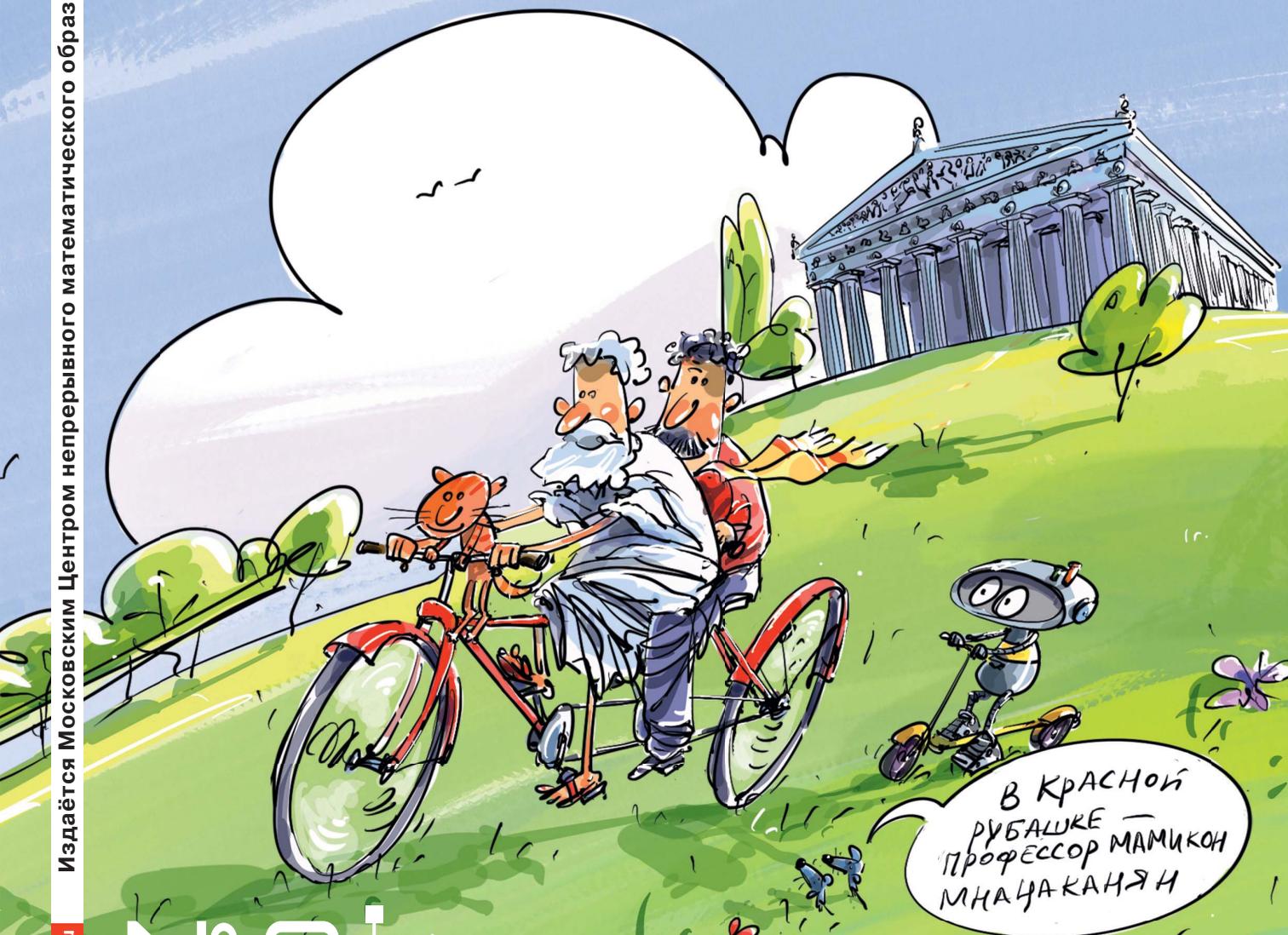


# Ж У Р Н А Л К В А Н Т И К

Д Л Я Л Ю Б О З Н А Т Е Л Ь Н Ы Х



№ 8

ПИФАГОР НА ВЕЛОСИПЕДЕ

август  
2019

ВНУТРИ  
АТОМНОГО  
ЯДРА

ДИНОЗАВР  
И СОКРОВИЩА  
АЦТЕКОВ

Enter

# ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Подписаться на бумажную версию журнала «КВАНТИК» можно

## НА ПОЧТЕ РОССИИ

 по каталогу  
«ГАЗЕТЫ.ЖУРНАЛЫ»  
агентства «Роспечать»  
Индекс **84252**

## ЧЕРЕЗ ИНТЕРНЕТ

на сайте агентства «Роспечать»  
по ссылке [kvan.tk/rosp](http://kvan.tk/rosp)

Приобрести электронную версию журнала «КВАНТИК» в хорошем качестве теперь можно в интернет-магазине МЦНМО «Математическая книга».

Заходите по ссылке [kvan.tk/e-shop](http://kvan.tk/e-shop)



журнал «Квантик»

Электронное издание

Кроме журнала редакция «Квантика» выпускает альманахи, календари загадок, наборы плакатов и книги серии «Библиотечка журнала «Квантик»

Всю продукцию «Квантика» можно купить в магазине «Математическая книга» по адресу: г. Москва, Большой Власьевский переулок, д. 11 (сайт: [biblio.mccme.ru](http://biblio.mccme.ru)), в интернет-магазине [kvanतिक.ru](http://kvanতিক.ru) и в других магазинах (список на сайте: [kvanतिक.com/buy](http://kvanतिक.com/buy))



**БИБЛИО-ГЛОБУС**  
ВАШ ГЛАВНЫЙ КНИЖНЫЙ

Мы предлагаем  
большой выбор  
товаров и услуг

г. Москва, м. Лубянка,  
м. Китай-город  
ул. Мясницкая, д. 6/3, стр. 1

## УСЛУГИ

- Интернет-магазин [www.bgshop.ru](http://www.bgshop.ru)
- Кафе
- Клубные (дисконтные) карты и акции
- Подарочные карты
- Предварительные заказы на книги
- Встречи с авторами
- Читательские клубы по интересам
- Индивидуальное обслуживание
- Подарочная упаковка
- Доставка книг из-за рубежа
- Выставки-продажи

## АССОРТИМЕНТ

- Книги
- Аудиокниги
- Антиквариат и предметы коллекционирования
- Фильмы, музыка, игры, софт
- Канцелярские и офисные товары
- Цветы
- Сувениры

8 (495) 781-19-00 пн – пт 9:00 - 22:00 сб – вс 10:00 - 21:00 без перерыва на обед

[www.biblio-globus.ru](http://www.biblio-globus.ru)

[www.kvantik.com](http://www.kvantik.com)

[kvanतिक@mccme.ru](mailto:kvanतिक@mccme.ru)

[instagram.com/kvantik12](https://www.instagram.com/kvantik12)

[kvanतिक12.livejournal.com](https://www.livejournal.com/kvantik12)

[facebook.com/kvantik12](https://www.facebook.com/kvantik12)

[vk.com/kvantik12](https://vk.com/kvantik12)

[twitter.com/kvantik\\_journal](https://twitter.com/kvantik_journal)

[ok.ru/kvantik12](https://ok.ru/kvantik12)

Журнал «Квантик» № 8, август 2019 г.  
Издаётся с января 2012 года  
Выходит 1 раз в месяц  
**Свидетельство о регистрации СМИ:**  
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.  
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).  
**Главный редактор:** С. А. Дориченко  
**Редакция:** В. Г. Асташкина, Е. А. Котко, Р. В. Крутовский, И. А. Маховая, А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов  
Художественный редактор и главный художник: Yustas  
Верстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова  
Обложка: художник Сергей Чуб

**Учредитель и издатель:**  
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»

**Адрес редакции и издателя:** 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11  
Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: [kvanतिक@mccme.ru](mailto:kvanतिक@mccme.ru), сайт: [www.kvantik.com](http://www.kvantik.com)

**Подписка на журнал в отделениях связи**

**Почты России:**

• Каталог «Газеты. Журналы»  
агентства «Роспечать» (индексы **84252** и **80478**)

**Онлайн-подписка** на сайте агентства "Роспечать"  
[press.rosp.ru](http://press.rosp.ru)

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: [biblio@mccme.ru](mailto:biblio@mccme.ru)

Формат 84x108/16  
Тираж: 5000 экз.  
Подписано в печать: 11.07.2019  
Отпечатано в типографии  
ООО «ТДДС-Столица-8»  
Тел.: (495) 363-48-84  
<http://capitalpress.ru>

Заказ №  
Цена свободная  
ISSN 2227-7986



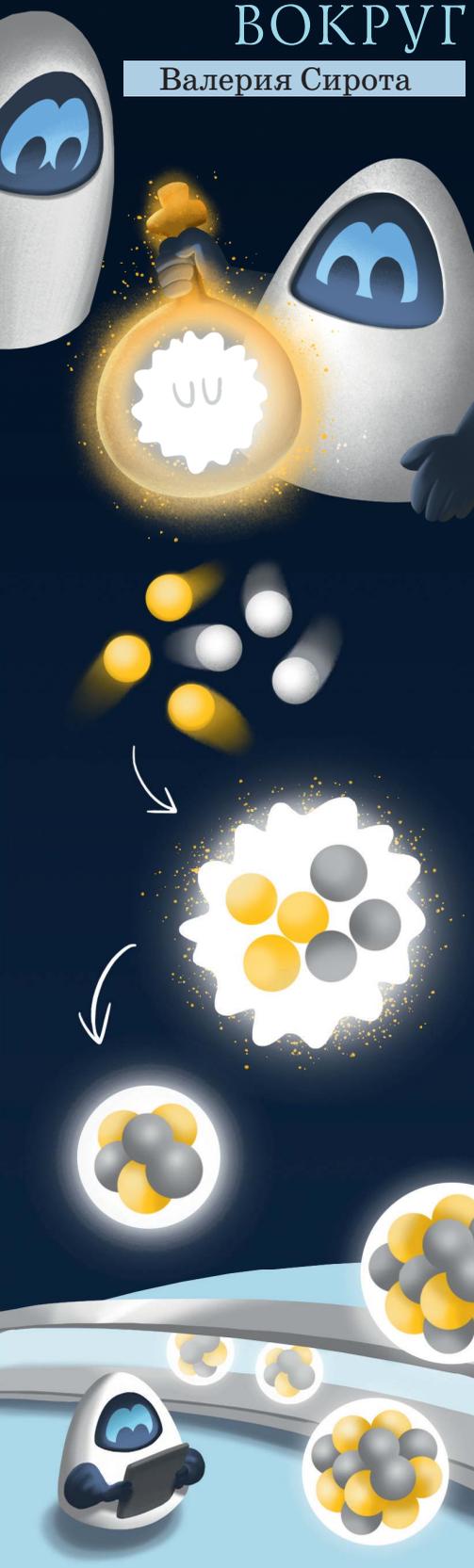


<b>ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ</b>	
<b>Внутри атомного ядра: сильное и слабое. В. Сирота</b>	<b>2</b>
<b>Солнечные часы на разных широтах. М. Прасолов</b>	<b>24</b>
<b>МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ</b>	
<b>Как мы собирали абажур, или Приключения триаконтаэдра. Продолжение. А. Панов, П. Панов</b>	<b>7</b>
<b>Площадь круга</b>	<b>15</b>
<b>Пифагор на велосипеде. Г. Мерзон</b>	<b>16</b>
<b>Пчелиные соты и тетрагексы. Н. Авилов</b>	<b>28</b>
<b>ИГРЫ И ГОЛОВОЛОМКИ</b>	
<b>Симметричные близнецы. В. Красноухов</b>	<b>14</b>
<b>ВЕЛИКИЕ УМЫ</b>	
<b>Роберт Уильямс Вуд. М. Молчанова</b>	<b>18</b>
<b>ДЕТЕКТИВНЫЕ ИСТОРИИ</b>	
<b>Динозавр и сокровища ацтеков. Б. Дружинин</b>	<b>26</b>
<b>ОТВЕТЫ</b>	
<b>Ответы, указания, решения</b>	<b>30</b>
<b>ОЛИМПИАДЫ</b>	
<b>Наш конкурс</b>	<b>32</b>
<b>ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ</b>	
<b>Робокраб на метеорите. А. Перепечко</b>	<b>IV с. обложки</b>



# ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Валерия Сирота



# ВНУТРИ АТОМНОГО ЯДРА: СИЛЬНОЕ И СЛАБОЕ

Читавшие статью про устройство атомов в «Квантике» №11 за 2018 год знают, что любое вещество состоит всего из трёх типов элементарных частиц – протонов, нейтронов и электронов. Протоны и нейтроны – тяжёлые, гораздо тяжелее электронов. Они образуют ядра атомов, а электроны летают вокруг этих ядер, совсем улететь им не даёт электрическое притяжение протонов: протоны имеют положительный заряд, а электроны – отрицательный, и все частицы с зарядами одного знака отталкиваются друг от друга, а с зарядами разных знаков – притягиваются.

