати (при использовании в качестве «ударного» инструмента, а не для разравнивания земли) – пример «гнутого» рычага. Точкой опоры служит угол отхождения зубьев от основы, упирающийся в землю.

ХИТРЫЙ МНОГОУГОЛЬНИК

(«Квантик» № 12, 2016)

См. пример на рисунке (многоугольник закрашен розовым цветом).



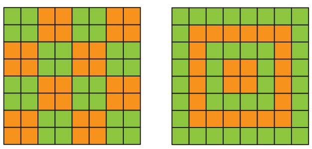
НАШ КОНКУРС («Квантик» № 9, 2017)

1. *Когда поезд едет из Москвы в Ярославль, буфет находится в 7-м вагоне от головы, а когда из Ярославля в Москву – в 13-м. Сколько вагонов в этом поезде?*

Ответ: 19. К буфету примыкает 6 вагонов со стороны Ярославля и 12 вагонов со стороны Москвы. Всего $6+12+1=19$ вагонов.

2. *У Умного Кролика есть участок квадратной формы 8×8, состоящий из 64 одинаковых грядок 1×1. На некоторых грядках он выращивает капусту, а на остальных морковь (пустых грядок нет). Известно, что рядом с каждой капустной грядкой ровно две капустные, а рядом с каждой морковной ровно две морковные (грядки находятся рядом, если они соседние по стороне). Может ли доля капустных грядок составлять а) ровно половину; б) более 60% от общего числа грядок?*

Ответ: может, смотри рисунок.



3. *В тайную лабораторию собираются послать 10 существ, часть из них – сумасшедшие учёные, остальные – безрукие големы. В течение недели каждое утро каждый учёный будет пришивать каждому голему по одной новой руке, после чего големы пойдут на алмазные копи и вечером принесут оттуда по алмазу в каждой руке. Сколько должно быть сумасшедших учёных, чтобы големы насобирали за неделю максимальное количество алмазов?*

Ответ: 5. Пусть было x учёных. Тогда каждый день число рук увеличивается на $x(10-x)$. Так как вначале големы были безрукие, то за первый день было собрано $x(10-x)$ камней, за второй – $2x(10-x)$, за третий – $3x(10-x)$ и т. д. Всего за неделю было собрано $(1+2+3+4+5+$ $+6+7)x(10-x)$ камней. Это число максимально, когда $x(10-x)$ максимально. Перебирая все варианты $x=0, 1, 2, 3, 4, \ldots, 10$, получаем максимум при $x=5$. Увидеть это по-другому можно, заметив, что $x(10-x)=25-(x-5)^2$.

4. *Имеются 100 шариков, из которых два титановых, а остальные нет. Титан-тестер умеет за одну проверку тестировать ровно два шарика. Если хотя бы один из шариков титановый, у тестера загорается лампочка (иначе лампочка не горит). Как найти оба титановых шарика за 52 проверки?*

Ответ: Разбиваем 100 шариков на 50 пар и каждую пару кладем в тестер. Если лампочка загорелась только на одной паре, то в ней оба шарика титановые, мы их нашли. Если лампочка загорелась на двух парах, то в обеих парах один шарик титановый, а другой – нет. Из остальных 96 (не титановых) шариков возьмём любой и положим его в тестер сначала вместе с любым шариком из первой пары, а потом – с любым шариком из второй пары. Тестер определит, какие мы взяли шарики из пар, титановые или нет, а значит, про невзятые из пар шарики мы тоже всё поймём.

5. а) *Квадрат площади 10 разрежьте на несколько частей, из которых можно сложить прямоугольник 2×5.*

б) *Существует ли такое разрезание этого квадрата всего на три части? (При подготовке разрезания используйте, если нужно, карандаш, линейку и циркуль.)*

а) Смотрите рисунок 1.

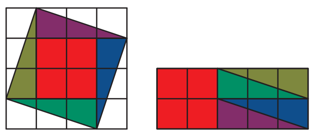


Рис. 1

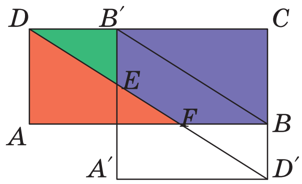


Рис. 2

б) Рассмотрим прямоугольник $ABCD$ со сторонами 2 и 5 и квадрат $A'B'CD'$ площади 10, расположенные как на рисунке 2. Докажем, что $\triangle ADF=\triangle A'ED'$, а $\triangle DEB'=\triangle FD'B$, где E и F – точки пересечения DD' с $A'B'$ и AB. Тогда из этих двух треугольников (зелёного и коричневого) и фиолетовой общей части можно сложить и квадрат, и прямоугольник.

