

Ж У Р Н А Л К В А Н Т И К

Д Л Я Л Ю Б О З Н А Т Е Л Ь Н Ы Х



№ 9

сентябрь
2019

ПАРАДОКС ВНУТРЕННЕГО
НАБЛЮДАТЕЛЯ

СВОЙ – ЧУЖОЙ

КАК ПЛАВАЮТ
БРЁВНА?

Enter ↵



29 СЕНТЯБРЯ 2019 ГОДА, В ВОСКРЕСЕНЬЕ, СОСТОИТСЯ XII ТУРНИР ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА.

Он проводится для школьников 6–11 классов, допускаются все желающие. На Турнире проходит сразу несколько конкурсов – по математике, физике, астрономии и наукам о Земле, химии, биологии, истории, лингвистике, литературе. Можно принять участие в одном или в нескольких из них. Школьники сами выбирают предметы и распределяют своё время, переходя от одной аудитории к другой (участие в конкурсе по одному предмету отнимает час-полтора). Узнайте, может быть, турнир проводится и в вашем городе!

Список мест проведения, подробности и задачи прошлых лет ищите на сайте
turlom.olimpiada.ru

ПОДПИСКА на 2020 год

*Подписаться на журнал «КВАНТИК» вы можете
в любом отделении связи Почты России и через интернет*

КАТАЛОГ «ГАЗЕТЫ. ЖУРНАЛЫ» АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ»



Индекс **80478** для подписки на год

Индекс **84252** для подписки
на полгода или на несколько
месяцев полугодия

также можно подписаться
онлайн по ссылке **kvan.tk/rosp**

ОБЪЕДИНЁННЫЙ КАТАЛОГ «ПРЕССА РОССИИ»



Индекс **11348** для подписки
на год

Индекс **11346** для подписки
на полгода или на несколько
месяцев полугодия

Подробнее обо всех способах подписки читайте на сайте **kvantik.com/podpiska**



БИБЛИО-ГЛОБУС
ВАШ ГЛАВНЫЙ КНИЖНЫЙ

Мы предлагаем
большой выбор
товаров и услуг

г. Москва, м. Лубянка,
м. Китай-город
ул. Мясницкая, д. 6/3, стр. 1

УСЛУГИ

- Интернет-магазин www.bgshop.ru
- Кафе
- Клубные (дисконтные) карты и акции
- Подарочные карты
- Предварительные заказы на книги
- Встречи с авторами
- Читательские клубы по интересам
- Индивидуальное обслуживание
- Подарочная упаковка
- Доставка книг из-за рубежа
- Выставки-продажи

АССОРТИМЕНТ

- Книги
- Аудиокниги
- Антиквариат и предметы коллекционирования
- Фильмы, музыка, игры, софт
- Канцелярские и офисные товары
- Цветы
- Сувениры

8 (495) 781-19-00 пн – пт 9:00 - 22:00 сб – вс 10:00 - 21:00 без перерыва на обед

www.biblioglobe.ru

www.kvantik.com

kvantik@mccme.ru

[instagram.com/kvantik12](https://www.instagram.com/kvantik12)

[kvantik12.livejournal.com](https://www.livejournal.com/kvantik12)

[facebook.com/kvantik12](https://www.facebook.com/kvantik12)

vk.com/kvantik12

twitter.com/kvantik_journal

ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 9, сентябрь 2019 г.

Издаётся с января 2012 года

Выходит 1 раз в месяц

Свидетельство о регистрации СМИ:

ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.

Выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

Главный редактор: С. А. Дориченко

Редакция: В. Г. Асташкина, Е. А. Котко,

Р. В. Крутовский, И. А. Маховая, А. Ю. Перепечко,

М. В. Прасолов

Художественный редактор

и главный художник: Yustas

Верстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова

Обложка: художник Yustas

Учредитель и издатель:

Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»

Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва,

Большой Власьевский пер., д. 11

Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru,

сайт: www.kvantik.com

Подписка на журнал в отделениях связи

Почты России:

• Каталог «Газеты. Журналы»

агентства «Роспечать» (индексы **84252** и **80478**)

• Объединённый каталог «Пресса России»

(индексы **11346** и **11348**)

Онлайн-подписка

на сайте агентства «Роспечать» press.rosp.ru

По вопросам оптовых и розничных продаж

обращаться по телефону **(495) 745-80-31**

и e-mail: biblio@mccme.ru

Формат 84x108/16

Тираж: 5000 экз.

Подписано в печать: 31.07.2019

Отпечатано в типографии

ООО «ТДДС-Столица-8»

Тел.: (495) 363-48-84

<http://capitalpress.ru>

Заказ №

Цена свободная

ISSN 2227-7986



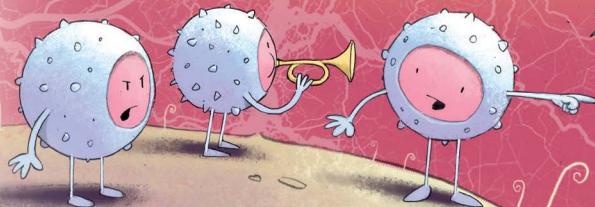


■	ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ	
	Свой – чужой. <i>Е. Егоров, Ю. Нечипоренко</i>	2
	Ядра атомов: вынужденное деление и термоядерный синтез. <i>В. Сирота</i>	7
	Парадокс внутреннего наблюдателя. <i>А. Алаева</i>	16
■	ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ	
	Какого цвета сердечки?	6
	Как плавают брёвна? <i>С. Дворянинов</i>	19
	Запутавшийся шнур	IV с. обложки
■	МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СКАЗКИ	
	Что не так с угадыванием шляп? <i>К. Кохась</i>	12
■	МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ	
	Как мы собирали абажур, или Приключения триаконтаэдра.	
	Окончание. <i>А. Панов, П. Панов</i>	20
■	ВЕЛИКИЕ УМЫ	
	Фредерик Сенгер. <i>М. Молчанова</i>	24
■	ОТВЕТЫ	
	Ответы, указания, решения	30
■	ОЛИМПИАДЫ	
	Наш конкурс	32



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Егор Егоров
Юрий Нечипоренко



СВОЙ — ЧУЖОЙ

Любой организм должен уметь защищаться, иначе его съедят.

Зайца спасают лапы, собаку — зубы, но есть множество очень мелких врагов — микробов, против которых зубы и когти бессильны. Маленький микроб может проникнуть внутрь организма и устроиться там жить. При этом он порой размножается в такой степени, что большой организм гибнет.

Главная задача защиты организма состоит в умении узнать чужого. В организме есть специальная система защиты — *иммунная*.

Главные её клетки — *лимфоциты*, белые кровяные тельца, именно они узнают чужих.

Другие клетки — *фагоциты* — профессиональные едоки, чужаков уничтожают.

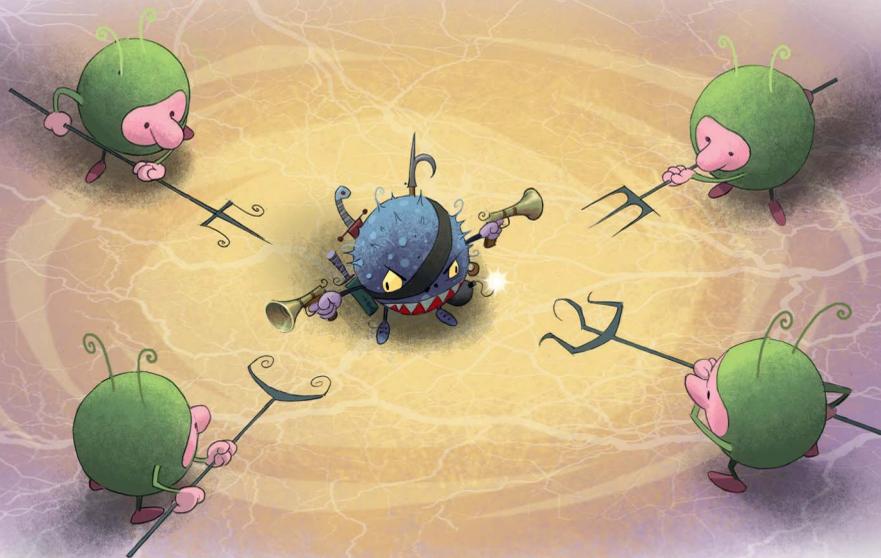
Как можно узнать чужого, если микроорганизмов очень много? Ведь инструкции по изготовлению беско-

нечного количества разного оружия займут огромное место, их невозможно будет скопировать и вообще использовать.