**Задача 1.** Размер атомного ядра примерно  $10^{-15}$  м,<sup>1</sup> а размер атома – диаметр орбит электронов – примерно  $10^{-10}$  м. Если мы, делая модель атома, в качестве ядра нарисуем ручкой точку размером 1 мм, какого размера нужно рисовать атом? А какого размера получится в таком масштабе модель вируса гриппа? Размер настоящего вируса гриппа –  $10^{-7}$  м.

Внутри атомного ядра протоны и нейтроны – они вместе называются *нуклонами*<sup>2</sup> – «держатся» друг за дружку ядерными силами. Это совсем не то же самое, что электрические (точнее, электромагнитные) силы. Например, в ядерном взаимодействии протон и нейтрон участвуют «на равных» (в отличие от электромагнитного, ведь у нейтрона электрического заряда нет, а у протона есть). Ядерное взаимодействие иначе называют *сильным*, так что можно сказать: «В ядре действуют сильные силы» – и это не будет бессмысленным повтором.

Эти «сильные силы» действительно очень велики, иначе ядра не удерживались бы и разваливались. Ведь протоны в них все «отпихиваются» друг от друга электрическими силами. К тому же нуклоны в ядре не стоят на месте, а быстро движутся. Попробуйте втроем-вчетвером взяться за руки и начать беспорядочно прыгать и метаться туда-сюда. Удержать друг друга и не расцепить руки будет гораздо сложнее, чем если бы все спокойно водили хоровод.

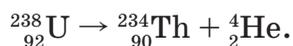
<sup>1</sup> Напомним:  $10^{-15} = \frac{1}{10^{15}} = \frac{1}{10 \dots 0}$  – в знаменателе число с 15 нулями.

<sup>2</sup> От латинского слова nucleus – ядро.

## РАДИОАКТИВНОСТЬ

И всё же иногда сильного взаимодействия не хватает, чтобы удержать ядро, и оно разваливается на части. Это называется *распад ядра*, или *радиоактивный распад*, а элементы, или изотопы (помните, что это?), которые норовят распасться, называются *радиоактивными*. В большинстве атомов вокруг нас ядра устойчивые и никогда не развалятся. Разве что по ядру очень сильно стукнет, например, ещё один протон или нейтрон (это будет вынужденный распад). Они такие стабильные потому, что в них правильное соотношение протонов и нейтронов: у лёгких ядер – протонов и нейтронов примерно поровну, а у тяжёлых – нейтронов чуть больше; чем тяжелее ядро, тем больше доля нейтронов (проверьте по таблице Менделеева). Но ядру вредно быть очень толстым: если протонов в нём совсем много (больше 82), то устойчивой конфигурации уже нет: сколько нейтронов ни клади, ядро развалится.

Если соотношение протонов и нейтронов «неудачное», ядро рано или поздно распадётся. Некоторые, правда, могут перед этим прожить многие миллиарды лет, а другие не проживут и долю секунды. Ядро может развалиться на пару ядер поустойчивей и полегче, но чаще всего от него просто откалывается небольшой кусочек – обычно два протона и два нейтрона, то есть как раз ядро атома гелия. Ядро гелия  ${}^4_2\text{He}$  иначе называется *альфа-частицей*, а распад с испусканием этой частицы – *альфа-распадом*. Вот пример такой ядерной реакции:



Здесь ядро урана превращается в ядро тория.

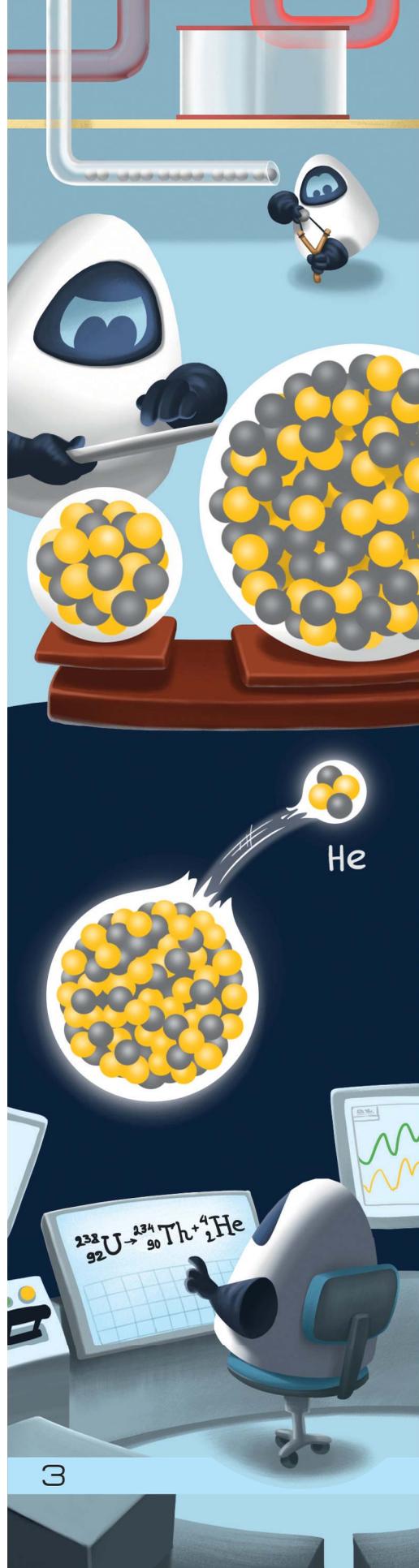
**Задача 2.** Вспомните, что значат числа, стоящие возле символа элемента, и проверьте, что ни один протон или нейтрон в этом процессе не пострадал.

**Задача 3.** Напишите реакцию альфа-распада радия (сведения о радиации см. в таблице Менделеева).<sup>3</sup>

## БЕТА-РАСПАД

И вот – чудо. Представьте, берёте вы ядро радиоактивного изотопа – ну, например, цезий-137 –

<sup>3</sup> Нам нужен основной изотоп радия, чаще всего встречающийся в природе.



# ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

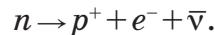


и ждёте, когда оно распадётся. А из него вместо альфа-частицы вылетает электрон! Откуда он взялся в ядре?! Там ведь только протоны и нейтроны!

Тут в игру вступает ещё одна новая сила, про которую мы пока не говорили. Чтобы подчеркнуть её отличие от сильного взаимодействия, её назвали *слабой*. И сама по себе она, действительно, куда слабее. Но слабые могут делать такое, чего не могут сильные.

С этой силой нейтрон в ядре действует... сам на себя и просто превращается в протон и электрон! И ещё в одну очень лёгкую частичку, *антинейтрино*.

Всё верно, и вас не обманывали: нейтрон – элементарная частица, то есть его нельзя разделить на части. Нет у него внутри протона с электроном. Он именно в них *превращается*. Слабые силы превращают одни частицы в другие!<sup>4</sup> И в ядре им сделать это труднее. А вот когда нейтрон сам по себе, ни с кем не связан сильными силами (говорят: *свободный нейтрон*), он этот фокус проделывает с лёгкостью! В свободном состоянии нейтроны живут только около 15 минут. А потом – распадаются. Вот так:



Здесь у значков протона и электрона написаны их заряды. Суммарный электрический заряд в этом процессе сохраняется: как был ноль, так и остался.

То же может произойти и в ядре, когда в нём слишком много нейтронов. Например, вот так:



Обратите внимание, что масса ядра (число нуклонов в нём) остаётся прежней, а заряд его увеличивает на единицу; просто нейтрон в ядре заменяется на протон. Такие процессы называются *бета-распадом*<sup>5</sup>, а электрон, вылетевший из ядра, – *бета-частицей*.

**Задача 4.** Что получится при бета-распаде изотопа водорода – трития  ${}^3_1\text{H}$ ? Какое уравнение реакции?

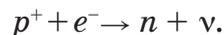
## НЕЙТРИНО И АНТИНЕЙТРИНО

Что же, все нейтроны распадутся когда-нибудь и их больше не будет? Нет. Во-первых, сильное

<sup>4</sup> Как именно происходит это превращение, понять с помощью наших обычных представлений невозможно, но физики умеют посчитать, что получается, написав определённые уравнения.

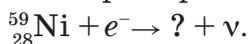
<sup>5</sup> Альфа – первая буква греческого алфавита, а бета – вторая. Эти два вида распада – самые частые.

взаимодействие мешает распаду, и в стабильных ядрах нейтроны надёжно защищены. Во-вторых, бывает, что протон в нестабильном ядре ухитряется «подцепить» слабыми силами электрон (например, из того же атома), и вдвоём они превращаются в нейтрон:



Попутно образуется другая частица – *нейтрино* (уже без анти-, поэтому над её значком нет чёрточки). Она, как и антинейтрино, до того *лёгкая*, что её массу до сих пор не смогли измерить. Как и электрон, она не участвует в сильных взаимодействиях. Но и в электромагнитном взаимодействии она тоже не участвует! Только слабые да ещё гравитационные силы (которых никому не избежать) действуют на нейтрино. Из-за этого нейтрино очень мало взаимодействуют с остальным веществом. Огромное их количество каждую секунду протыкает Землю насквозь, не замечая её и ничего по дороге не нарушая. Их очень трудно изучать – поди поймай частицу, которая проходит незамеченной через любую ловушку...

**Задача 5.** Такой вариант слабого взаимодействия в ядре – с поглощением электрона – называется *электронным захватом*. Например:



Впишите сами, какое при этом получилось ядро.

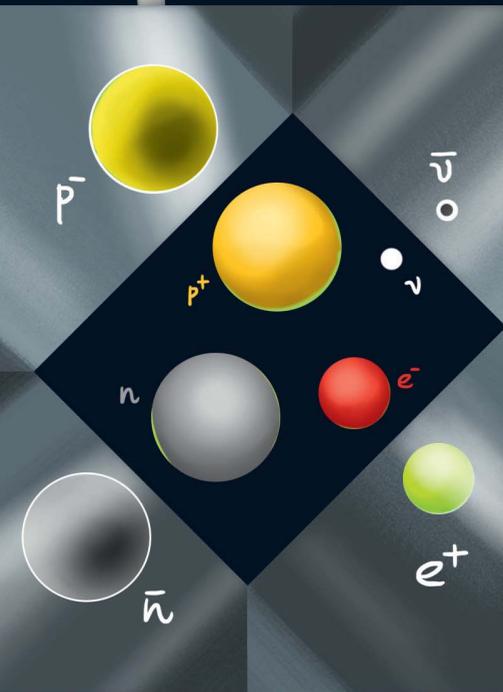
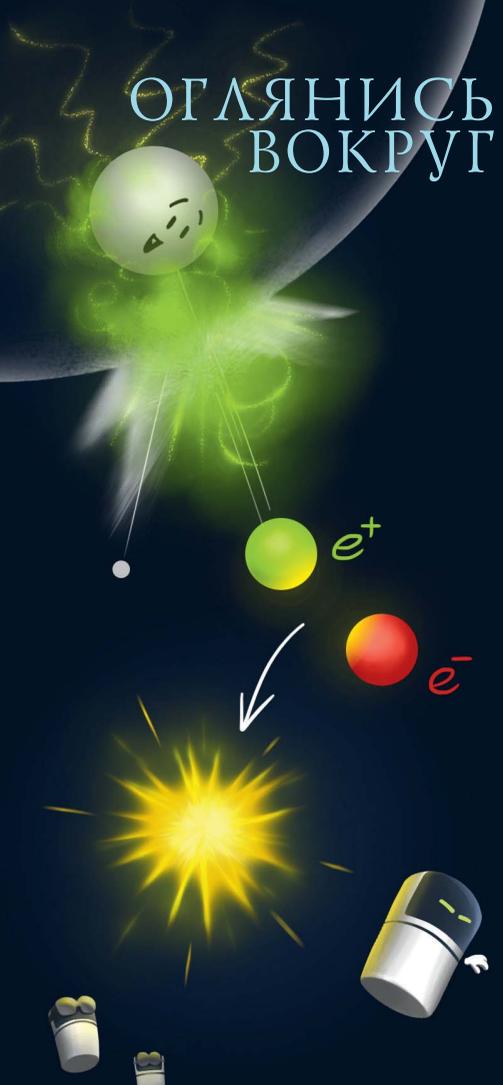
#### ДРУГИЕ «АНТИ-»

А протон может превратиться в нейтрон? Сам по себе – не может. Потому что нейтрон тяжелее протона. Как раз на массу электрона и ещё на маленькую чуточку. Более тяжёлая вещь в более лёгкие может превратиться, а наоборот – нет. Зато если протон в ядре, ему могут помочь соседи-нуклоны: вместо недостающей массы они отдают свою энергию, из-за чего просто будут помедленнее носиться по ядру да поближе прижмутся друг к дружке. Для прочности ядра это даже очень полезно. Но совсем не каждое ядро на такое способно, а только такое «рыхлое», у которого запас энергии достаточно большой. Обычно это как раз ядра с лишними протонами – или, говоря иначе, с недостатком нейтронов. Угадайте, почему...<sup>6</sup>

<sup>6</sup> Ответ – в следующей статье, в следующем номере «Квантика».