Докажем, что BB' параллельно DD'. Отношения $B'C/BC$ и $DC/D'C$ равны, потому что $B'C\cdot D'C=BC\cdot DC=10$. Значит, по теореме Фалеса BB' параллельно DD'.

Тогда из параллелограммов $B'BFD$ и $B'BD'E$ получаем $DF = BB' = ED'$. Значит, у прямоугольных треугольников DAF и $EA'D'$ не только параллельны стороны, но и равны гипотенузы. А значит, они равны (по стороне и двум углам). Аналогично $DE = DF - EF = ED' - EF = FD'$, и треугольники $DB'E$ и FBD' также равны.

Строго говоря, нужно ещё доказать, что прямыми $A'B'$ и DD' прямоугольник $ABCD$ действительно разрезается на два треугольника и пятиугольник. Для этого нужно доказать, что $B'E < CB$. Мы уже знаем, что $B'E = BD'$, а значит, $BD' = CD' - CB = \sqrt{10} - 2 = 1{,}1\ldots < 2$.

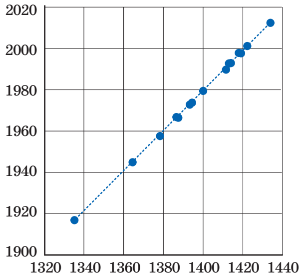
АРАБСКИЕ МОНЕТЫ («Квантик» № 10, 2017)

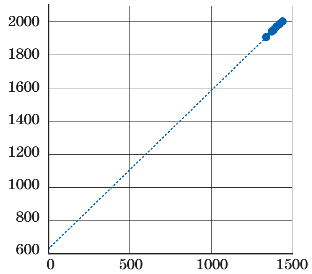
1. Мы уже знаем все цифры, поэтому определить даты и разности легко.

(1) ٢٠١٣ – ١٤٣٤	2013 – 1434 = 579
(2) 2001 – ١٤٢٢	2001 – 1422 = 579
(3) 1917 – ١٣٣٥	1917 – 1335 = 582

Теперь нарисуем все монеты на миллиметровой бумаге так, что каждая монета будет точкой, а её координаты – годами чеканки в мусульманской (по горизонтали) и христианской (по вертикали) эрах. Постараемся провести прямую как можно ближе ко всем этим точкам. Ясно, что совсем точно это сделать невозможно (точки не лежат на одной прямой), но постараемся, чтобы отклонения точек от прямой были минимальны.

Мы (Квантик) сделали это не на миллиметровой бумаге, а в программе Excel, а для того, чтобы провести самую лучшую прямую, использовали метод, который называется «линейная регрессия». У нас получилась прямая $y = 0{,}97 \cdot x + 625$. Теперь ясно, что лунный год в 0,97 раз короче солнечного и составляет $0{,}97 \cdot 365{,}25 = 354$ дня. А если подставить в формулу $x = 0$ (нулевой год хиджры) или посмотреть на миллиметровке, где наша прямая пересекает вертикальную ось координат, мы получим год переселения – 625. На самом деле летоисчисление по хиджре ведётся от 16 июля 622 года, точности нашей коллекции монет всё-таки не хватило. Можно понять, почему: все наши монеты близки к современным и далеки от оси, и поэтому даже небольшого изменения угла при проведении прямой достаточно, чтобы точка пересечения с вертикальной осью ушла в сторону. Чтобы исправить положение, нужны очень старые монеты с двойной датой, но, увы, таких монет не существует.





А что, если бы мы не проводили прямую, а просто использовали самую старую (третью) и самую новую (первую) монету из нашей коллекции? Обозначим неизвестные параметры прямой a и b. Мы получим систему линейных уравнений

$1917 = a \cdot 1335 + b$,

$2013 = a \cdot 1434 + b$.

Вычтем первое уравнение из второго:

$2013 - 1917 = (a \cdot 1434 + b) - (a \cdot 1335 + b)$,

$96 = 99a$, $a = 96/99 \approx 0{,}97$.