Поэтому клетки иммунной системы учатся бороться с чужаками на протяжении всей своей жизни.

Когда две молекулы подходят друг к другу, как части конструктора «лего», они сильнее притягиваются и как бы слипаются, если их сложить вместе. На этом основано соединение малых молекул в ДНК (молекулярное узнавание). Так же устроен наш *врождённый иммунитет* — механизм распознавания чужих клеток, который работает ещё до первого контакта с ними. Некоторые из лимфоцитов изготавливают «молекулярные щупы», которыми постоянно проверяют все клетки подряд. В случае прилипания

Из книги: Е. Егоров, Ю. Нечипоренко. Живой дом. (Серия «Про...»). М.: Арт-Волхонка, 2018.



щупа к какой-то клетке они поднимают тревогу и стараются эту клетку «съесть» или «покусать».

Откуда берутся щупы, которые будут прилипать к совсем неизвестным новым микробам?

Во-первых, в ядре имеются инструкции по изготовлению специальных чувствительных молекул-рецепторов.

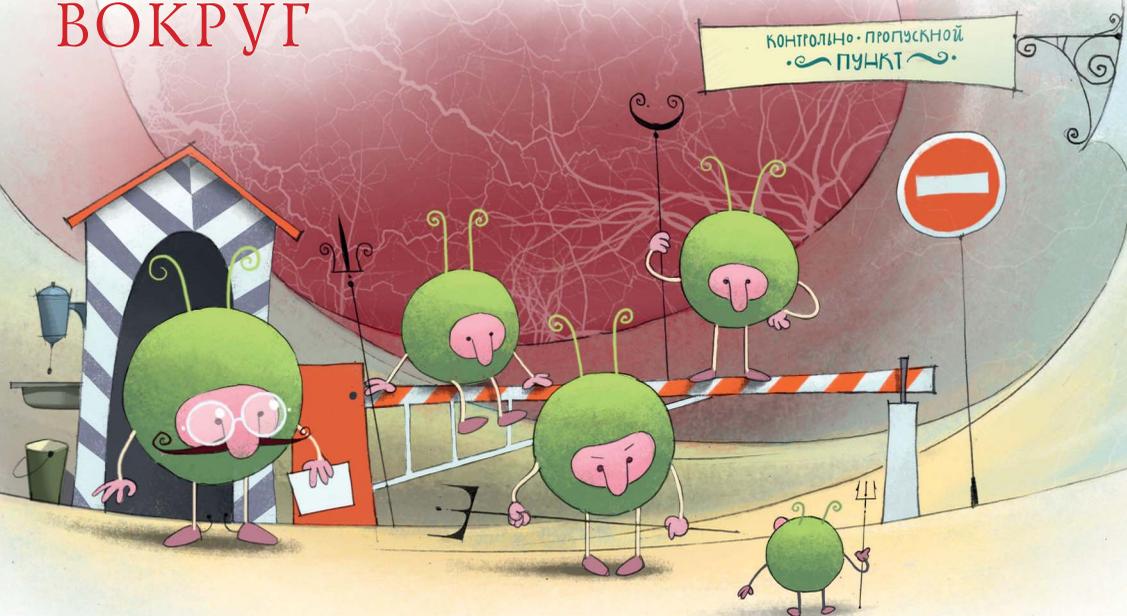
Эти рецепторы способны узнавать известные части микробов, которых не должно быть в клетках организма. Например, многие микробы имеют защитную оболочку, эти оболочки у разных микробов похожи. Часто микробы перемещаются с помощью *жгутиков* (специальных микроволосков), которые вертятся и действуют наподобие гребного винта. У многих клеток организма есть рецепторы, чувствительные к этим жгутикам.

Самое интересное – система *приобретённого иммунитета*. Клетки этой системы изготавливают *рецепторы*

(разновидность «щупов») ко всему на свете, как бы на всякий случай. Делая выписки из инструкций по изготовлению таких рецепторов, клетка редактирует инструкцию случайным образом – то пропустит страницу или целые две, то вдруг перейдёт сразу к сотой странице. Бывает, что дописывает отдельные случайные буквы. Рецептор составляется обычно из разных частей. Клетка имеет много вариантов каждой части и соединяет их как придётся. В результате могут получиться миллионы разных рецепторов.

Каждый лимфоцит изготавливает только один вариант рецептора. Сначала клетка размещает их на своей поверхности, а немного повзрослев, она начинает производить эти рецепторы на экспорт – они отправляются в свободное плавание. Такие плавающие рецепторы – *антитела* – способны обслужить гораздо большие пространства, чем «щупы» врождённого

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ



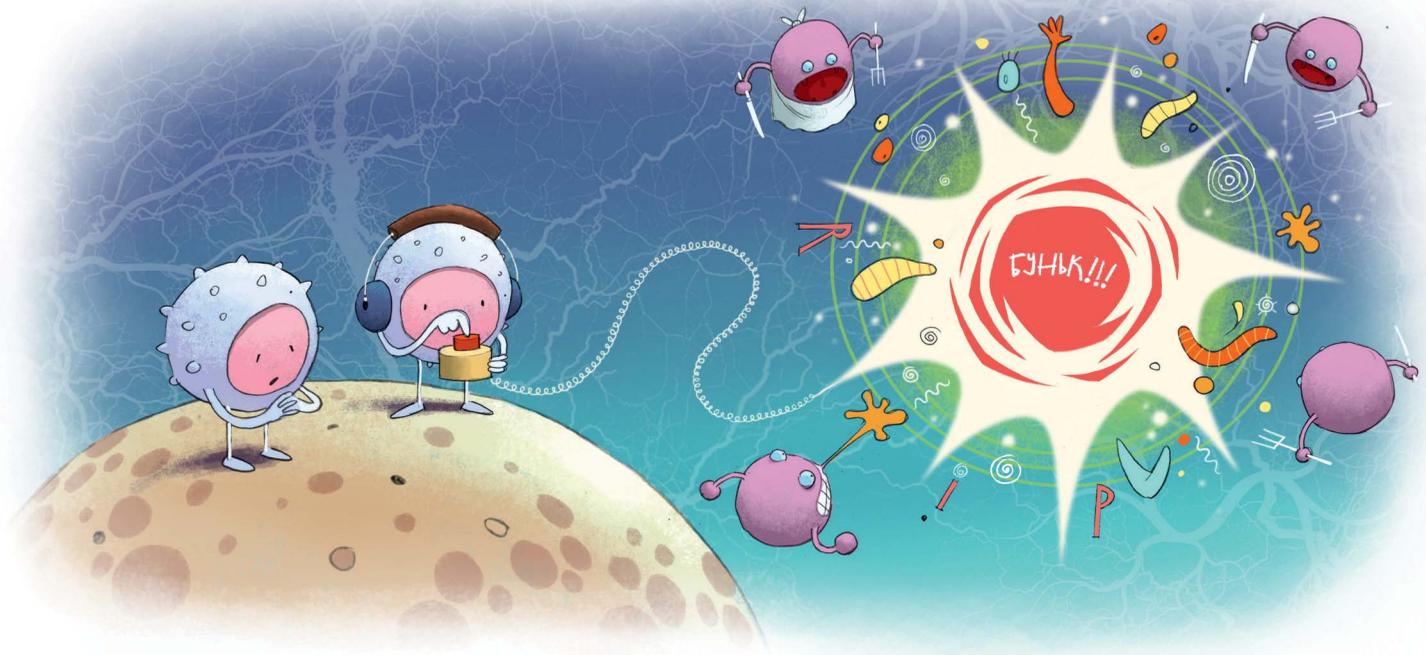
иммунитета, ведь клетка производит их в огромных количествах. Начинается межклеточное сотрудничество. Продукты специальных клеток печени, точнее, свободно плавающие «микроботы» этих клеток, очень активно реагируют на чужие клетки, увешанные «щупами». Они их дырявят.