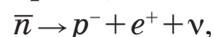


# ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ



Художник Мария Усеинова

И на что же распадается протон, если ему помогают? Он, конечно, превратится в нейтрон, но ведь надо ещё деть куда-то положительный электрический заряд. И вот на сцене появляется ещё одна элементарная частица! Это «антиэлектрон», масса у него как у электрона, а электрический заряд – такой же по величине, но обратный по знаку – положительный. У всех элементарных частиц есть свои античастицы – и у протона, и даже у нейтрона. Каждая античастица участвует во всех тех же взаимодействиях и реакциях, что и её пара, но с приставкой «анти»: например, антинейтрон распадается на антипротон, антиэлектрон и анти-антинейтрино, то есть просто нейтрино:



а антипротон с антиэлектроном могут превратиться в антинейтрон. Могли бы быть антиатомы, антипланеты и антилюди на них, но, похоже, такого нигде нет. Антиматерии – всех этих античастиц – в природе очень-очень мало. И долго они не живут. И вот почему: стóит античастице встретить парную ей частицу – бац! – происходит яркая вспышка, и обе они исчезают. Это называется красивым словом *аннигиляция*. А антиэлектрон называется красивым словом *позитрон*<sup>6</sup>.

Так что же там наше рыхлое ядро с кучей лишней энергии и страдающим от скуки протоном? Он может распасться вот так:



Это *позитронный*, или *бета-плюс распад*. Например, такое происходит с ядрами изотопов  $^{15}_8\text{O}$ ,  $^{11}_6\text{C}$ ,  $^{121}_{53}\text{I}$ .

**Задача 6.** Напишите сами, что получается из этих ядер при позитронном распаде.

Теперь мы узнали более или менее всё, что может случиться с атомным ядром. А заодно обнаружили кучу новых элементарных частиц: только что было три – и вот их уже восемь... Но если такое изобилие вас пугает, можно утешаться тем, что всё, что мы видим вокруг себя, всё-таки состоит из атомов с вполне стабильными ядрами и только из трёх типов элементарных частиц – протонов, нейтронов и электронов.

**Контрольная задача.** Заполните пропуски и определите тип реакций:  $^{40}_{19}\text{K} \rightarrow ? + e^- + \bar{\nu}$ ;  $? + e^- \rightarrow ^{235}_{92}\text{U} + ?$ ;  $^{235}_{92}\text{U} \rightarrow ^{210}_{82}\text{Pb} + ?$ ;  $^{13}_7\text{N} \rightarrow ^{13}_6\text{C} + ? + ?$ ;  $^{212}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{208}_{81}\text{Tl} + ?$ .

<sup>6</sup> От слова positive – положительный.

# КАК МЫ СОБИРАЛИ АБАЖУР, или ПРИКЛЮЧЕНИЯ ТРИАКОНТАЭДРА

*Продолжение. Начало см. в «Квантике» № 7 за 2019 год*

## ПЧЕЛИНЫЕ СОТЫ И ЗАПОЛНЕНИЕ ПРОСТРАНСТВА

В своём эссе «О шестиугольных снежинках» Кеплер пишет, что задумался о ромбических многогранниках после наблюдения за пчелиными сотами.



Рис. 13

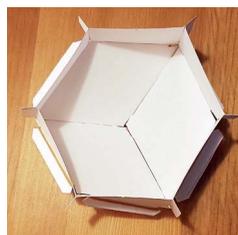


Рис. 14. Пчелиные соты с личинками и половинка ромбического додекаэдра

Сотовые ячейки на рисунке 14 обрезаны почти до доньшка, которое, как и у кеплеровского додекаэдра, состоит из трёх ромбов. Видно, что слой ячеек периодически, без пробелов, заполняет всю плоскость. На самом деле соты состоят из двух слоёв. Один смотрит на нас, другой расположен сзади и смотрит в противоположную сторону. Если считать, что сотовая ячейка – это половинка ромбического додекаэдра (рис. 14, справа), то каждую из них можно закрыть недостающей половинкой и получить два плотно прилегающих слоя ромбических додекаэдров.



Рис. 15. Двуслойная конструкция из ромбических додекаэдров,  
рисунок Михаила Панова





Добавив к этой двуслойной конструкции спереди и сзади ещё по одному слою додекаэдров, потом ещё по одному и так далее, мы заполним всё пространство ромбическими додекаэдрами, получив что-то вроде периодической кристаллической решётки. Наблюдая за сотами, Кеплер нашёл многогранник, которым можно регулярно заполнить пространство!

Кеплеровское эссе «О шестиугольных снежинках» (вышла в 1611 г.) вместе с первыми геометрическими главами *Harmonices Mundi* справедливо считаются исходной точкой в развитии кристаллографии.

### ЕВГРАФ СТЕПАНОВИЧ ФЁДОРОВ (1853–1919)

В 1885 году была опубликована книга Евграфа Степановича Фёдорова «Начала учения о фигурах», положившая начало его знаменитым работам в кристаллографии. В этой книге Фёдоров получил важнейший результат – перечислил все классы многогранников, которыми можно регулярно заполнить пространство. Он назвал их *параллелоэдрами*.



Характерные примеры – куб, правильная шестиугольная призма, ромбический додекаэдр, удлинённый додекаэдр и усечённый октаэдр. Первые два всем известны, о третьем знал Кеплер. Что касается последних двух, а также точных определений параллелоэдров, отсылаем читателя к статье Н. П. Долбилина «Г. Ф. Вороной и геометрия чисел» и «Калейдоскопу» в «Кванте» № 1 за 2019 г. Нам же важно, что Фёдоров в своей книге обсуждает и вопрос о многогранниках, состоящих из одинаковых ромбов.

### ВЫПУКЛЫЕ МНОГОГРАННИКИ, СОСТОЯЩИЕ ИЗ ОДИНАКОВЫХ РОМБОВ

У нас имеется всё необходимое, чтобы увидеть все такие многогранники, и это мы сейчас сделаем. Напомним только, что выпуклым называют многогранник, у которого нет впадин, то есть его можно приложить к плоской стене любой гранью. Ромбические додекаэдр и триаконтаэдр такими являются (проверьте). Ещё один выпуклый ромбический многогранник был открыт Фёдоровым – это *ромбический икосаэдр*.

Взглянем на рисунок 4 из прошлого номера, где изображены две чаши и разделяющая их зона, и представим, что эта зона исчезла. Смотрите, чаши идеально подходят друг к другу, нужно только сблизить их и скрепить парные рёбра резинками. Как раз и получится фёдоровский ромбический икосаэдр. Вы легко соберёте его, если у вас есть лишние 20 золотых ромбов с отношением диагоналей  $1 : \varphi$ .

А можно взять готовый триаконтаэдр и удалить из него ту же самую зону, составленную из 10 ромбов, прилегающих друг к другу по параллельным рёбрам. На рисунке 16 сверху изображён триаконтаэдр, а под ним – получающийся после удаления зоны ромбический икосаэдр.

Из этого икосаэдра теперь можно убрать зону, составленную из 8 ромбов, прилегающих друг к другу по параллельным рёбрам, а потом соединить по рёбрам оставшиеся два фрагмента. Получится додекаэдр, изображённый третьим сверху на рисунке 16, и это будет новый многогранник. Он состоит из золотых ромбов, в отличие от кеплеровского додекаэдра, состоящего из ромбов с отношением диагоналей  $1 : \sqrt{2}$ . Сравните их между собой – кеплеровский (рис. 13) намного более симметричен. Некоторые считают, что новый ромбический додекаэдр был открыт математиком Станко Билински в 1960 году, а другие предполагают, что он был обнаружен математиком и картографом Джоном Лоджем Коулом ещё в середине XVIII века.

Наконец, если у додекаэдра Билински удалить зону из 6 ромбов, обязательно получится состоящий из золотых ромбов параллелепипед, но при удалении одних зон он будет сплюснутым, а при удалении других – вытянутым (рис. 16 снизу). На самом деле



Рис. 16. Многогранники из золотых ромбов, удаление зон: триаконтаэдр → икосаэдр → додекаэдр → два параллелепипеда





из любых 6 одинаковых ромбов можно собрать либо сплюснутый, либо вытянутый параллелепипед. Куб – тоже ромбический параллелепипед; при растяжении его вдоль большой диагонали получается вытянутый ромбический параллелепипед, а при сжатии – сплюснутый.

Оказывается, это и есть полный список выпуклых многогранников, состоящих из одинаковых ромбов: триконтаэдр Кеплера, икосаэдр Фёдорова, додекаэдр Билински, кеплеровский ромбический додекаэдр и ещё целое семейство ромбических параллелепипедов.

Наконец ещё одно, завершающее эту тему упражнение: что получится при удалении различных зон из кеплеровского ромбического додекаэдра (рис. 13)?

### ПЛОСКИЕ КРИСТАЛЛЫ, ОСИ СИММЕТРИИ

Вернёмся к сотам. Представьте, что вся плоскость заполнена параллелограммами, как на рисунке 8, или шестиугольниками, как на рисунке 14, или квадратами, как ваша тетрадка по математике. Назовём такой периодический рисунок *двумерным кристаллом*. Чтобы убедиться в реальном существовании подобных кристаллов, посмотрим на изображение самого известного из них – графена (рис. 17).

Двумерный кристалл можно совмещать сам с собой параллельными переносами разных направлений. Но есть ещё одна возможность – это повороты. Посмотрим на плоский кристалл, составленный из шестиугольных ячеек (рисунок 18, средняя часть), и возьмём прямую, проходящую через центр ячейки и перпендикулярную плоскости рисунка. Тогда кристалл будет самосовмещаться при повороте вокруг этой прямой на  $60^\circ = 360^\circ/6$ . Такую прямую называют *осью симметрии кристалла* – осью симметрии шестого порядка. Если же на рисунке 18 взять точку, где сходятся

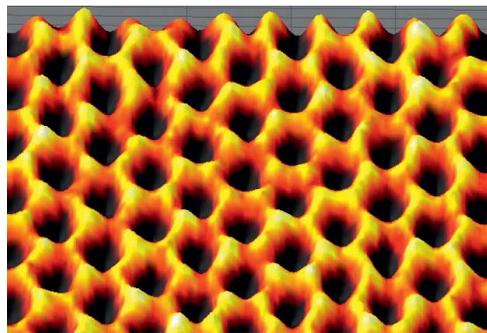


Рис. 17. Изображение двумерного кристалла графена, полученное электронным микроскопом, размер ячейки составляет доли нанометра

три шестиугольные ячейки, и провести через неё перпендикуляр к плоскости рисунка, то самосовмещение будет происходить при повороте вокруг него на  $120^\circ = 360^\circ/3$  – это ось симметрии третьего порядка.

Тут есть над чем подумать. Имеются у этого кристалла оси симметрии других порядков? И то же самое для плоских кристаллов, составленных из параллелограммов и квадратов (рис. 18, слева и справа): оси симметрии каких порядков у них имеются?