Теперь подставим полученное значение a в любое уравнение, например, в первое. Мы можем посчитать

$b \approx 1917 - 0{,}97 \cdot 1335 \approx 622$.

Удивительным образом на этой паре монет точность получилась даже выше, чем на всей коллекции! Однако это не более чем совпадение. Вы можете попробовать построить прямую для других наборов монет на сайте kvantik.com/arab.

Вот что это были за монеты:

1) Объединённые Арабские Эмираты, 50 филсов,
2) Мальдивские острова, 10 лаари,
3) Египет, 5 мильемов.

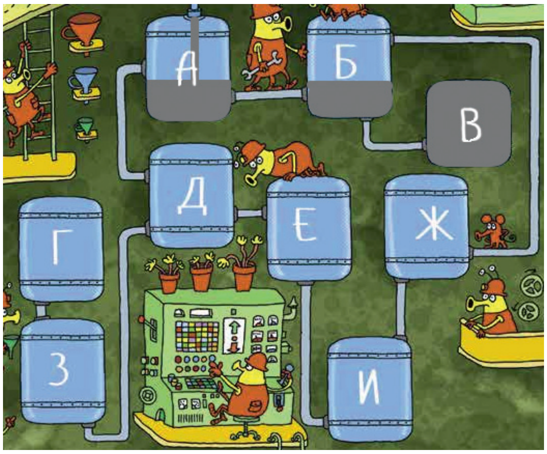
2. На этой монете (10 пиастров Ливана) дата, записанная арабскими цифрами, совпадает с европейской (١٩٦٢ = 1972), а даты по хиджре нет.

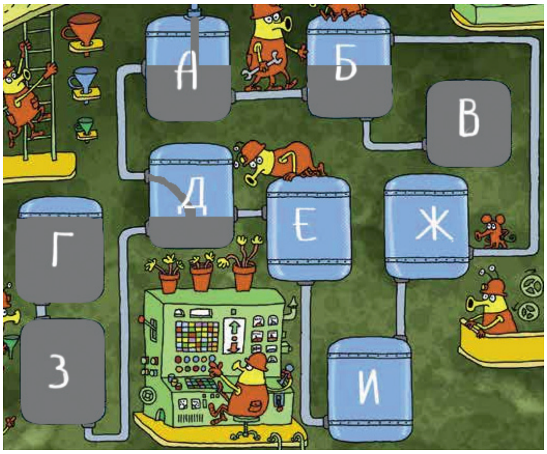
БАШМАКИ В КОРЗИНЕ («Квантик» № 10, 2017)

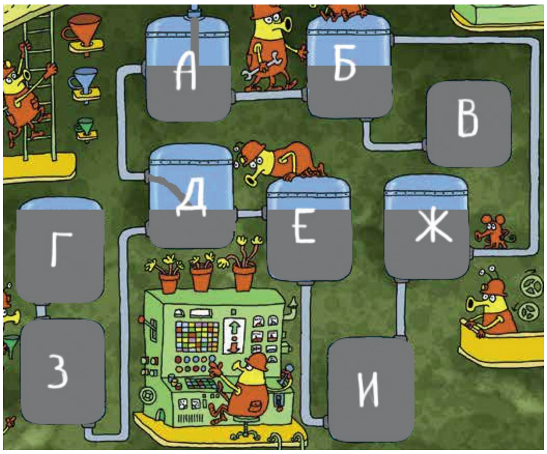
Интересно, что башмаки в каждой паре располагаются симметрично друг другу.

В КАКОМ ПОРЯДКЕ НАПОЛНЯТСЯ БАКИ? («Квантик» № 10, 2017)

Ответ: первым наполнится бак В, потом З, потом И.

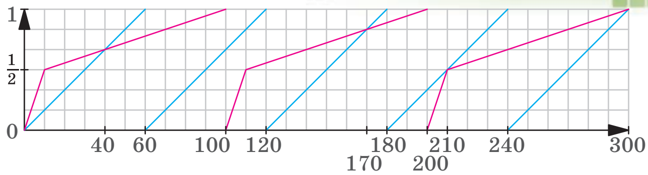






ГОРИЛЛА НА ЦИФЕРБЛАТЕ

Заметим, что через три 100-минутных цикла (то есть 300 минут или 5 часов) минутные стрелки и правильных, и «горилловых» часов будут направлены вверх, как и в самом начале отсчёта. Поэтому достаточно найти все совпадения именно в течение первых 300 минут, а потом они будут повторяться каждые 5 часов.