Что будет, если этот случайный рецептор станет узнавать клетки собственного организма? Тогда иммунная система начнёт бороться с организмом, и дело кончится плохо.

В результате возникают *аутоиммунные болезни*: когда организм с помощью иммунной системы разрушает сам себя. Чтобы этого не происходило, в организме существует контрольно-пропускной пункт для молодых иммунных клеток. Здесь выясняют, не нападает ли новая клетка на своих. Если нападает – её безжалостно уничтожают. В среднем из пятидесяти новых клеток выживает только одна.

Со временем в организме накапливается огромное разнообразие клеток с рецепторами, которые не узнают своих, зато реагируют на любых чужаков, что от них и требуется. Когда мы рождаемся, у нас ещё мало разных рецепторов, поэтому новорождённые дети часто болеют.

Хорошо, у нас имеется лимфоцит, рецепторы которого узнают чужака. А если одинаковых чужаков много? Сможет ли одна клетка защитить организм? Конечно, нет. Поэтому, узнавая чужого, лимфоцит при помощи других клеток получает сигнал к размножению себе подобных. Чем больше чужаков, тем больше клеток размножится для их распознавания. Но размножение требует времени, и за это время микробы тоже могут сильно размножиться. Идёт соревнование – кто быстрее, а в это время человек болеет. Если выздоровевший человек вновь встретит того же микроба, то он будет



вооружён иммунитетом: либо не заболит вовсе, либо станет болеть легко.

Размножившиеся в борьбе с микробами иммунные клетки сохраняются про запас и несут память обо всех болезнях, которыми мы переболели.

Люди научились тренировать иммунные клетки, чтобы они могли выступить против самых опасных микробов. Представим себе, что мы разодрали опасного микроба на сто кусочков. Ясно, что в результате микроб погиб. Если собрать эти кусочки и искусственно ввести в организм – болезни не будет, зато иммунные клетки узнают этого микроба, размножатся и создадут против него защиту. Именно это происходит, когда нам делают прививки. Человек становится защищённым от ещё одного опасного микроба.

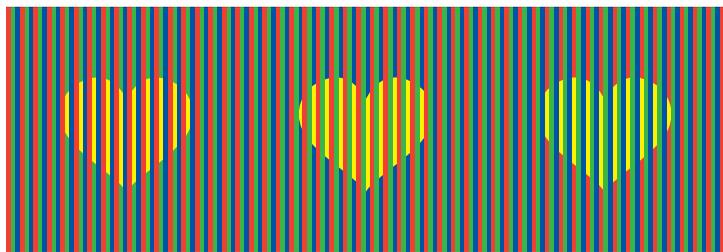
Когда кто-то или что-то приводит клетку организма к гибели, то всегда включается сигнал тревоги, сбегают-

ся различные клетки иммунной системы, начинается мобилизация в соседних районах с целью не допустить дальнейшей гибели клеток. Поэтому если организм сам решит избавиться от какой-то клетки, он должен поступать так, чтобы не включить сигнал тревоги и не беспокоить зря остальных.

Для этих целей эволюция изобрела управляемую клеточную гибель, по-научному – *апоптоз*.

Некоторые иммунные клетки могут приговаривать к смерти плохие клетки организма. Иммунная клетка подходит к плохой клетке и говорит ей: «Ты должна погибнуть тихо и достойно». Эта клетка запускает в себе программу самоликвидации, переваривает все свои элементы изнутри, сморщивается и сигнализирует: «Найди меня! Съешь меня!» Клетки – профессиональные поедатели – находят такую клетку и съедают полностью.

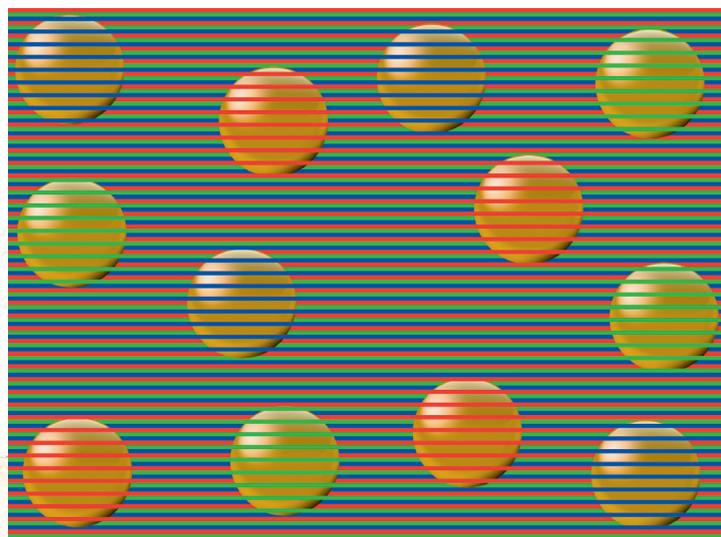
КАКОГО ЦВЕТА СЕРДЕЧКИ?



На листе бумаги нарисовали цветные полоски, цвета которых строго чередуются: красный, зелёный, синий, красный, зелёный, синий... Затем некоторые полоски частично перекрасили в жёлтый цвет, и на рисунке стали видны сердечки. Почему же только центральное сердечко выглядит жёлтым?



Художник Алексей Вайнер



А эти шарики под полосками – тоже одного цвета (автор идеи этой картинки – Дэвид Новик, профессор Техасского университета в Эль-Пасо), но нам они кажутся разноцветными. Как такое получается?

ЯДРА АТОМОВ: ВЫНУЖДЕННОЕ ДЕЛЕНИЕ И ТЕРМОЯДЕРНЫЙ СИНТЕЗ

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Валерия Сирота

В предыдущей статье в «Квантике» №8 за этот год мы выяснили, что происходит с атомными ядрами таких изотопов, у которых «неправильное» соотношение числа протонов и нейтронов. Но чем определяется, какое именно соотношение правильное? И почему нет устойчивых тяжёлых ядер?