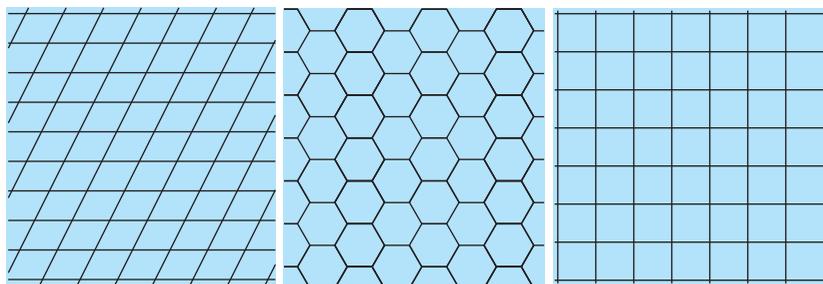


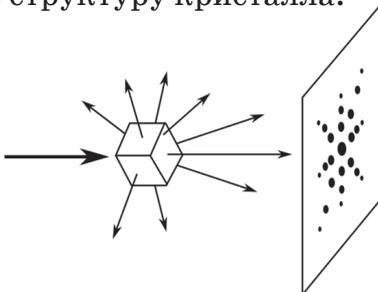
Рис. 18. Двумерные кристаллы

Один из основных законов кристаллографии утверждает, что периодические двумерные и трёхмерные кристаллы могут самосовмещаться только при поворотах на  $180^\circ$ , на  $120^\circ$ , на  $90^\circ$  или на  $60^\circ$ . Другими словами, у них могут быть оси симметрии второго, третьего, четвертого или шестого порядков, но не пятого, седьмого или большего порядка. Кеплер знал об этом, во всяком случае, в *Harmonices Mundi* у него есть две картинки, ставящие под сомнение существование осей симметрии пятого и седьмого порядков.

### РЕНТГЕНОВСКАЯ КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

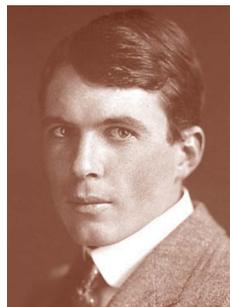
Рентгеновские лучи были открыты в 1895 году. А в 1912 году Максом фон Лауэ, а затем Уильямом Лоуренсом Брэггом и Уильямом Генри Брэггом был создан новый метод исследования кристаллов – метод рентгеновской дифракции, позволяющий увидеть и расшифровать внутреннюю структуру кристалла.

Рис. 19. Принципиальная схема метода Лауэ: пучок рентгеновских лучей рассеивается на кристалле и создаёт дифракционную картину на фотопластинке

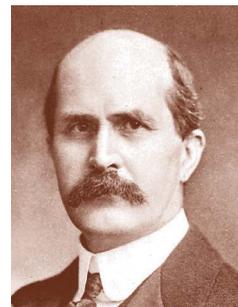




Макс фон Лауэ



Уильям Лоуренс  
Брэгг

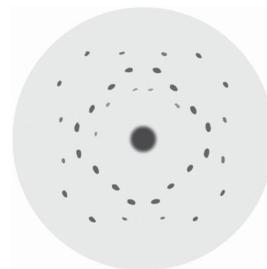


Уильям Генри  
Брэгг

В методе, предложенном Лауэ, пучок рентгеновских лучей, направленный на кристалл, взаимодействует с кристаллической решёткой и после рассеяния на ней создаёт на фотопластинке дифракционную картину в виде упорядоченного набора ярких пятен – дифракционных максимумов.

Эти картины зависят от ориентации кристалла и позволяют расшифровать его внутреннее строение, например, установить наличие осей симметрии и их порядок. Если пучок рентгеновских лучей оказался направленным параллельно некоторой оси симметрии кристалла, то дифракционная картина тоже будет иметь ось симметрии соответствующего порядка.

Рис. 20. Один из первых снимков, сделанных по методу Лауэ, – рентгенограмма кристалла цинковой обманки  $ZnS$  (1912 год)



При этом для аморфных материалов, типа обычного стекла, дифракционная картина не содержит отдельных пятен, а выглядит размытой.

С рентгеновскими лучами кристаллографы обрели новое зрение, позволившее им заглянуть внутрь кристалла. Фёдоров был восхищён этим открытием. Вот что он пишет по этому поводу своему другу Н. А. Морозову в том же самом 1912 году:

*Глубокоуважаемый Николай Александрович.*

*Ваше письмо кончается словами о том, что человеческий глаз никогда не увидит атомов. Вы писали его приблизительно в то время, когда люди увидели*

*атомы собственными глазами, если не сами атомы, то вызванные ими фотографические изображения...*

*Для нас, кристаллографов, это открытие перво-классной важности...*

У.Л. Брэгг позже писал о Фёдорове: «Фёдоров был в то время для меня почти легендарной личностью, разработавшей 230 классов кристаллов...».

Итак, в 1912 году физики получили новый замечательный инструмент для исследования кристаллов – начали использовать рентгеновскую дифракцию, а позже ещё и электронную и нейтронную дифракцию.

### КВАЗИКРИСТАЛЛ ДАНА ШЕХТМАНА

В 1982 году, ровно через 70 лет после открытия Лауэ, произошло неожиданное событие, в которое сначала никто не верил. Дан Шехтман, изучая кристаллизацию быстро охлаждённого расплава алюминий-марганец, получил следующую дифракционную картину (рис. 21).



Дан Шехтман

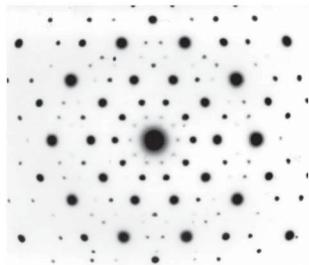


Рис. 21. Слайд из нобелевской лекции Дана Шехтмана (2011 год)

Это, конечно же, дифракционная картина кристалла, потому что она состоит из упорядоченного набора дифракционных пиков. И это, конечно же, не может быть дифракционной картиной кристалла, потому что имеет ось симметрии десятого порядка (переходит в себя при повороте на  $36^\circ = 360^\circ/10$ ), а это, как мы уже говорили, несовместимо с периодической структурой кристалла.

Шехтман понял, что он совершил невероятное открытие. Однако коллеги не поддержали его, они посоветовали Шехтману успокоиться и ещё раз почитать элементарный учебник кристаллографии. Так что публикация была отложена до 1984 года. Это была первая реакция физиков, но математики оказались более подготовленными к открытию Шехтмана.

*Окончание следует*

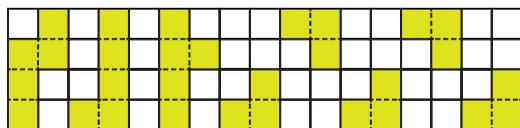


Художник Анна Горлач



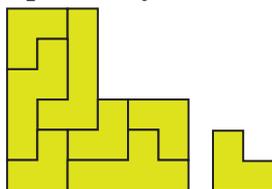
## СИММЕТРИЧНЫЕ БЛИЗНЕЦЫ

Изготовьте по данному эскизу набор фигурок – 3 элемента пентамино и 5 элементов тримино.



**Задача.** Используя эти 8 элементов, постройте одновременно две одинаковые симметричные фигуры. Элементы можно поворачивать и переворачивать, но нельзя накладывать друг на друга.

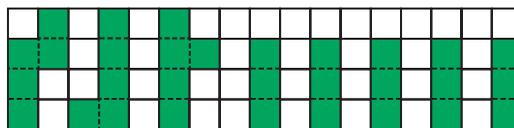
Эту задачу, среди других головоломок, решали финалисты 22-го открытого очного чемпионата России по пазлспорту, состоявшегося 15 июня 2019 года в Москве. Задача оказалась непростой. За отведённые по регламенту на эту задачу 10 минут с ней справились 3 участника из 22. Это Евгений Бекишев, Артемий Клячин, Иван Лаптиев. Некоторые из участников быстро построили одновременно две подобные симметричные фигуры (см. рисунок).



Красиво, но это не соответствует условию данной задачи, фигуры должны быть *одинаковыми*, совпадающими при наложении.

Найдите правильное решение. В отличие от участников соревнований, у вас запас времени неограничен.

Ещё одна головоломка на ту же тему. Всем известно, что есть всего два вида тримино – уголок и прямоугольник  $1 \times 3$ . В предыдущей задаче мы использовали 5 штук уголковых элементов тримино. Заменим эти элементы на прямоугольные. Получим следующий набор:



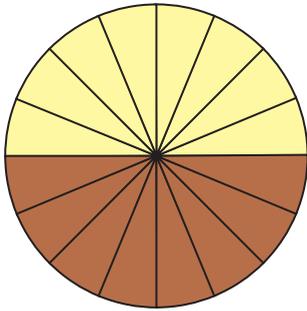
Решите ту же задачу с этим набором элементов: постройте одновременно две одинаковые симметричные фигуры. Автор этих головоломок (В. Красноухов) утверждает, что в каждой из них существует единственное решение.

Желаем успехов!

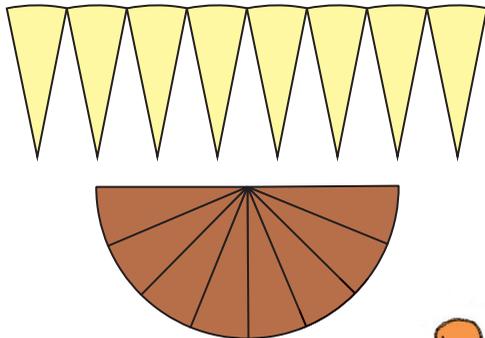


# ПЛОЩАДЬ КРУГА

Вы наверняка слышали, что площадь круга радиуса  $R$  равна  $\pi R^2$ , но задумывались ли вы над тем, почему это верно?



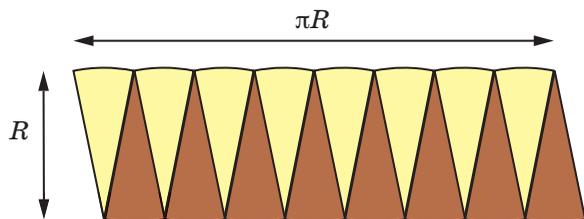
Разрежем круг по радиусам на много одинаковых частей.



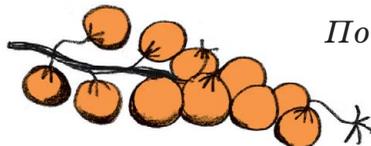
Если теперь «раскрыть» каждую из половин круга, то можно вставить их одна в другую и получить (почти) прямоугольник, площадь которого равна площади исходного круга.

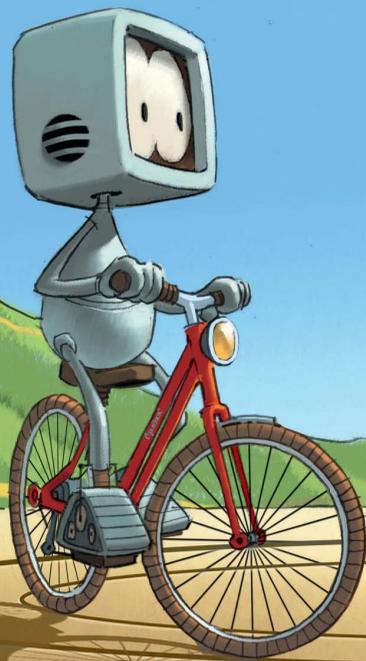
Одну его сторону можно считать равной боковой стороне треугольника, то есть радиусу окружности. А длина другой стороны составляет половину длины окружности радиуса  $R$ , то есть равна  $\pi R$  (в том, что вся длина окружности равна  $2\pi R$ , и состоит, напомним, *определение* числа  $\pi$ ).

Чем больше число частей, тем ближе получающаяся фигура к настоящему прямоугольнику  $R \times \pi R$ . Поэтому площадь круга радиуса  $R$  в точности равна площади этого прямоугольника,  $\pi R^2$ .



По материалам сайта [etudes.ru](http://etudes.ru)

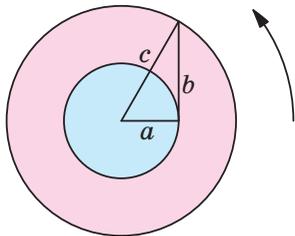




## ПИФАГОР НА ВЕЛОСИПЕДЕ

### Теорема Пифагора и площадь кольца

Наверняка вы знаете несколько доказательств теоремы Пифагора. Обсудим ещё одно.



Возьмём прямоугольный треугольник и будем вращать его (в плоскости треугольника) вокруг вершины острого угла.

Какую площадь при этом «замечает» треугольник? С одной стороны, ясно, что это просто площадь круга, радиусом которого является гипотенуза,  $\pi c^2$ .