Нарисуем по клеточкам график положения обеих минутных стрелок. По горизонтальной оси отложим 30 клеток = 300 минут, по вертикальной оси – 6 клеток = 1 оборот. Обычная минутная стрелка за каждые 60 минут равномерно проходит 1 оборот – рисуем 5 голубых отрезков шириной 6 клеток и высотой 6 клеток. Стрелка с гориллой за первые 10 минут проходит пол-оборота – рисуем розовый отрезок шириной 1 клетка и высотой 3 клетки. За следующие 90 минут стрелка проходит ещё пол-оборота – пристыковываем к предыдущем отрезку новый шириной 9 клеток и высотой 3 клетки. Дальше повторяем ещё два раза.

На рисунке видно, что стрелки совпадут в начале, через 40 минут, через 170 минут и через 210 минут. Через каждые 5 часов после указанных моментов совпадения повторяются.

ЗНАНИЕ – СИЛА!

3. Да, сможет. Второй и третий ребёнок своими ответами отсекают как ситуации 101 и 110 (сказав, что они чумазые), так и ситуацию 111 (потому что в ней они бы не догадались об этом после второго вопроса).

4. На третьего мудреца надет красный колпак.

5. Если первому математику сообщили число n, а второму $n+1$, то первый раз «Да» ответит первый математик на n-й вопрос второго математика. Если, наоборот, первому математику сообщили число $n+1$, а второму n, то первый раз «Да» ответит второй математик на n-й вопрос первого математика.

НА КАКИХ ЯЗЫКАХ ГОВОРИТ СТАРИК ХОТТАБЫЧ?

Испытания; лицедеи; брадобрея.

САЛТЫКОВ-ЩЕДРИН, ЛЮДОВИК XI, АЛЯБЬЕВ

Придумана история про Алябьева. Алябьев не мог слушать осенью в московском парке соловьиные трели, потому что соловьи – перелётные птицы и в конце лета улетают в тёплые края.

Кроме того, соловьи поют только в брачный период, который длится с мая до конца июня.

На самом деле Алябьев написал свой знаменитый романс, находясь в сибирской тюрьме по ложному обвинению в убийстве.

итоги нашего конкурса
ПОЗДРАВЛЯЕМ!

Подведены итоги математического конкурса, проходившего с сентября 2016 года по август 2017 года. В нём участвовали 600 школьников из разных стран. Новый конкурс уже идёт (см. с. 32).

ПОЗДРАВЛЯЕМ НАШИХ ПОБЕДИТЕЛЕЙ! ИМИ СТАЛИ

Бейлин Александр	Ростов-на-Дону	Лицей № 58	6 кл.
Бирюлин Алексей	Москва	Школа № 1363	4 кл.
Борина Ирина	Саров	Гимназия № 2	8 кл.
Василевская Дарья	Москва	Лицей № 1568	6 кл.
Гани Михаил	Москва	Школа № 2007	5 кл.
Геращенко Максим	Лос Аламос (США)	Los Alamos Middle School	7 кл.
Дацковский Алексей	Москва	Школа № 444	6 кл.
Евстигнеева Екатерина	Москва	Школа № 1173	7 кл.
Ермолаев Арсений	Москва	Школа № 962	3 кл.
Загревский Дмитрий	Харьков (Украина)	Гимназия № 46	7 кл.
Зарицкая Валентина	Москва	Гимназия № 1290	8 кл.
Иваницкий Георгий	Нижний Новгород	Школа № 85	6 кл.
Карпенко Максим	Зеленоград	Лицей № 1557	7 кл.
Кондратьев Вадим	Москва	Школа «Виктория-2000»	3 кл.
Лаврушин Денис	Санкт-Петербург	Лицей № 30	5 кл.
Линник Елена	Харьков (Украина)	ХУВК 45 «Академическая гимназия»	8 кл.
Лотников Алексей	Краснодар	Гимназия № 18	6 кл.
Лылова Софья	Новосибирск	Гимназия № 5	7 кл.
Мосейчева Юлия	Москва	Пятьдесят седьмая школа	6 кл.
Нестеренко Александра	Москва	Школа № 1287	4 кл.
Окунева София	Москва	Школа № 1434 «Раменки»	3 кл.
Пермяков Максим	Нижний Новгород	Лицей № 40	6 кл.
Трошкин Кирилл	Магнитогорск	Школа № 5	6 кл.
Трунова Валентина	Москва	Школа № 1450 «Олимп»	4 кл.
Фёдоров Александр	Москва	Гимназия № 1514	6 кл.
Филатов Андрей	Москва	Школа № 444	7 кл.
Хазиева Элиза	Уфа	Гимназия № 16	5 кл.
Хатунцев Глеб	Москва	Гимназия № 1543	6 кл.
Храмов Александр	Новосибирск	Гимназия № 5	6 кл.
Шерстюгина Татьяна	Новосибирск	Гимназия № 5	8 кл.
Шлапак Радан	Киев (Украина)	Лицей № 171 «Лидер»	6 кл.
Щербаков Максим	Краснодар	Школа № 71	8 кл.