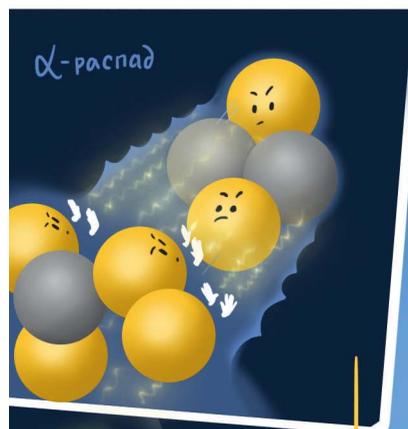
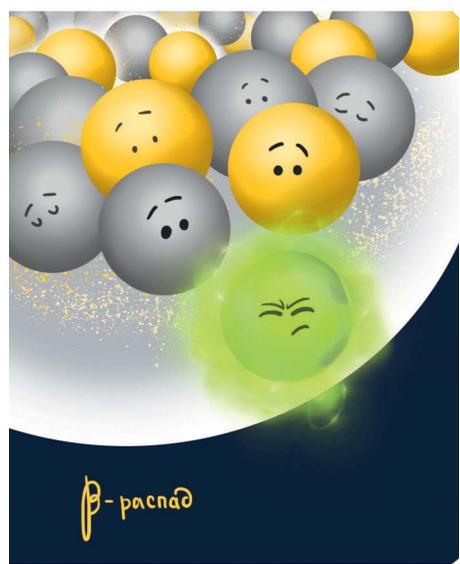
Попробуем ответить (приблизительно, потому что точного ответа на первый из этих вопросов нет даже у специалистов). Причиной распада ядер всегда, конечно, оказывается недостаточно крепкая связь нуклонов, которые держатся друг за дружку ядерными силами. «Отбившийся от стада», недостаточно крепко удерживаемый нейтрон норовит распасться, превратиться в протон с электроном (бета-распад, слабое взаимодействие); а если слишком много протонов, они разламывают ядро на части электрическим отталкиванием (альфа-распад или раскол ядра на крупные части)¹. Но чем же спасёт замена части протонов нейтронами или, наоборот, почему от этого ядро станет более устойчивым? Ведь сильное взаимодействие вроде бы не различает протоны и нейтроны, сильные силы действуют на них одинаково...

Ну, во-первых, это не совсем так. Действительно, ядерные силы между двумя протонами и между двумя нейтронами совершенно одинаковы. Но вот протон к нейтрону притягивается чуть-чуть сильнее, чем одинаковые нуклоны друг к другу.

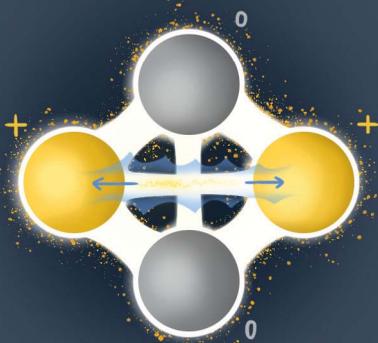
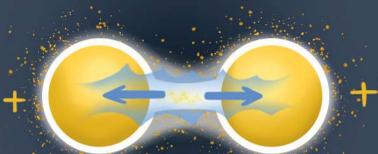
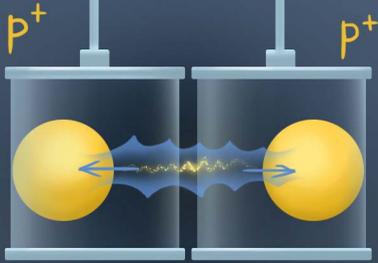
Во-вторых, жизнь нуклонов в ядре организована хоть и гораздо сложнее, но всё-таки похоже на жизнь электронов в атоме: у них тоже есть «этажи» с «комнатами», и в одной комнате могут жить не больше двух нуклонов каждого вида². То есть, например, два протона и два нейтрона ещё прекрасно могут все дружно жить в самой нижней, самой лучшей «комнате» (узнаёте? – это и есть ядро гелия, очень проч-

¹А может быть, один из протонов тоже «воспользуется» слабым взаимодействием и превратится в нейтрон – путём захвата электрона или излучения позитрона.

²Этот факт, как и разница между $n-n$ и $p-p$ взаимодействиями – следствие принципа запрета Паули, который мы здесь обсуждать не будем.

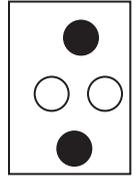


ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ



ное ядро!). А, скажем, один из трёх нейтронов всегда обречён уйти в другую «комнату», на следующий «этаж», и если он будет скучать там наверху один, без протона – ядерных сил не хватит, чтобы его удержать от распада. Впрочем, два нейтрона без протона в одной нижней «комнате» тоже не спасутся от слабого взаимодействия – не бывает ядра из двух нейтронов.

В-третьих, электрические силы убывают с расстоянием. Если расстояние между протонами увеличить в 2 раза, они станут отталкиваться в 4 раза слабее. А если расстояние увеличить в три раза – сила отталкивания уменьшится в 9 раз. И так далее. Так что нейтроны нужны для «разбавления» протонов. В гелии-4, например, два протона находятся «на дальних концах ядра», а два нейтрона – между ними. А в более тяжёлых ядрах протоны и нейтроны образуют пёструю, довольно близкую к шахматной, мозаику.



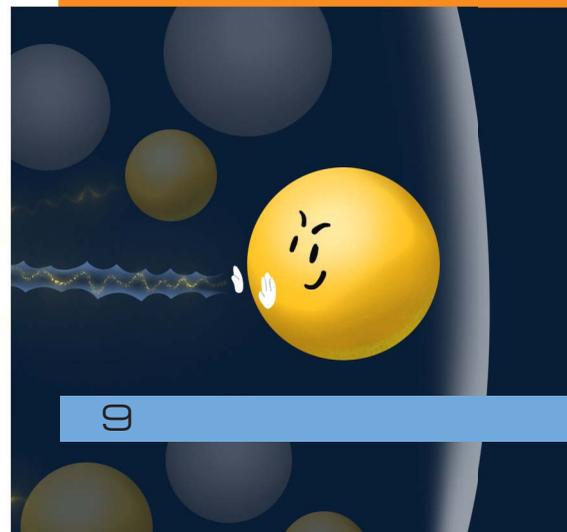
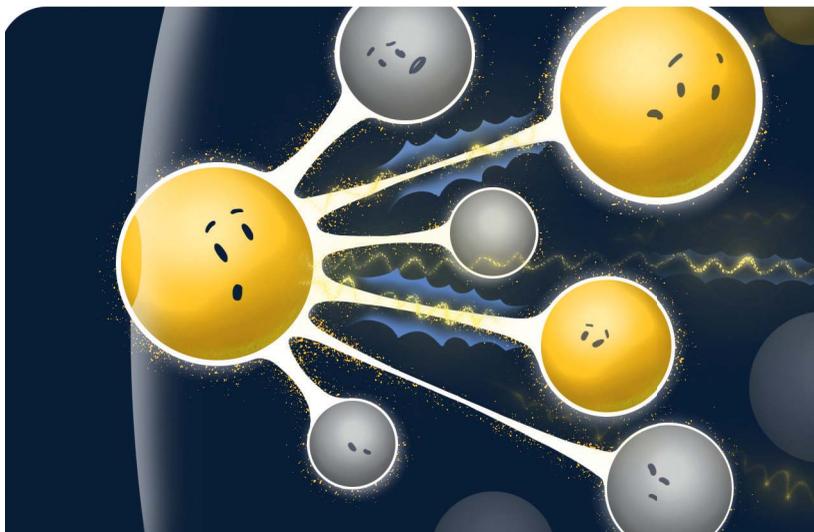
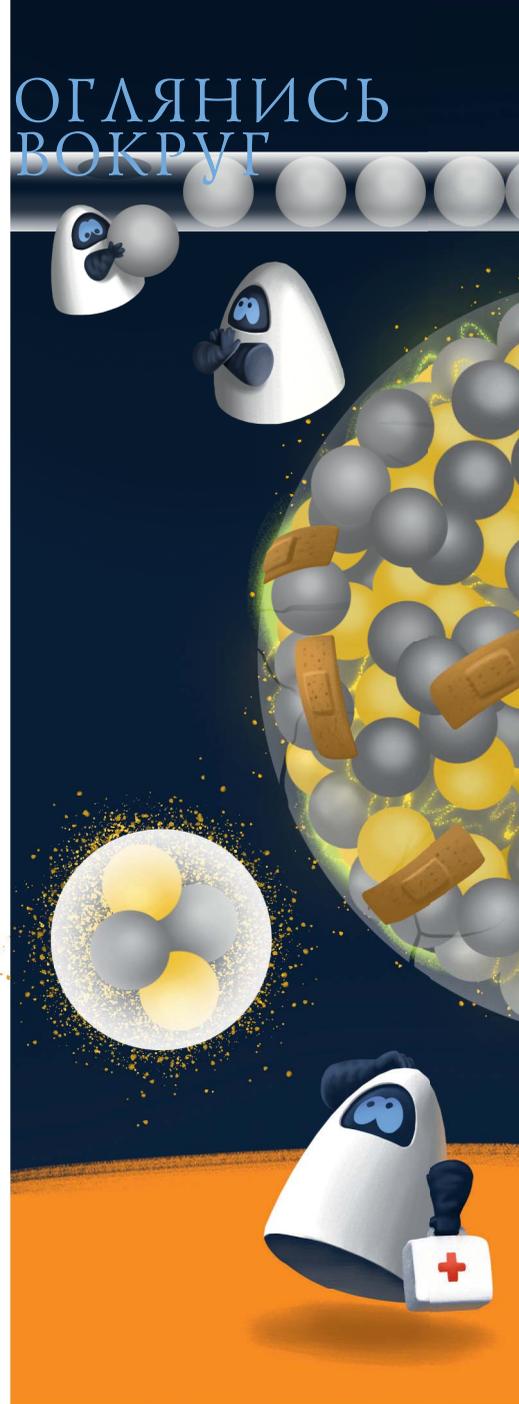
Почему же тогда нельзя при том же количестве протонов взять в два, в три, в пять раз больше нейтронов? Ну и что, что они друг к другу притягиваются слабее, чем к протонам, зато их будет очень много, и все вместе они уж будут крепко друг друга держать... – чем плохо?