С другой стороны, этот круг состоит из частей, замечаемых двумя катетами. С одной из этих частей всё понятно: это круг, его площадь равна  $\pi a^2$ . Осталось доказать, что площадь

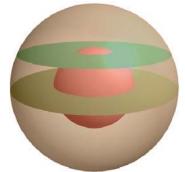
второй части, кольца, равна  $\pi b^2$ , и теорема Пифагора доказана:

$$\pi a^2 + \pi b^2 = \pi c^2$$



Утверждение про площадь кольца выглядит довольно неожиданно: если увеличивать катет  $a$  (не меняя катета  $b$ ), то, расширяясь, кольцо становится всё тоньше и тоньше – но его площадь не меняется. Вот одно из следствий.

**Задача.** Персик представляет собой шар, внутри которого находится косточка – ещё один шар с тем же центром. Докажите, что все сечения персика, задевающие косточку, имеют одну и ту же площадь.



О замечательных следствиях этой задачи мы поговорим в другой раз. А сейчас вернёмся к утверждению про площадь кольца.

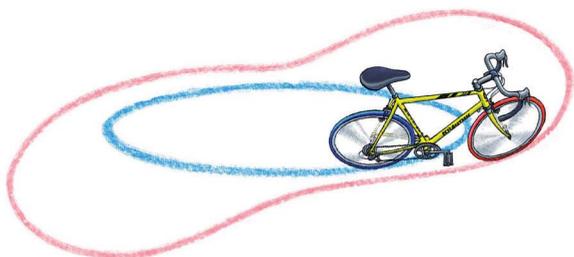


### Велосипедная теорема Мамикона

Представим себе, что катет  $b$  – это... рама велосипеда. Велосипед едет по кругу: его заднее колесо катится без проскальзывания по окружности радиуса  $a$ , переднее колесо – по окружности радиуса  $c$ .

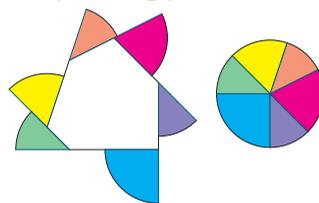
Оказывается, что нужное нам утверждение о площади кольца – это частный случай следующей замечательной теоремы.

Если велосипед<sup>1</sup> с рамой длины  $b$  проехал так, что следы и от переднего, и от заднего колеса образуют замкнутые кривые, то заключённая между ними площадь<sup>2</sup> не зависит от траектории велосипеда и равна  $\pi b^2$ .



Строгое доказательство этой теоремы потребовало бы использования математического анализа. Но чтобы понять, в чём тут дело, разберёмся со случаем, когда заднее колесо велосипеда движется не по произвольной кривой, а по замкнутой ломаной.

Пока заднее колесо движется по одному из звеньев, переднее тоже движется по прямой; а когда заднее доезжает до конца звена – оно останавливается, а переднее колесо поворачивает по дуге окружности.



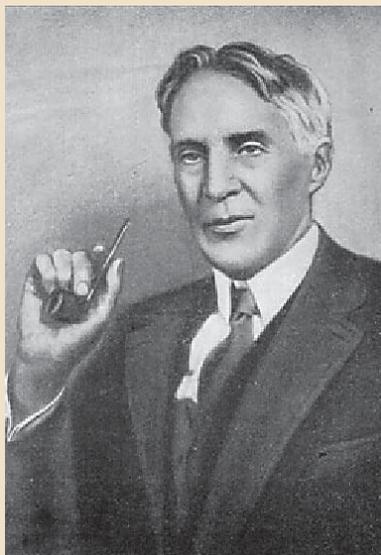
Интересующая нас площадь – это сумма площадей секторов. Радиус каждого из них – длина рамы велосипеда. А так как направление велосипеда делает в итоге полный оборот, заштрихованные секторы складываются в полный круг. То есть интересующая нас площадь действительно равна  $\pi b^2$ .

В заключение этого доказательства – **вопрос**. В велосипедной теореме речь шла о движении на плоскости. А что будет, если велосипедист совершил столь большое путешествие, что траекторию уже нельзя считать плоской, а только нарисованной на сфере: будет ли заметаемая рамой площадь по-прежнему равна площади круга радиуса  $b$ ? Будет больше? Меньше?

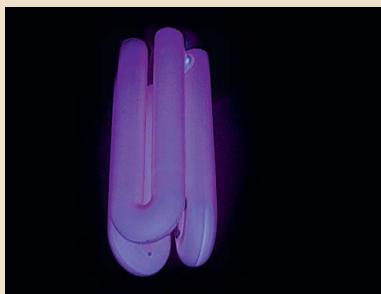
<sup>1</sup> Велосипед должен быть идеально-математическим: мы считаем, что его толщина нулевая, а главное, что он едет без проскальзывания. Последнее означает, в частности, что в каждый момент рама направлена по касательной к траектории заднего колеса.

<sup>2</sup> Можно для простоты считать, что эти кривые не имеют самопересечений и не пересекаются друг с другом.

Марина Молчанова



Роберт Уильямс Вуд  
(1868–1955)



Лампа Вуда



Эффект Вуда.

Фото: [wikimedia.org](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wood's_effect.jpg), Dschwen

Фамилию этого учёного слышали многие – даже те, кто ничего не знает о его научных достижениях.

В кабинетах врачей, изучающих заболевания кожи, можно увидеть лампу Вуда. Кажется, что она горит очень слабо, зато в её ультрафиолетовых лучах очаги разных кожных болезней «светятся» по-разному: белым, зелёным, красным, серебристым... Поэтому лампа Вуда полезна при постановке диагноза. Похожие лампы помогают искать отпечатки пальцев или проверять подлинность бумажных денег.

На невидимой с Земли обратной стороне Луны есть кратер Вуд. Сам Вуд не открыл этот кратер, но зато первым сделал снимки Луны в ультрафиолетовом свете и обнаружил необычные свойства лунного плато Аристарх (его называют пятном Вуда).

Может быть, вы слышали об эффекте Вуда: при съёмке в инфракрасных лучах зелёные листья и трава сверкают, будто покрытые инеем, потому что хлорофилл хорошо отражает эти лучи. Эффект Вуда не только красив, но и может пригодиться – например, для контроля экологической обстановки.

Известен также сплав Вуда, плавящийся при температуре ниже 70°C, так что его можно (только аккуратно – он ядовит!) использовать для фокусов. Ложечка из сплава Вуда исчезает при погружении в горячий чай, и в руке удивлённого зрителя остается лишь черенок. Хотя... стоп! Этот сплав назван в честь другого Вуда – зубного врача. Но многие до сих пор считают, что сплав Вуда – также изобретение Роберта Уильямса Вуда, знаменитого физика. Ведь он был великим мастером фокусов и розыгрышей.

Наверное, в глубине души Роберт Вуд хотел, чтобы люди больше помнили его научные достижения, а не шутки и изобретения. Но он понимал, что для людей важнее практика. Он говорил: «Архимед мало ценил свои механические изобретения, считая их недостойными чистой науки, но именно они поражали воображение простых людей и сохранили в их памя-

# ROBERT WILLIAMS WOOD

## ВЕЛИКИЕ УМЫ

ти его имя на целые две тысячи лет – скорее, чем его вклады в геометрию и математику».

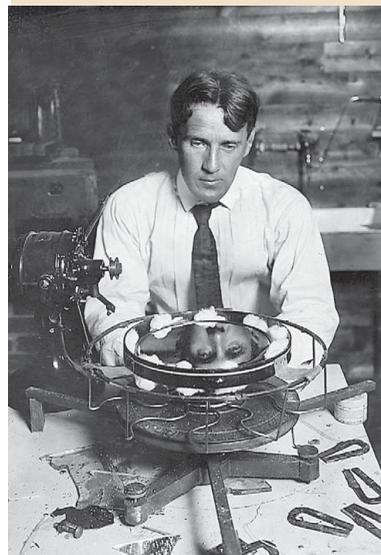
Во многом образ Вуда-фокусника, Вуда-оригинала связан с его культовой биографией, написанной американским журналистом Уильямом Сибруком. А с другой стороны, почти все розыгрыши и шутки Вуда были тесно связаны с его научными занятиями.

### ИСТОРИЯ ЖИЗНИ

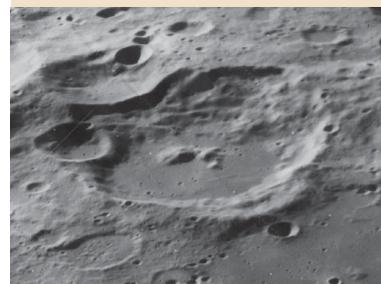
Роберт Уильямс Вуд родился в небольшом американском городе Конкорд. Родители надеялись, что он пойдёт по гуманитарной стезе, но Роберта увлекали химия, физика и астрономия. Поэтому по окончании Гарварда он учился и работал ещё в нескольких местах, включая университеты в Чикаго и Берлине (где его интересы окончательно сместились от химии к физике), и, наконец, стал профессором в Висконсине, а потом в Университете Джона Хопкинса в Балтиморе, где и занимался наукой и преподаванием до конца жизни. Жена, дети, внуки, награды и премии, пост вице-президента и затем президента Американского физического общества...

В отличие от большинства великих физиков XX века (и от другого знаменитого шутника – Ричарда Фейнмана), Вуд был не теоретиком, а экспериментатором. Его занимало то, что можно увидеть глазами и построить руками. И его основной сферой интересов стала физическая оптика – то есть наука о световых лучах. Как видимых, так и невидимых – инфракрасных и ультрафиолетовых.

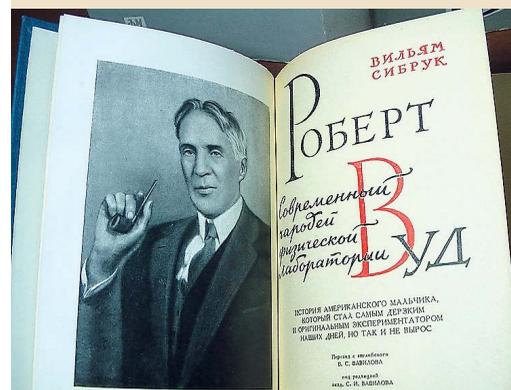
Вуд начинал работать в те времена, когда в распоряжении физиков было мало готовых приборов, и ему приходилось всё придумывать самостоятельно, используя то, что попадётся под руку. От мегильной плиты, которая послужила основанием одного из его приборов, до живой кошки, которую он запустил в узкую трубу 12-метрового спектроסקопа, чтобы очистить внутренность трубы от паутины (не волнуйтесь, кошка пострадала только морально – она выбралась



Роберт Вуд  
и ртутное зеркало



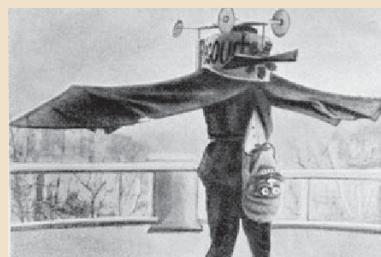
Кратер Вуда



Знаменитая биография Вуда  
авторства У. Сибрука



Полёт Лилиенталя.  
Фото Роберта Вуда



Вуд на маскараде  
изображает авиатора, пере-  
вернувшегося вверх ногами



С точки зрения рыбы.  
Фото Роберта Вуда

из дальнего конца трубы и тут же удрала).

Для рассказа обо всех достижениях Вуда не хватит и большой статьи. Ограничимся кратким описанием.

Вуд всю жизнь изучал спектры атомов – световые волны, испускаемые атомами различных веществ. Его исследования были настолько подробны и точны, что великий Нильс Бор отмечал их в первой статье о своей теории строения атома: именно опыты Вуда стали лучшим подтверждением этой теории.

Вуд был признанным специалистом по дифракционным решёткам. Эти необычные устройства с частой «гребёнкой» из щелей или выступов разлагают свет в спектр, подобно призме (вы могли видеть такой эффект на поверхности компакт-дисков или DVD). Вуд использовал эти решётки как для своих экспериментов с атомными спектрами и для астрономических исследований, так и для прикладных целей – например, для изобретения необычного метода цветной фотографии.

Вуд внёс огромный вклад в наши знания о «невидимых» лучах – инфракрасных и ультрафиолетовых – и возможностях их использования. Так, он первым занялся фотографированием в этих лучах. Кроме оптики, Вуд также интересовался ультразвуком и активно исследовал его влияние на жидкости и твёрдые тела. Но всё-таки более известными стали его приключения и изобретения.