ПОЗДРАВЛЯЕМ НАШИХ ПРИЗЁРОВ! ИМИ СТАЛИ

Адольф Константин	Красноярск	Школа № 10	8 кл.
Альмукамбетова Жания	Алматы (Казахстан)	Специализированный лицей № 165	5 кл.
Антонова Амалия	Москва	Школа № 949	6 кл.
Ахметшин Александр	Москва	Пятьдесят седьмая школа	6 кл.
Васильцова Виктория	Москва	Лицей № 1158	7 кл.
Гельман Анатолий	Новосибирск	Школа № 54	7 кл.
Климова Ярослава	Москва	Гимназия № 1409	7 кл.
Кожура Екатерина	Ейск	Гимназия № 14	8 кл.
Коноплев Максим	Москва	Школа № 1329	6 кл.
Конюхов Матвей	Москва	Инженерно-техническая школа им. П.Р. Поповича	5 кл.
Кузнецов Андрей	Липецк	Лицей № 44, ЦПОД «Стратегия»	6 кл.
Линник Артём	Саров	Лицей № 3	5 кл.
Медведев Михаил	Москва	Школа № 1018	7 кл.
Нехаева Екатерина	Москва	Школа № 920	4 кл.
Панюнина Полина	Жуковский	Школа № 10	3 кл.

Рыбин Дмитрий	Москва	Школа № 1034	8 кл.
Сабиров Роман	Магнитогорск	Школа № 5	7 кл.
Савин Михаил	Протвино	Лицей г. Протвино	3 кл.
Савченко Арсений	Магнитогорск	Школа № 5	6 кл.
Салов Александр	Железнодорожный	ЧОУ «Школа Интеллект-Сервис»	5 кл.
Терехова Ольга	Зеленоград	Лицей № 1557	6 кл.
Трапезников Роман	Казань	Школа № 146	5 кл.
Филинков Матвей	Киров	Школа № 27	6 кл.
Чалык Павел	Балаково	Гимназия № 2	5 кл.
Ширяев Александр	Москва	Школа № 1273	6 кл.
Шипилов Святослав	Краснодар	Гимназия № 44	6 кл.
Ясников Алексей	Тольятти	Школа № 58	8 кл.

Победителям и призёрам будут высланы дипломы журнала «Квантик», а также призы – научно-популярные книги издательства МЦНМО, фонда «Математические этюды» и фонда «Траектория»

ТАКЖЕ ОТМЕЧАЕМ УСПЕШНОЕ ВЫСТУПЛЕНИЕ РЕБЯТ:

Абаянцева Евгения	Санкт-Петербург	Лицей № 30	5 кл.
Алаева Амелия	Уфа	Школа № 35	6 кл.
Верещагина Софья	Краснодар	Лицей № 64	7 кл.
Гуткович Антон	Харьков (Украина)	Гимназия № 45	5 кл.
Денисcенко Глафира	Кенилворс (Великобритания)	Stratford Girls' Grammar School	8 кл.
Золин Степан	Москва	ГБОУ № 902 «Диалог»	6 кл.
Исхаков Рафаэль	Казань	Школа «СОлНЦе»	8 кл.
Кондрашин Михаил	Липецк	Школа № 33	6 кл.
Котова Аня	Ярославль	Гимназия № 3	6 кл.
Кулакова Анна	Волжский	Школа № 30	8 кл.
Кушнарёв Святослав	Улан-Удэ	Школа № 33	6 кл.
Лучкин Владислав	Липецк	Центр «Стратегия»	6 кл.
Махлин Гриша	Москва	Школа № 1561	1 кл.
Морева Зоя	Тверь	Школа № 17	7 кл.
Мурыгин Константин	Магнитогорск	Школа № 5	7 кл.
Павлов Лев	Липецк	Центр «Стратегия», Лицей № 44	5 кл.
Платущихина Дарья	Москва	Школа № 2086	4 кл.
Подгорнов Иван	Курган	Школа № 48	5 кл.
Прохоров Борис	Магнитогорск	Школа № 5	7 кл.
Рябинин Евгений	Москва	Лицей № 1580 при МГТУ им. Баумана	8 кл.
Самков Мирон	Екатеринбург	Гимназия № 35	8 кл.
Синявский Виктор	Смоленск	Школа № 33	8 кл.
Смирнов Матвей	Екатеринбург	Лицей № 135	7 кл.
Смолев Иван	Магнитогорск	Школа № 5	5 кл.
Сохт Султан	Краснодар	Школа № 101	5 кл.
Спивак Николай	Москва	Гимназия № 1592, отделение 2043	8 кл.
Степашкина Марта	Липецк	Центр «Стратегия», Лицей № 66	6 кл.
Суспицын Константин	Магнитогорск	Школа № 5	6 кл.
Титов Фёдор	Липецк	Центр «Стратегия»	5 кл.
Трегубенко Борис	Киев (Украина)	Лицей № 171 «Лидер»	6 кл.
Федосеев Иван	Краснодар	Лицей № 48 им А. В. Суворова	6 кл.
Филатов Артём	Москва	Лицей № 1568	5 кл.
Фисун Дарья	Москва	ГБПОУ ОКДиТ ШО № 2	7 кл.
Халезов Фёдор	Иваново	Лицей № 21	6 кл.
Чертов Алексей	Евпатория	ЕУВК «Интеграл»	6 кл.
Шипота Мирра	Санкт-Петербург	Лицей № 239	5 кл.

КОМАНДА ГИМНАЗИИ № 10 (г. Пушкино, руководитель Носко Марина Павловна): Артамонова Маргарита (6 кл.), Бабешко Максим (7 кл.), Брынько Всеволод (7 кл.) , Гик Владимир (6 кл.), Дмитриева Юлия (6 кл.), Ковальчук Полина (6 кл.), Татосян Элен (7 кл.), Фоломеев Александр (7 кл.), Цуканова Мария (7 кл.)

НАШ КОНКУРС

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **заочном математическом конкурсе**.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 декабря электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com** или обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик»**.

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы.

Желаем успеха!

III ТУР

11. В ряд стоят 100 шкатулок, в них всего 2017 монет. На каждой шкатулке написано: «В какой-то из остальных шкатулок не меньше одной монеты». Известно, что не все надписи правдивы, а в шкатулке №37 есть хотя бы одна монета. Сколько монет в каждой из шкатулок?

12. Из чисел 1, 2, 3, ..., 998, 999 выбрали 997 чисел. Оказалось, что их сумма делится на 500, но не делится на 1000. Какое число заведомо присутствует среди выбранных?

Авторы: Григорий Гальперин (11), Сергей Дворянинов (12),
Егор Бакаев (13), ученик 7 класса Богдан Цыганов (14), Фёдор Нилов (15)