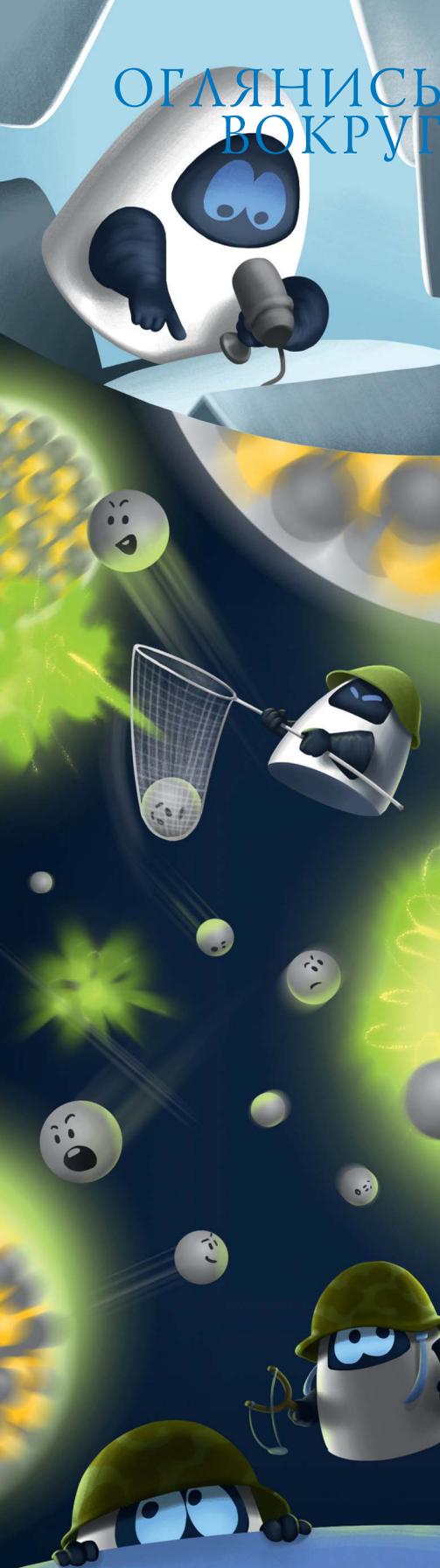
Плохо тем, что ядро получится слишком большое. И вот тут нужно сказать про ещё одно очень важное свойство сильного (да и слабого тоже) взаимодействия: оно короткодействующее. Электрические силы, если отойти в два раза дальше, убывают в 4 раза – с какого расстояния ни начинай: хоть с микрона, хоть с метра... Сильные – тоже ведут себя похожим образом, но только до тех пор, пока расстояния меньше 10^{-15} м (одной тысячемиллиардной миллиметра) – это размер небольшого ядра. А как только расстояние между нуклонами становится больше этой величины, сила притяжения между ними начинает падать со страшной быстротой, и не успеете вы отойти ещё в два раза дальше – она уже уменьшится не в 4, а, скажем, в тысячу раз. То есть если две частицы находятся друг от друга дальше, чем эти самые 10^{-15} м, то сильное взаимодействие между ними практически равно нулю. А электрическое – вовсе нет!

Поэтому добавление каждого нового протона увеличит электрическое отталкивание, действующее на протон «на другом краю ядра», а добавление новых нейтронов, начиная с некоторого их количества, никак не увеличит действующее на него сильное притяжение!

Итак, пока ядро небольшое, добавить к уже готовому устойчивому ядру один протон, может, и можно, но страшно: вдруг новое добавленное отталкивание пересилит новое притяжение, и ядро развалится? А добавить протон вместе с нейтроном – гораздо спокойнее: вдвоём они уж наверно будут притягивать любой дальний протон сильнее, чем отталкивать. И поскольку каждая новая пара протон-нейтрон притягивает чуть сильнее, чем отталкивает, с увеличением числа нуклонов ядро становится только прочнее.

Но это только до тех пор, пока размер ядра не превысит радиус действия сильных сил. А дальше добавление каждого нового протона всё сильнее портит ситуацию: электрическое отталкивание из-за него усиливается, а сильное притяжение уже увеличиться не может, – сколько новых нейтронов ни добавляй, они оказываются слишком далеко! Приходится всё-таки напихивать в ядро всё больше нейтронов, но не чтобы увеличить притяжение, а чтобы хоть чуть-чуть уменьшить отталкивание, «разбавив» протоны нейтронами и отодвинув их подальше друг от друга. Понятно, что это удаётся только отчасти – ведь если протонов мало, нейтроны норовят распасться из-за слабых сил. И чем больше такое «рыхлое» ядро, тем хуже оно держится.





Из всей этой истории люди научились извлекать большую практическую пользу – а также большой вред... Дело в том, что, когда большое и непрочное ядро разваливается на более прочные части, высвобождается энергия. Это вообще случается, когда какая-то вещь меняет своё положение на более надёжное и устойчивое. Например, если книжка упала со стола на пол – раздаётся хлопок: это энергия, выделившаяся при падении книжки, передалась воздуху и создала звуковую волну. К сожалению, эта энергия может ещё потратиться на разрывание листов бумаги. Вода в водопаде так разгоняется при падении, что её энергии хватает на вращение тяжёлых турбин гидроэлектростанции. Вот и энергию, выделяющуюся при радиоактивном распаде, можно использовать. Это и делается в ядерных реакторах: энергия распадающихся ядер нагревает воду, вращает турбины, создаёт электрический ток или приводит в действие двигатель подводной лодки...