Вуд дружил с Отто Лилиенталем, одним из пионеров воздухоплавания; именно Вуду принадлежат последние фотографии полётов Лилиенталя на планере. Вуд побывал в России (что тогда было экзотикой) и даже поучаствовал в своего рода контрабанде: помог провезти в страну книги Льва Толстого, запрещённые царским правительством. Он изобрёл фотографический объектив «рыбий глаз» и необычную модель телескопа, где звёздное небо отражалось на поверхности вращающегося ртутного зеркала. В городе Мэдисоне он придумал отогревать водопроводные трубы с замёрзшей водой при помощи электрического тока. Во время Первой мировой войны предложил несколько методов

# ROBERT WILLIAMS WOOD

## ВЕЛИКИЕ УМЫ

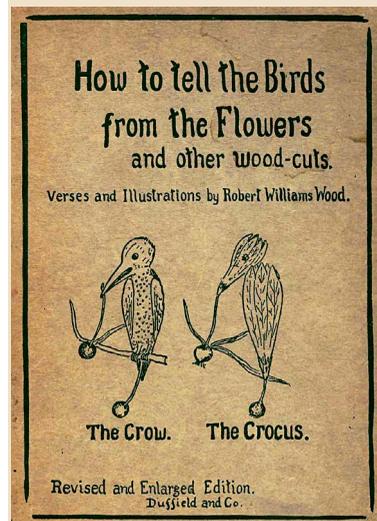
ведения боя, от вполне практичных до анекдотических: например, он предлагал охотиться за вражескими подводными лодками с помощью дрессированных тюленей (это не сработало, но зато привело к улучшению конструкции гидрофона, который определял местонахождение лодок по шуму их винтов). Несколько раз помогал полицейским расследовать убийства и несчастные случаи, связанные со взрывами, – хорошо известен случай, когда именно Вуд установил конструкцию бомбы и помог уличить убийцу. Разгадал тайну пурпурного золота из гробницы Тутанхамона, для чего пришлось стащить несколько блёсток из музея в Каире. Был соавтором фантастических романов и даже написал шуточную книгу «Как отличить птиц от цветов», снабдив её собственными рисунками...

### ИСТОРИЯ САМООБМАНА И ЕГО РАСКРЫТИЯ

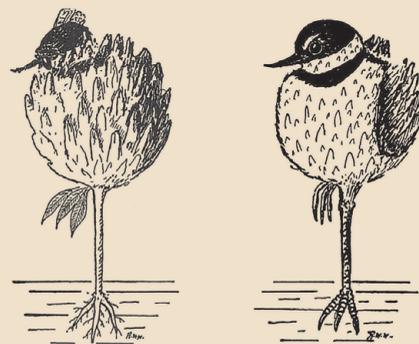
Самая поучительная история в научной карьере Вуда связана не с его личными открытиями, а с разочарованием одного заблуждения. Вуда часто приглашали для вывода на чистую воду явных шарлатанов – людей, которые «разговаривали с дүхами» или «заряжали» воду лечебными свойствами (привет современным целителям!). Но здесь была другая история, более сложная и грустная.

Это произошло в 1903 году, когда в мире ещё не стихло волнение по поводу открытия рентгеновских лучей. Почтенный французский физик Рене Блондло заявил, что он тоже открыл новые лучи – слабые, но ещё более удивительные! Он назвал их N-лучами. Однако в других странах почему-то не удавалось воспроизвести открытие Блондло: учёные, ставя такие же опыты, ничего не наблюдали. И Вуду предложили проверить всё прямо в лаборатории у француза.

Блондло показал Вуду прибор для наблюдения N-лучей, но во время опытов Вуд не замечал никаких изменений освещённости. Как же понять – лучи есть, но просто у Вуда недостаточно чувствительное зрение (так утверждал Блондло)? Или никаких лучей нет?



«Как отличить  
птиц от цветов»

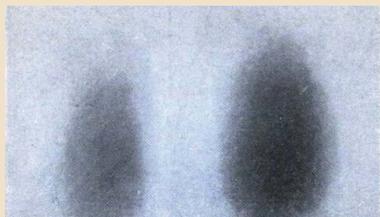


The Clover. The Plover.

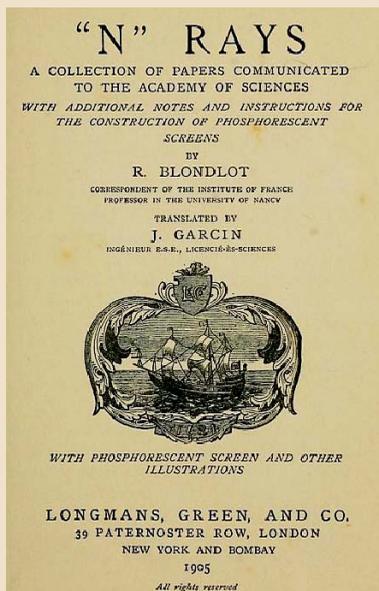
The Plover and the Clover can be  
told apart with ease,  
By paying close attention  
to the habits of the Bees,  
For en-to-molo-gists aver,  
the Bee can be in Clover,  
While ety-molo-gists concur,  
there is no B in Plover.



Рене Блондло



Результаты действия  
N-лучей  
(предполагаемое фото Блондло)



И тогда Вуд, пользуясь темнотой в комнате, тайком убрал призму – тот узел прибора, без которого «лучи» никак не могли получиться. Однако Блондло продолжал их «видеть»! А когда Вуд, наоборот, вставил призму на место, ассистент Блондло заметил его движение, решил, что призму вынули, и заявил, что теперь не видит ни одного луча...

Таким образом, на самом деле никаких N-лучей не было. Как же такое могло произойти: ведь Блондло никак не был шарлатаном! По-видимому, он (как и его помощники) просто слишком хотел увидеть эти слабые лучи – а остальное дорисовало его воображение. Это стало уроком всем будущим учёным.

Говорили, что после этой истории Блондло сошёл с ума и умер. К счастью, эта история не более достоверна, чем сами N-лучи. На деле Блондло прожил после этого неприятного происшествия почти тридцать лет, много работал и, по свидетельству коллег, продолжал верить, что открытые им лучи всё-таки существуют.

## РОЗЫГРЫШИ

Но были и более весёлые истории. Мы постарались отобрать те из них, которые показывают, как наука может служить источником шуток и разоблачений.

Однажды Вуд жил в пансионе. Среди жильцов ходили слухи, что завтрак там готовят из объедков вчерашнего мяса, но выяснить это наверняка никак не получалось. Вуд составил коварный план: он оставил на своей обеденной тарелке куски бифштекса, тайком добавив к ним немножко хлористого лития. Это вещество в малых дозах безвредно, но, конечно, в норме не присутствует в еде. На следующее утро, когда на завтрак опять подали мясо, Вуд захватил несколько кусочков на анализ. Внеся их в пламя перед спектроскопом, он увидел красную линию, соответствующую литию. Тайна была раскрыта!

Тогда же произошёл другой знаменитый «химический» розыгрыш Вуда. Он ходил с работы через

# ROBERT WILLIAMS WOOD

## ВЕЛИКИЕ УМЫ

квартал, где грелась на солнце толпа местных бездельников. Однажды Вуд спрятал в карман маленький кусочек натрия – металла, при контакте которого с водой получается вспышка пламени. Проходя мимо толпы, Вуд закашлялся, плюнул в огромную лужу на мостовой и одновременно тихонько кинул туда шарик натрия. Над водой появилось жёлтое пламя, и в толпе раздались вопли: «Этот человек плюнул огнём! Только Сатана умеет это делать!»

Ещё одна химическая шутка состоялась во время свадебной поездки, когда Вуд с женой посетили Йеллоустоунский парк, знаменитый своими гейзерами и водопадами. Вуд взял с собой пузырёк флуоресцеина – это вещество даже при очень сильном разбавлении даёт изумрудно-зелёное свечение в лучах солнца. опередив гида и других туристов, Вуд добежал до знаменитого Изумрудного источника и бросил открытый пузырёк в озеро, а потом дождался экскурсии. Гид, бубня заученные слова «Изумрудный источник назван так из-за зеленоватого цвета воды...», вдруг бросил взгляд на озеро, которое засверкало яркой зеленью, и смог произнести только: «Боже мой!»

А вот и физический розыгрыш. Однажды Вуд поместил в чемодан тяжёлый гироскоп – вращающееся устройство, похожее на юлу. Может быть, вы знаете, что такие устройства сейчас используются для балансировки в сегвеях и гироскутерах. Но во времена Вуда необычное поведение гироскопов было в диковинку. Прибор лежал в чемодане, а через дырку к нему был подсоединён шнурок для раскручивания. Заранее раскрутив гироскоп, Вуд подозвал носильщика. Пока тот нёс чемодан по прямой, всё было хорошо. Но когда они резко свернули за угол, чемодан прямо в руках напуганного носильщика встал дыбом!

Более подробно об этом и о многом другом читайте в книге Сибрука (она есть в интернете) или на научно-популярных сайтах. Мы же просто хотели показать, что наука – это весело и интересно. Будем рады, если у нас с Робертом Вудом это получилось.



Реакция натрия с водой



Свечение раствора флуоресцеина



# ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Максим Прасолов



## СОЛНЕЧНЫЕ ЧАСЫ НА РАЗНЫХ ШИРОТАХ

В прошлом номере была задача:

*Как будет двигаться тень от вертикального стержня за Северным полярным кругом в условиях полярного дня? Как мог бы выглядеть циферблат механических часов, если бы их изобрели в полярных широтах? А как выглядит циферблат солнечных часов в других широтах?*

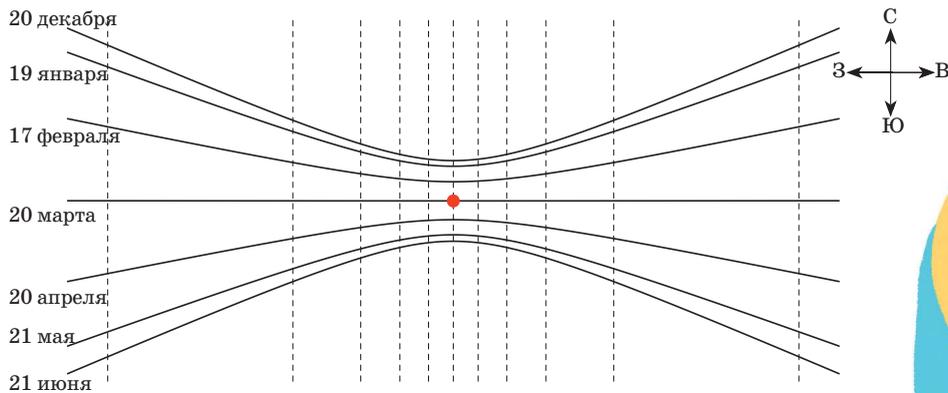
В полярный день солнце не садится за горизонт, и за сутки тень от вертикального стержня сделает один полный оборот вокруг стержня. Поэтому можно взять горизонтальный циферблат, нанести по кругу через равные промежутки 24 часовых деления – и тень от стержня будет показывать правильное время (приблизительно). Поэтому вполне вероятно, что если бы механические часы изобрели в полярных широтах, то на циферблате было бы 24 часовых деления.

Чем ближе к полюсу, тем точнее будут такие солнечные часы. А если не на полюсе? Не поворачивая, перенесём эти часы параллельно по воображаемому прямому тоннелю с полюса в любую заданную точку земного шара. Мы получим так же хорошо работающие солнечные часы, но циферблат окажется наклонённым (фото 1), потому что плоскость такого циферблата всё время была параллельна плоскости экватора в процессе переноса. Циферблат можно сделать горизонтальным и подправить деления, так чтобы точность часов не стала хуже. При этом деления, отвечающие середине дня, прижмутся друг к другу. Такой трюк не удастся только на экваторе, потому что стержень после переноса тоже окажется горизонтальным.



Фото 1

Горизонтальный циферблат солнечных часов на экваторе нужно делать в виде линейки с делениями. Вот пример. Красная точка на рисунке – вертикальный стержень, а сплошная линия – путь, который проходит кончик тени этого стержня в течение одного дня (слева направо). Так, 20 марта в какой-то момент



стержень не отбрасывает тени вовсе. Двигаясь вдоль линии, кончик тени пересекает штриховые линии через равные промежутки (в 1 час). Такие часы можно параллельно перенести в любую точку того же меридиана (на фото 2 линейку всё же слегка изогнули и подправили наклон, но принцип работы часов тот же).