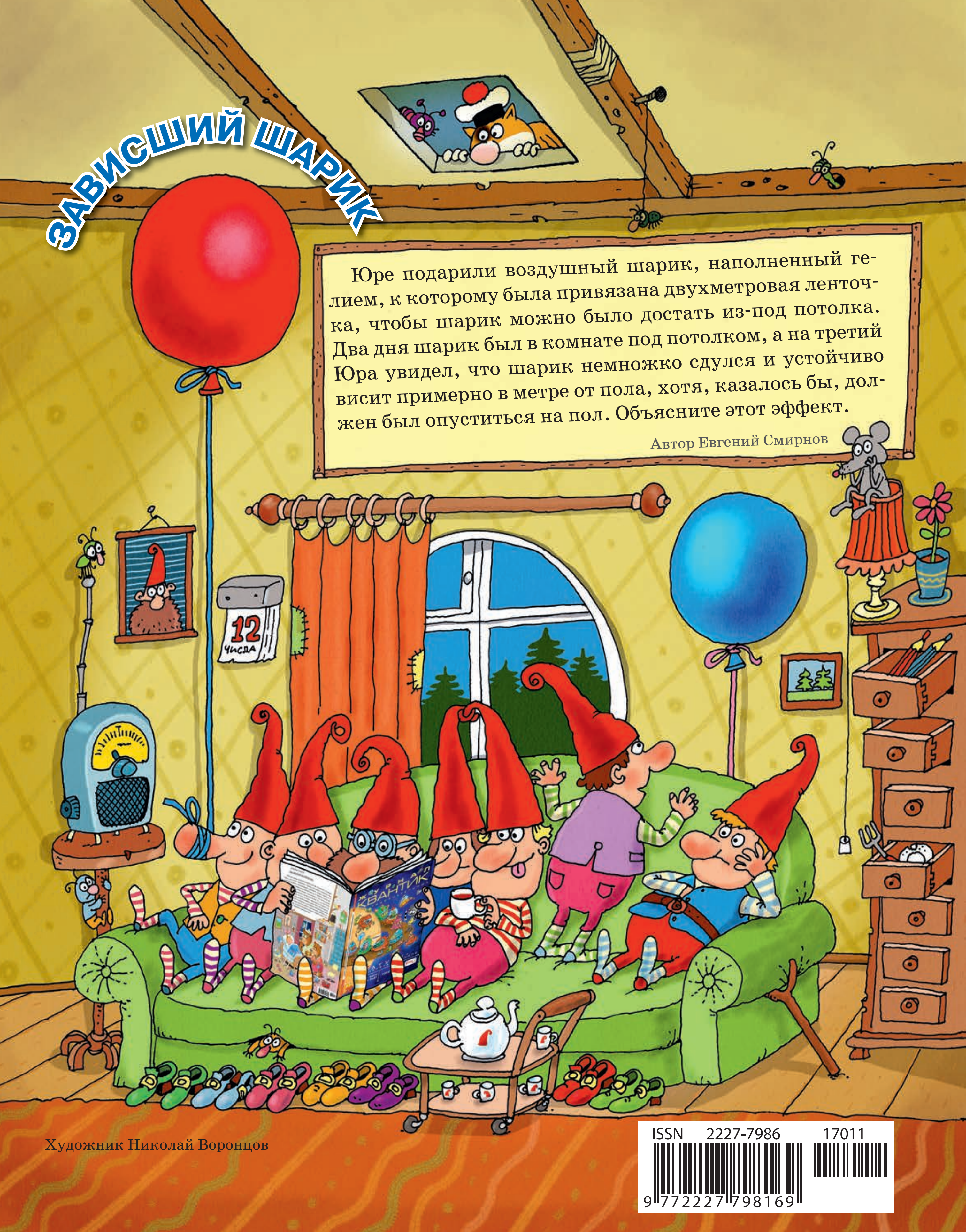
13. Несколько ребят сходили в лес по ягоды. Оказалось, что все собрали ягод поровну. Алёша нашёл 1/9 всех собранных ягод черники и 1/11 всех собранных ягод брусники. Ягоды других видов ребята не собирали. Докажите, что Алёша собрал столько же ягод брусники, сколько черники.

14. «Лесенка» состоит из тех клеток квадрата 10×10, которые лежат на главной диагонали или под ней. Может ли король обойти всю эту фигуру, начав с некоторой клетки, не посещая никакую клетку дважды и делая только горизонтальные и диагональные ходы на соседние клетки (нельзя делать ход на клетку, соседнюю по вертикали)?

15. Оказалось, что в группе по изучению французского языка для любых двух девочек есть ровно один мальчик, который нравится им обеим, и каждый мальчик нравится по крайней мере трём девочкам. Приведите пример такой группы, в которой учится больше одного мальчика.

Художник Николай Крутиков

ЗАВИСШИЙ ШАРИК



Юре подарили воздушный шарик, наполненный гелием, к которому была привязана двухметровая ленточка, чтобы шарик можно было достать из-под потолка. Два дня шарик был в комнате под потолком, а на третий Юра увидел, что шарик немножко сдулся и устойчиво висит примерно в метре от пола, хотя, казалось бы, должен был опуститься на пол. Объясните этот эффект.

Автор Евгений Смирнов

Художник Николай Воронцов

ISSN 2227-7986 17011