Только вот ждать, когда ядра сами собой распадутся, людям неудобно: работа реактора ведь тогда будет не очень предсказуемой. Поэтому непрочным ядрам, которые так, может, прожили бы ещё десяток миллионов лет, помогают распасться, легонько стукая по ним нейтроном. Это – вынужденное деление. А чтобы процесс удобно было контролировать, да к тому же не пришлось всё время добывать нейтроны для обстрела, выбирают такие ядра, в которых при вынужденном делении образуются новые свободные нейтроны. Например, подходит изотоп урана-235:

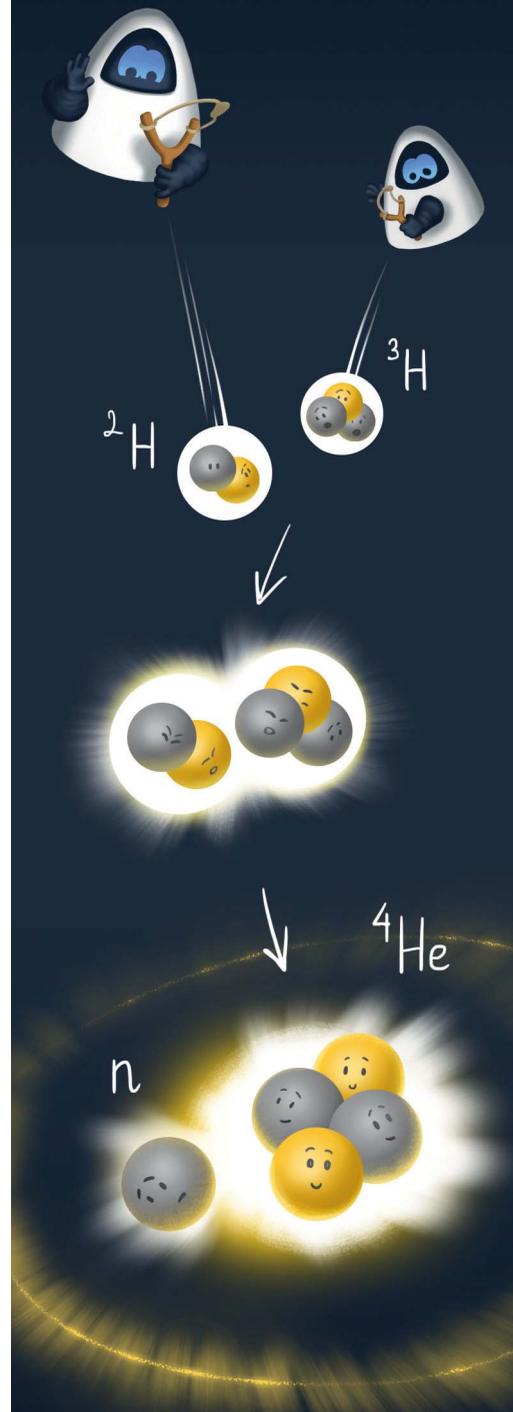


Видите – в ядро попал один нейтрон, а после распада вылетело уже два. Да ещё оба осколка – нестабильные изотопы, при их распаде ещё пара нейтронов может вылететь. Высвобождающиеся при реакции нейтроны попадают в следующее ядро, вызывая его деление. Это называется *цепной реакцией*. Регулируя количество (и скорость) летающих по реактору нейтронов, можно управлять его работой – увеличивать или уменьшать количество распадов. Тот же принцип цепной реакции деления, только без особенного контроля, работает и в атомной бомбе.

Тяжёлые ядра, распадаясь, выделяют энергию, потому что переходят в более устойчивое состояние – в виде меньших ядер с более плотной и прочной упаковкой. Но у лёгких ядер, как мы видели, наоборот – чем больше ядро, тем прочнее. Поэтому энергию можно получать и при соединении – слиянии – лёгких ядер. И даже такой способ гораздо эффективнее – при той же массе топлива энергии выделяется намного больше. Вот только реализовать этот способ гораздо сложнее: если тяжёлые ядра и сами по себе распадаются (им надо только помочь и немного их «организовать»), то лёгкие ядра сами по себе не соединяются – им мешает электрическое отталкивание, ведь у них заряд одного знака. Чтобы «слиться», им надо сначала сблизиться друг с другом на очень маленькое расстояние, на котором начнут действовать ядерные (сильные) силы. Для этого их надо очень сильно разогнать друг навстречу другу. Разогнать и столкнуть пару ядер – для нас не проблема, но нужно, чтобы таких пар было много... Такое возможно, только если очень сильно нагреть вещество (до десятков или сотен миллионов градусов!). А справиться с такой температурой мы не умеем – в какой контейнер положить такое горячее топливо, чтобы не расплавились стенки?... Да и контролировать ситуацию при такой температуре очень трудно. Поэтому пока человечество научилось использовать энергию термоядерного синтеза только в водородной бомбе. Но, может быть, ещё научимся...

То, что пока не получается у людей, прекрасно удаётся звёздам! Там ведь как раз подходящая температура и очень много лёгких ядер. Собственно, звёзды – это гигантские термоядерные реакторы, в которых происходит синтез гелия из водорода, углерода из гелия, железа из углерода... Они оттого и светятся – это выделяется освобождающаяся при ядерных реакциях энергия. А попутно в небольших количествах образуются – за компанию – и более тяжёлые ядра. Все ядра атомов тяжелее гелия образовались в звёздах! Так что вещество, из которого все мы состоим, когда-то было в недрах какой-то звезды...

Художник Мария Усеинова



ЧТО НЕ ТАК С УГАДЫВАНИЕМ ШЛЯП?

– Привет, друзья, я рад что вы снова у экранов телевизоров! Впрочем, отсюда мне вас совершенно не видно. С вами Горгулий, научный обозреватель «Самого первого канала». Очередная программа «Что не так?», посвящённая ломке стереотипов и ниспровержению стандартов научного мировоззрения, готова порадовать зрителей незабываемым феерическим выпуском.

По традиции мы выбираем тему программы среди вопросов, присланных телезрителями. «Что не так с угадыванием шляп?» – спрашивает нас телезритель Пинок Тухх. Отвечает на вопрос наш эксперт по вопросам неадекватности дятел Спятел! Прошу вас, маэстро.

– Добрый вечер, уважаемые телезрители. Прежде всего, для правильной расстановки акцентов мне хотелось бы уточнить, что я являюсь экспертом по вопросам адекватности. Если наш ведущий будет продолжать путаницу, то в следующем выпуске нам придётся обсудить вопрос «Что не так с нашим ведущим»? Ясно?

– Извините, извините, дорогой маэстро. Я надеюсь загладить свою вину, смотрите: в этой коробке лежит несколько чёрных и белых шляп, они могут существенно повысить адекватность нашего разбирательства.

– Тогда приступим к конкурсу «Угадывание». Я попрошу оператора показать крупным планом насекомое *Musca domestica*.

– Это же обычная домашняя муха!

– Совершенно верно. Итак, уважаемые телезрители, пока вы любовались мухой, ассистенты надели на меня и на Горгулия по шляпе. Вам прекрасно видны цвета обеих шляп, а я хорошо вижу шляпу Горгулия, но, увы, не могу понять, какого цвета шляпа на мне.

– Я тоже не знаю цвета своей шляпы, – подхватил Горгулий, – но при этом прекрасно вижу шляпу дятла Спятла. И что же мы будем угадывать?

– По правилам конкурса мы должны, не разговаривая и не подавая друг другу никаких сигналов, попытаться угадать цвет своей шляпы. У каждого из нас есть пульт с кнопками «Чёрная» и «Белая», мы должны незаметно нажать на одну из кнопок!

– Но, маэстро, вряд ли нам обоим удастся угадать. О цвете своей шляпы у нас нет никакой информации!



– Правильно. Но если хоть один из нас угадает, это будет считаться нашей победой в конкурсе!

– Что-то тут не так. Каждый из нас вообще ничего не знает о цвете своей шляпы. Как же мы сможем хоть что-нибудь угадать?