Фото 2

Солнечные часы – плохая замена обычным. Ведь полдень – когда солнце выше всего на небе – наступает в разные дни в разное время. Солнечные часы не могут показывать время точнее, чем с ошибкой в 15 минут, но в течение одного дня расходятся с обычным временем не больше, чем на полминуты.

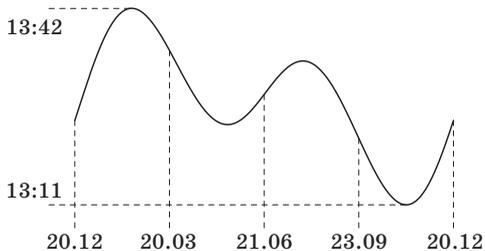


График наступления полудня в Новосибирске

У циферблата на фото 1 будет две рабочие стороны. Обе стороны одновременно окажутся в тени только два дня в году: в дни весеннего и осеннего равноденствия. Этот недостаток можно исправить как на фото 3.



Фото 3



Художник Евгений Паненко



## ДИНОЗАВР И СОКРОВИЩА АЦТЕКОВ

5-й «Б» выиграл олимпиаду по истории и в награду получил путёвку в США. Это было необычайно увлекательное путешествие. Океанский лайнер перенёс Лизу, Вову и их друзей через Атлантический океан. Оказавшись в штате Техас, ребята не могли не посетить легендарную Долину динозавров. В музее они внимательно слушали экскурсовода, который вполне прилично говорил по-русски. Около скелета динозавра гид спросил:

– Как вы думаете, сколько лет было бы сейчас этому гиганту, доживи он до наших дней?

– А чего тут думать! – сразу откликнулся Вова. – Семьдесят миллионов и три года.

– Как же ты так точно определил его возраст? – удивился гид.

– Очень просто. Три года назад я здесь уже был, и вы утверждали, что ему семьдесят миллионов лет.

– Три года для семидесяти миллионов ничего не значат, – рассмеялся гид. – Этому динозавру и через милли-

он лет будет семьдесят миллионов. Всё приблизительно.

Экскурсия пошла дальше и гид продолжал рассказывать.

– Почти все динозавры вымерли примерно шестьдесят миллионов лет назад. Но некоторые выжили. В начале 1908 года в Долине динозавров у реки Пэлукси были обнаружены отпечатки ступней человека, частично перекрытые следами динозавра. Значит, человек наступил туда раньше динозавра. А ведь человек появился на Земле, по новым научным данным, всего пятьдесят тысяч лет назад.

– Но учёные говорят, что эти следы не настоящие, – сказала Лиза.

– Тогда вот другое доказательство. – Гид подвёл ребят к массивной плите, где отчётливо были видны окаменевшие останки стегозабра. – У него в костях застряло копьё. Шкура у динозавров толстая, и пробить её мог только вот такой острый железный наконечник на прочном деревянном древке. А кто мог сделать такое копьё?

– Другой динозавр, – под общий хохот выпалил Боря Ежов.

– Конечно, человек, – задумчиво произнесла Лиза. – Только это копыё не может служить доказательством.

– Почему? – удивился экскурсовод.

### **Почему Лиза не поверила гиду?**

Скоро небольшой самолёт доставил ребят на берег легендарного озера Титикака. А потом на автобусе друзья прибыли на земли майя и ацтеков.

Отдохнув в гостинице, ребята первым делом поднялись на пирамиду Ла-Данта. И если египетские пирамиды напоминали им заброшенное в пустыне кладбище, то от этой пирамиды веяло чем-то божественным, умиротворяющим. Побывали друзья и на Великой пирамиде Чолулы.

– А это остатки первого в Америке водопровода – рассказывал гид. – Его построил великий вождь ацтеков Монтесума в XV веке для снабжения города Теночтитлана питьевой водой. На месте этого города выросла столица Мексики.

Вечером в отеле ребята делились впечатлениями от увиденного за день.

– Смотрите, что мне удалось купить всего за 10 песо, – радостно сообщил Павлик Холодков. – Фотография самого Монтесумы II!

– А я за те же 10 песо купил в музее осколок древней каменной стелы, – похвастался Гоша Курочкин. – Вот, смотрите, тут древняя колесница.

– А я всего за 5 песо купила старинную монету времён императора Монтесумы I, – добавила Катя.

– Не будем мы смотреть на подделки, – заявил Вова и зевнул.

– Вы бы немного думали, прежде чем совершать подобные покупки, – поддержала Вову Лиза.

### **Почему Вова и Лиза были уверены, что всё это подделки?**

Утром, разглядев повнимательнее свои покупки, ребята отправились искать продавцов, всучивших им подделки. Скоро они нашли мошенников и вернули свои деньги.



# ПЧЕЛИНЫЕ СОТЫ И ТЕТРАГЕКСЫ

Пчелиные соты – удивительное творение природы. «Геометрические» способности пчёл позволяют им строить восковые соты в виде паркета из правильных шестиугольников.

Почему пчёлы не делают свои «домики» квадратными или треугольными? Оказывается, шестиугольная форма самая экономичная, так пчёлы меньше расходуют воск – строительный материал сот. Убедитесь в этом, рассмотрев треугольник, квадрат и правильный шестиугольник с одинаковыми периметрами, ведь только этими тремя видами правильных многоугольников можно замостить плоскость. Простые расчёты покажут, что наибольшую площадь имеет правильный шестиугольник. Его форму и выбрали для постройки мудрые пчёлы, как будто проанализировав паркетные плитки из правильных многоугольников.

Пчелиные соты можно обнаружить на чехословацкой марке 1963 года,

посвящённой XIX съезду Всемирной федерации пчеловодческих ассоциаций. Обратите внимание

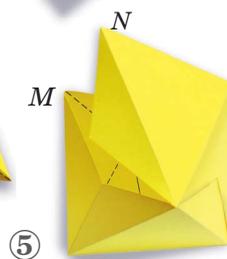
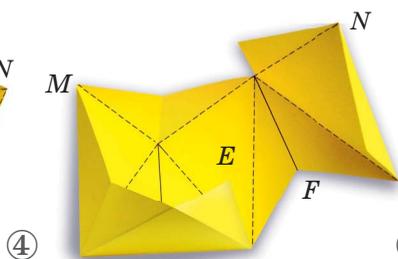
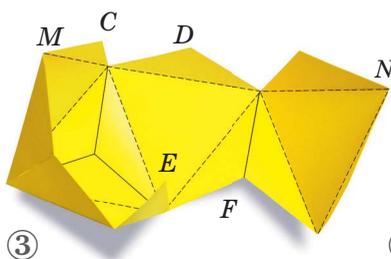
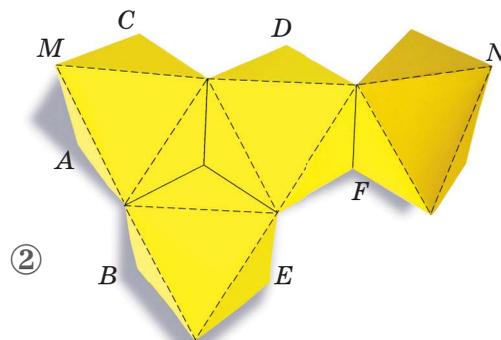
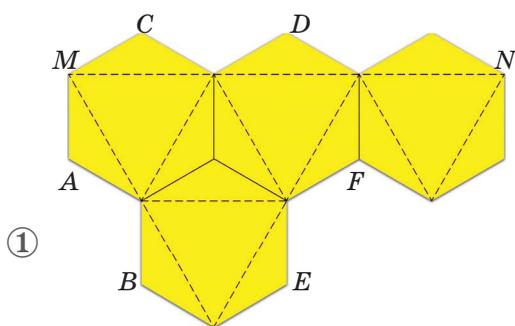
на фигурку из четырёх тёмных шестиугольников – она лежит в основе решения одной из задач международной олимпиады «Турнир городов» 2010 года. Вот её условие:

*Можно ли поверхность октаэдра оклеить несколькими правильными шестиугольниками без наложений и пробелов?*

Фигурка с марки даёт положительный ответ на вопрос задачи. Вырезав фигурку из бумаги и перегибая её, можно сложить правильный октаэдр.

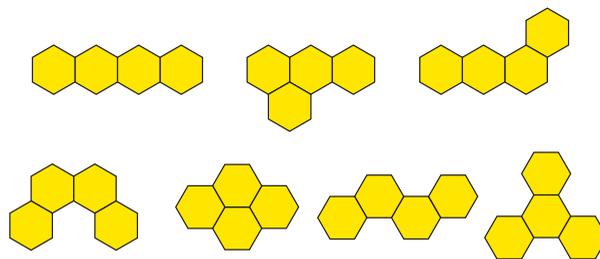
Как это сделать, показано на следующей странице. По штриховым линиям делаются перегибы, пары вершин  $A-B$ ,  $C-D$ ,  $E-F$  и  $M-N$  нужно последовательно совместить при свёртывании.





Кстати, фигуры, состоящие из четырёх правильных шестиугольников, математики называют *тетрагексами*.

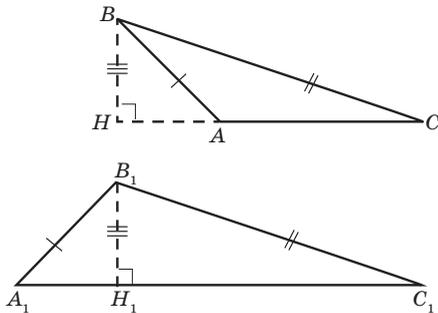
Легко убедиться, что существует всего семь тетрагексов, изображённых справа. Попробуйте выяснить, какими ещё фигурками тетрагексов можно оклеить правильный октаэдр?



**НАШ КОНКУРС, X ТУР**  
(«Квантик» № 6, 2019)

**46.** Саша придумал признак равенства тупоугольных треугольников: «Если две стороны и высота, проведённая к третьей стороне одного тупоугольного треугольника, соответственно равны двум сторонам и высоте, проведённой к третьей стороне другого тупоугольного треугольника, то такие треугольники равны». Не ошибается ли Саша?

**Ответ:** ошибается. Тупоугольные треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  на рисунке ниже различны, но удовлетворяют условию.

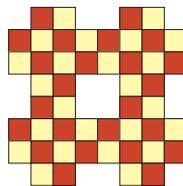


**42.** Квантик выписал в порядке возрастания все 9-значные числа, в записи каждого из которых участвуют по одному разу все ненулевые цифры от 1 до 9: начиная от 123456789 и кончая 987654321. Затем Квантик выписал все положительные разности соседних чисел этой цепочки и нашёл общую сумму этих разностей. Докажите, что в итоге Квантик получил одно из чисел исходной цепочки 9-значных чисел. Какое именно?

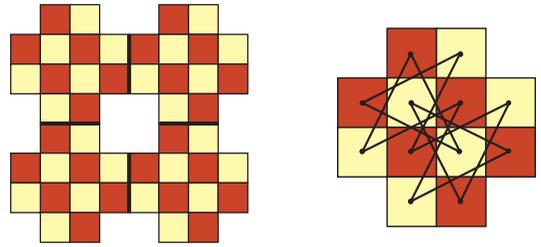
**Ответ:** 864197532. Обозначим 9-значные числа исходной цепочки через  $a, b, c, d, \dots, x, y, z$ , где  $a = 123456789$  и  $z = 987654321$ . Тогда сумма чисел Квантика равна  $(b-a) + (c-b) + (d-c) + \dots + (y-x) + (z-y) = z - a = 987654321 - 123456789 = 864197532$ .

Это действительно одно из чисел исходной цепочки!

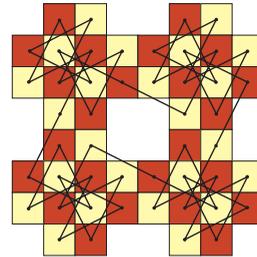
**43.** Проложите замкнутый маршрут шахматного коня, проходящий по одному разу по всем клеткам изображённой на рисунке справа фигурной доски.



Заметим, что данная фигурная доска состоит из четырёх двенадцатиклеточных досок, по которым можно проложить маршрут шахматного коня:



Остаётся удалить по одному звену в маршруте шахматного коня на каждой из четырёх малых досок и объединить их в один маршрут коня по всем клеткам данной фигурной доски:



**44.** Факториалом натурального числа  $n$  называется произведение всех целых чисел от 1 до  $n$ , то есть  $1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ . Обозначение:  $n!$  (читается «эн факториал»). Существует ли такое  $n$ , что  $n!$  равно

а) произведению двух факториалов различных натуральных чисел, больших 1;

б) произведению 2019 факториалов натуральных чисел, которые все различны?

**Ответ:** а) да; б) да. Пусть  $n = 3! = 6$ . Тогда  $6! = 5! \cdot 6 = 5! \cdot 3!$ , и мы получаем решение пункта а). Аналогично, применяя такую конструкцию много раз, получим решение пункта б):  $(6!)! = 720! = 719! \cdot 6! = 719! \cdot 5! \cdot 3!$ , далее  $(720!)! = (720! - 1)! \cdot 719! \cdot 5! \cdot 3!$ , и т. д.

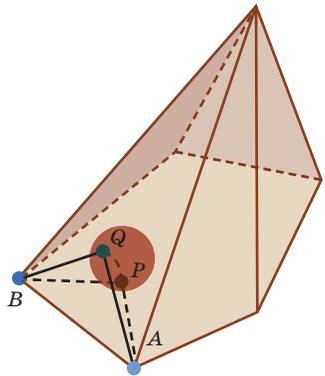
**45.** У каждого из 100 друзей есть ровно 10 интересов, и у каждой двоих из них ровно 1 общий интерес. Докажите, что у всех 100 друзей есть общий интерес.

Возьмём одного из друзей, скажем Петю. У него 99 друзей и 10 интересов. По принципу Дирихле какой-то интерес, скажем хоккеем, будет общим у Пети хотя бы с 10 друзьями. Тогда хоккеем увлекается хотя бы 11 человек, включая Петю. Предположим, что нашёлся друг, скажем Вася, который хоккеем не увлекается. Тогда с каждым из хоккеистов у Васи есть какой-то общий интерес. Всего у Васи 10 интересов, а хоккеистов хотя бы 11. Тогда найдутся два хоккеиста, которые имеют с Васей один и тот же интерес. Но у этих двоих уже есть общий

интерес – хоккей, и они не могут иметь второй общий интерес. Значит, такого Васи быть не может, и хоккеем увлекаются все 100 друзей.

**■ ЦВЕТОК-ПИРАМИДКА**  
(«Квантик» № 7, 2019)

Пылинку всегда удастся накрыть каким-то лепестком. Чтобы найти этот лепесток, Квантик придумал такой способ. Поместим внутри пирамиды маленький воздушный шарик, чтобы он касался основания в точке *P*, где лежит пылинка. Будем раздувать шарик, пока он не коснётся какого-то лепестка в некой точке *Q* (см. рисунок ниже). Докажем, что этот лепесток и накроет пылинку. Точка *Q* лежит строго внутри лепестка, а не на его границе, так как пирамида выпуклая. Тогда отрезки *AP* и *AQ* – касательные к шару, а потому равны. Аналогично, равны касательные *BP* и *BQ*. Но тогда треугольники *AQB* и *APB* равны по трём сторонам, и, поворачивая лепесток вокруг ребра *AB*, мы в итоге совместим эти треугольники, то есть точка *Q* накроет точку *P*.



**■ ВНУТРИ АТОМНОГО ЯДРА: СИЛЬНОЕ И СЛАБОЕ**

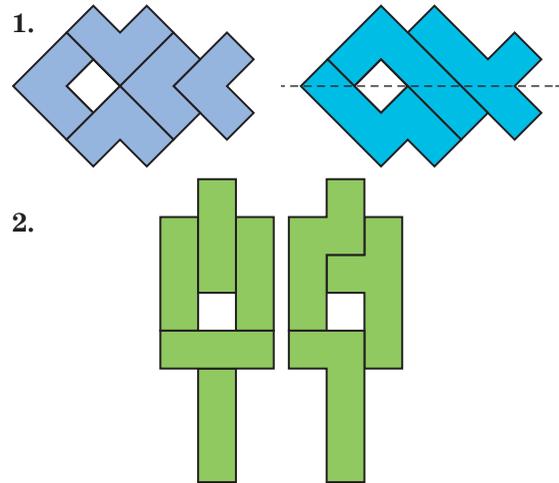
1. Размер атома в этой модели  $(10^{-10} : 10^{-15}) \cdot 1 \text{ мм} = 10^5 \text{ мм} = 100 \text{ м}$ .  
Размер вируса  $(10^{-7} : 10^{-15}) \cdot 1 \text{ мм} = 10^8 \text{ мм} = 100 \text{ км}$ .
2. Вверху слева – массовое число, то есть число нуклонов (протоны + нейтроны) в ядре, внизу слева – заряд ядра, то есть число протонов.

3.  ${}_{88}^{226}\text{Ra} \rightarrow {}_{86}^{222}\text{Rn} + {}_2^4\text{He}$ .
4.  ${}_1^3\text{H} \rightarrow {}_2^3\text{He} + e^- + \bar{\nu}$ .
5.  ${}_{28}^{59}\text{Ni} + e^- \rightarrow {}_{27}^{59}\text{Co} + \nu$ .
6.  ${}_{7}^{15}\text{N}, {}_5^{11}\text{B}, {}_{52}^{121}\text{Te}$ . Например,  ${}_{8}^{15}\text{O} \rightarrow {}_7^{15}\text{N} + e^+ + \nu$ .

**Контрольная задача**

1.  ${}_{19}^{40}\text{K} \rightarrow {}_{20}^{40}\text{Ca} + e^- + \bar{\nu}$ ; бета-распад.
2.  ${}_{93}^{235}\text{Np} + e^- \rightarrow {}_{92}^{235}\text{U} + \nu$ ; электронный захват (нептуний – элемент, названный в честь планеты Нептун).
3.  ${}_{92}^{235}\text{U} \rightarrow {}_{82}^{210}\text{Pb} + {}_{10}^{25}\text{Ne}$ ; кластерный распад (распад на две большие части).
4.  ${}_{7}^{13}\text{N} \rightarrow {}_6^{13}\text{C} + e^+ + \nu$ ; бета-плюс распад (позитронный распад).
5.  ${}_{83}^{212}\text{Bi} \rightarrow {}_{81}^{208}\text{Tl} + {}_2^4\text{He}$ ; альфа-распад.

**■ СИММЕТРИЧНЫЕ БЛИЗНЕЦЫ**



**■ ДИНОЗАВР И СОКРОВИЩА АЦТЕКОВ**

За тысячи лет железо просто превратилось бы в ржавчину и распалось, а древко окаменело бы, как и кости динозавра.

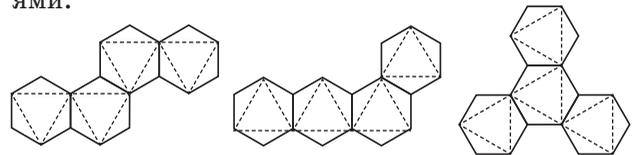
Первые фотографии получил Дагер только в XIX веке, а Монтесума жил в XV веке, до прихода испанцев.

Древние ацтеки не использовали домашних животных в качестве тягловой силы, а колесо у них встречалось только в игрушечных фигурках.

Деньгами у ацтеков служили какао-бобы, а монет у них просто не было.

**■ ПЧЕЛИНЫЕ СОТЫ И ТЕТРАГЕКСЫ**

Правильный октаэдр можно оклеить ещё тремя фигурками тетрагексов. Как их перегибать, указано на рисунках штриховыми линиями.





## Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **заочном математическом конкурсе.**

Высылайте решения задач XII тура, с которыми справитесь, не позднее 1 сентября в систему проверки [konkurs.kvantik.com](http://konkurs.kvantik.com) (инструкция: [kvan.tk/matkonkurs](http://kvan.tk/matkonkurs)), либо электронной почтой по адресу [matkonkurs@kvantik.com](mailto:matkonkurs@kvantik.com), либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте [www.kvantik.com](http://www.kvantik.com). Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

### **XII ТУР**

*Вова, внимательнее  
нужно читать задание.  
Там не кузнец должен  
прыгать по узлам,  
а кузнечик*



**56.** Кузнечик прыгает по узлам клетчатой плоскости. Он может перепрыгнуть из одного узла в другой, если расстояние между ними (по прямой) равно 5. В любой ли узел плоскости может попасть кузнечик?

*А ещё я придумал  
теорему Пифагора,  
закон Архимеда,  
клятву Гиппократа.  
Теория вероятностей  
тоже моя*

**57.** Барон Мюнхгаузен составил квадратную таблицу умножения чисел от 1 до 100 – в каждой клетке таблицы  $100 \times 100$  записал произведение номеров строки и столбца, в которых стоит эта клетка. Барон утверждает, что сумма всех полученных произведений – квадрат целого числа. Прав ли барон?

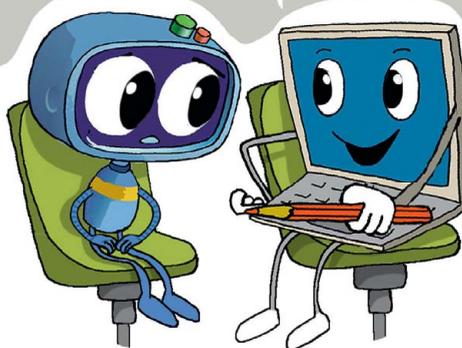




Авторы: Александр Перепечко (56), Григорий Гальперин (57),  
Алексей Воропаев (58), Сергей Костин (59), Константин Кноп (60)

58. Квантик и Ноуттик играют на белой клетчатой доске  $17 \times 17$ . За ход надо закрасить в чёрный цвет состоящий из белых клеток многоугольник площади не более 9. Прогрывает тот, кто не может сделать ход, начинает Ноуттик. Кто из играющих может обеспечить себе победу и как ему играть?

Квантик, ты такие сложные задачи решаешь! Тебя давно уже не Квантиком, а Квантом надо звать!



Петька, ты чё? Семьдесят лет прошло. Всё ещё точки ставишь?

Ага, три миллиона уже поставил. Осталось немного - чуть больше трёхсот миллионов



59. На прямой отмечено несколько точек. За ход между каждой парой соседних точек ставится одно и то же количество новых точек: 3, 4 или 5 (для очередного хода можно выбирать какое-то одно из этих чисел). Может ли на прямой после нескольких таких ходов (не менее одного) оказаться ровно 333444555 отмеченных точек?

60. Найдите углы треугольника, если его медиана образует со сторонами, выходящими из той же вершины, углы  $15^\circ$  и  $30^\circ$ .

Так-то всё понятно, да и задача вроде несложная. Просто хотелось бы кое-что уточнить. Медиана - это что такое?



# РОБОКРАБ НА МЕТЕОРИТЕ



МЕТЕОРИТ ИМЕЕТ ФОРМУ ВЫПУКЛОГО МНОГОГРАННИКА С ЧЕТЫРЁУГОЛЬНЫМИ ГРАНЯМИ, ПО НЕМУ ПОЛЗАЕТ РОБОКРАБ. НА ГРАНИ РОБОКРАБ ВСЕГДА СИДИТ ТАК, ЧТО С КАЖДОЙ СТОРОНЫ ОТ НЕГО (СПЕРЕДИ, СЗАДИ И ПО БОКАМ) ЕСТЬ СВОЁ РЕБРО ЭТОЙ ГРАНИ. ОН ДВИГАЕТСЯ ПО МЕТЕОРИТУ ВПЕРЁД, НАЗАД (ПЯТЬСЯ) ИЛИ БОКОМ (ВЛЕВО И ВПРАВО), ПРОСТО ПЕРЕПОЛЗАЯ С ГРАНИ НА ГРАНЬ ЧЕРЕЗ ИХ ОБЩЕЕ РЕБРО, А ПОВОРАЧИВАТЬСЯ НЕ УМЕЕТ.

РОБОКРАБ ХОЧЕТ ОКАЗАТЬСЯ НА ГРАНИ, С КОТОРОЙ ОН НАЧАЛ ПУТЕШЕСТВИЕ, В ПОЛОЖЕНИИ, ОТЛИЧНОМ ОТ ИСХОДНОГО (КАК ЕСЛИ БЫ ОН ПОВЕРНУЛСЯ). ОБЯЗАТЕЛЬНО ЛИ ЕМУ ЭТО УДАТСЯ?

Автор Александр Перепечко · Художник Алексей Вайнер

ISSN 2227-7986 19008



9 772227 198190