– Вы забываете, что один из нас является выдающимся экспертом по вопросам адекватности! Конечно, мы сможем преодолеть этот конкурс! И дело тут вовсе не в большом зеркале, которое не видно телезрителям, но прекрасно видно нам. Мы сможем выиграть этот конкурс... с помощью интеллекта! В самом деле, дорогие телезрители, согласитесь, что имеется всего лишь две возможности – либо наши шляпы одинакового цвета, либо разного. Сейчас мы будем нажимать на кнопки, причём я выберу кнопку, исходя из предположения, что наши шляпы одинакового цвета, а мой коллега будет исходить из того, что цвета разные! Мы не знаем, какая из этих гипотез осуществилась на самом деле, но одна из гипотез точно осуществилась, и тот, кто придерживался этой гипотезы, угадает цвет!

– Маэстро, это потрясающе. Но что мы будем делать, если наш телезритель Пинок Тухх попросит провести конкурс, в котором шляпы будут не двух, а, скажем, восьми цветов?

– Мы позовём ещё 6 друзей и проведём аналогичный конкурс ввосьмером! На каждого из восьми участников помощники наденут шляпу одного из 8 цветов, каждый будет видеть шляпы у остальных, но не свою собственную. И точно так же нужно, чтобы хотя бы один участник угадал цвет своей шляпы!

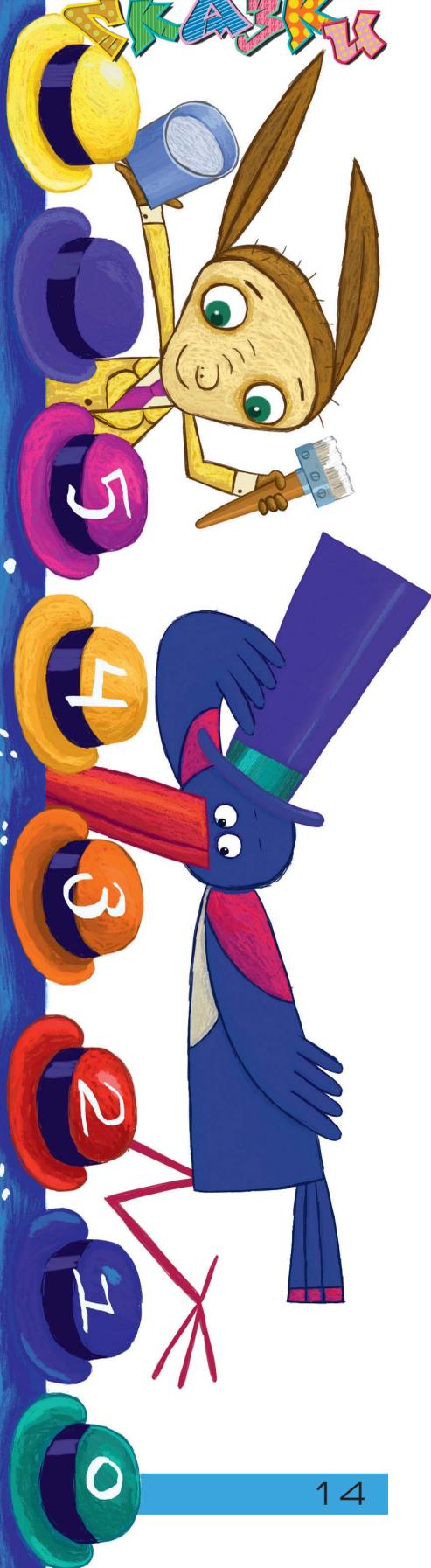
– Пультики приготовить с восемью кнопками?

– Да. А чтобы не путаться с цветами, лучше просто поместить на каждой шляпе число от 0 до 7 и угадывать не цвет, а число на шляпе.

– Неужели мы справимся?

– Элементарно. Мы разобьём все возможные расклады шляп на 8 взаимоисключающих случаев: либо сумма чисел на всех шляпах делится на 8, либо сумма даёт остаток 1 при делении на 8, либо остаток 2 и т.д., последняя, восьмая, возможность – сумма даёт остаток 7. Каждый из нас возьмёт по одной гипотезе и будет её проверять. Например, если мне досталась





гипотеза «сумма даёт остаток 2», то я складываю все числа, которые вижу у остальных, и называю в качестве гипотезы «что у меня?» число, которое нужно добавить к этой сумме, чтобы получился остаток 2.

– Кажется, мы действительно выиграем этот конкурс. Если я правильно догадался, по вашему алгоритму всегда угадывает ровно один участник. Каждый «берёт на себя» $1/8$ от числа всех возможных раскладов шляп и угадывает только на них. А если мы увеличим число цветов шляп, не изменив число участников – например, будем давать участникам шляпы девяти цветов, – баланс нарушится, они смогут победить лишь в $8/9$ всех случаев. Но всё же: думаю, мы просто обязаны удовлетворить любопытство телезрителя, Пинока нашего Тухха, и объяснить, нельзя ли хоть немного увеличить число шляп, оставив количество участников конкурса прежним?

– Да вы просто маньяк с этим вашим Туххом. Можно! Но при условии, что одним участникам вы будете давать шляпы существенно большего количества цветов, а другим – шляпы меньшего числа цветов.

– Отличная сделка! Согласен. Это будет впечатляющее зрелище. Сейчас же закажу подходящий комплект шляп, и мы продемонстрируем это зрителям. Давайте позовём автора нашего вопроса Пинока Тухха в студию, и наибольшее число шляп дадим ему! Сколько это будет? Сто? Двести?

– Хе-хе, боюсь, ответ может вам показаться неприемлемым. Во всяком случае, он больше.

– Сколько же? Тысяча? Миллион? Миллиард?

– Видите ли, дорогой Горгулий, ваши приёмы работы, несомненно, производят впечатление. Но подозреваю, что Пиноку Тухху ваш энтузиазм... не придётся по душе. Вы наивно полагаете, что сумеете прочесть число, являющееся ответом на ваш вопрос. Но так ли это? Первый участник нашего конкурса будет получать шляпы всего двух цветов. Пожалуй, это буду я. Второму участнику – не возражаю, если это будете вы, – будут давать шляпы трёх цветов.

– Не нагнетайте, маэстро, я вполне готов отвечать за свои слова и займу почётное предпоследнее место.

– Хорошо. Третий участник должен осилить шляпы 7 цветов, четвёртый – шляпы 43 цветов...

– Ой.

– Пятой – шляпы 1807 цветов, шестой – шляпы 3 263 443 цветов...

– Ой, ой, ой...

– Седьмому участнику, то есть вам, мой самоуверенный друг, придётся иметь дело со шляпами 10 650 056 950 807 цветов...

– Десять триллионов с хвостиком...

– Это сущая мелочь по сравнению с тем, что мы приготовили восьмому участнику – Пинокю вашему незабвенному Тухху, – количество его цветов равно 27-значному числу, вот оно:

113 423 713 055 421 844 361 000 442.

– Мама...

– И обратите внимание, как виртуозно у нас всё подобрано: при любом раскладе шляп будет угадывать ровно один участник, при этом первый участник будет угадывать ровно на половине всех раскладов, второй – на одной трети, и т.д. Стоит ли говорить, что сумма обратных величин указанных чисел в точности равна 1! Есть только один подвох...

– Ещё один? Какой же?

– Алгоритм, с помощью которого мы можем выиграть. Он... не совсем очевиден.

– Аааааа! Уважаемые телезрители, мы опять испытываем проблемы с адекватным завершением нашей программы. Безобиднейшая игра с двумя шляпами довела нас до умопомрачительного количества цветов! Мы не можем ничего сделать с этим числом, мы даже затрудняемся прочесть его вслух. Кажется, вопрос нашего телезрителя опять остаётся без ответа! Пойдите, я сказал «нашего телезрителя»? Маэстро, признавайтесь, это опять ваши происки? Вы опять, скрываясь под псевдонимом, прислали вопрос, чтобы нарушить спокойное течение нашей передачи?

– Нет-нет, я не имею никакого отношения к случившемуся сегодня. Хотя, вы знаете... Недавно я рассказал Бусеньке о том, как легко и приятно вводить вас в ступор с помощью безобидного на вид вопроса...

От редакции. Попробуйте для начала разобраться, как выиграть в конкурсе трёх мудрецов, если первому надевают шляпы одного из двух цветов, а второму и третьему – одного из четырёх.





ПАРАДОКС ВНУТРЕННЕГО НАБЛЮДАТЕЛЯ

В один, казалось бы, совершенно обычный день Маша заметила слишком много странностей. Утром перед школой она решила поспать на несколько минут подольше. Маша всё рассчитала так, чтобы ни в коем случае не опоздать. Ведь она знала, что среднее время ожидания автобуса – 5 минут. На остановке она встретила своего друга Мишу. Он, конечно, хороший друг, только вот постоянно опаздывает.

– Что-то ты сегодня рано из дома вышел, – заметила Маша.

– Скорее ты поздно. Я всегда выхожу в это время.

– Но почему ты тогда опаздываешь на уроки? В столовую заходишь, что ли?

– Нет, автобусы в такое время ходят редко. Это на полчаса пораньше, в час пик, они каждые 2 минуты приезжают. Но тогда народу очень много. По мне так лучше в школу опоздать, чем как селёдка в бочке ехать.

– Ничего, мы успеем. Я узнавала, после часа пик автобусы в среднем ходят раз в 10 минут. Значит, среднее время ожидания должно быть вдвое меньше: ведь, придя на остановку между двумя автобусами, мы с равной вероятностью придём ближе к ушедшему или ближе к следующему. Так что можно считать для простоты, что мы приходим в середину интервала ожидания и в среднем ждём 5 минут.

– Я обычно жду намного дольше.

– Странно, но всё равно нам остаётся только ждать.

Действительно, Миша оказался точнее – автобус подошёл только через 9 минут.

А ещё один необычный факт Маша обнаружила на уроке физкультуры, пробегая эстафету из нескольких кругов вокруг школы. В своей команде она выбегала третьей. Маша была в хорошей форме и с лёгкостью обогнала многих ребят. Когда же она попыталась догнать самых быстрых из класса, у неё ничего не вышло. Но Маша не знала, как объяснить такое странное явление: ей встретилось довольно много и медленных, и быстрых детей, а тех, кто бежит примерно как она, по пальцам можно было сосчитать.

Заключительным стал случай после уроков, когда она подсчитала результаты анкетирования для своего проекта. Несколько дней назад она и её подруги Катя и Настя подходили к школьникам на перемене и спрашивали, сколько человек у них в классе. Так Маша хотела установить среднее количество учеников в классе по школе. После уроков Маша решила проверить это число у секретаря школы – ведь у неё точно есть списки всех классов, и такое число уже наверняка подсчитано. Статистическую выписку ей дали на бумаге, сложенной вдвое. Маша специально решила не смотреть туда раньше времени, пока не подсчитала с подругами собственный результат. Каково же было Машино разочарование, когда выяснилось, что их результат больше действительного. Правдоподобного объяснения подруги так и не придумали.

После школы у Маши было задумчивое настроение. Столько необъяснимых фактов всего за один день! Единственное, что могло по-настоящему заинтриговать Машу – это загадки, головоломки и фокусы, которые она не могла объяснить. Заходя домой, Маша случайно столкнулась со своим соседом профессором Иваном Петровичем.

– Здравствуй, Маша! Как твои дела? Ты выглядишь немного расстроенной, – заметил профессор.

– Здравствуйте, Иван Петрович! Тут такие странности со мной приключились, ужас просто! И ни одну из них я не могу объяснить...

– Может, заглянешь ко мне на чай? Там всё и обсудим, а то на пороге разговаривать неудобно.

– Хорошо, – согласилась Маша.

Она рассказала Ивану Петровичу про все свои наблюдения, после чего профессор заключил:

– Во всём виноват парадокс, который я бы назвал *парадоксом внутреннего наблюдателя*.

– Так в чём же он заключается? – спросила нетерпеливая Маша. – Как все эти ситуации могут описываться одним парадоксом? Ведь произошедшие случаи не имеют ничего общего!

– Это только так кажется, – хитро заметил профессор. – Вот смотри, пока ты ждала автобус в прошлые дни, наверняка замечала, что есть промежутки





Художник Мария Усеинова

ожидания больше, а есть меньше. С одной стороны, нужно полагаться на ожидание среднего промежутка. С другой стороны, если есть два промежутка ожидания между автобусами – скажем, 15 минут и 5 минут, – то вероятность попасть в больший из них больше просто потому, что 15 минут длятся дольше, чем 5. Поэтому реальное время ожидания автобуса зачастую больше, чем среднее.

С классами работает тот же парадокс. Выбирая случайных людей для анкетирования, ты встречаешь людей из разных классов с разной вероятностью: любой большой класс будет «попадаться» чаще любого маленького. Скажем, если в 8 «А» учится 30 человек, а в 8 «Б» – 15, то вероятность встретить ученика из 8 «А» в два раза больше вероятности встретить ученика из 8 «Б». Поэтому среднее значение по такой выборке сдвигается в большую сторону и получается выше реального среднего значения.

Ситуация с бегом имеет те же корни. Ты легко обгоняешь медленных ребят, тебя легко обгоняют более быстрые, а бегущих примерно с твоей скоростью ты встречаешь редко просто потому, что практически ни ты такого человека не перегонишь, ни он тебя (на это нужно много времени). Так наблюдение с твоей позиции обманывает тебя.

– Выходит, с этим парадоксом мы сталкиваемся постоянно! Даже, можно сказать, каждый день, а сами этого не замечаем!

– Верно. Ещё один интересный пример – это *парадокс дружбы*: как правило, у большинства людей друзей меньше, чем в среднем у их друзей. Присмотришься внимательней к тому, что тебя окружает. Поняв парадокс внутреннего наблюдателя единожды, ты будешь замечать его часто и в самых разных ситуациях. Вот пример моего знакомого математика: он уезжает на работу в случайное время между 9 и 11 часами утра и чаще едет в переполненном автобусе, а не в полупустом. А его друг, живущий на той же улице, в это же время сидит на балконе и чаще видит полупустые автобусы того же маршрута, а не переполненные.

А вы, ребята, сможете ещё привести примеры? Напишите, нам будет очень интересно.



КАК ПЛАВАЮТ БРЁВНА?

Почему брёвна плавают горизонтально, а не вертикально? Все брёвна на рисунке выступают над водой на треть, но центры масс (красные точки) у вертикальных брёвен ниже, то есть такое положение кажется более устойчивым.

Автор Сергей Дворянинов
Художник Татьяна Уклеико

Алексей Панов,
Пётр Панов



КАК МЫ СОБИРАЛИ АБАЖУР, или ПРИКЛЮЧЕНИЯ ТРИАКОНТАЭДРА

Окончание. Начало см. в «Квантике» № 7 и № 8 за 2019 год

АПЕРИОДИЧЕСКИЕ МОЗАИКИ РОДЖЕРА ПЕНРОУЗА

Математики оказались более подготовленными. Ещё в 1960-е годы они тоже обнаружили и начали изучать новые необычные объекты – *апериодические мозаики*. Вообще мозаики – это узоры из многоугольных плиток, целиком заполняющих плоскость. Апериодические мозаики – это те, которые не самосовмещаются ни при каком сдвиге, то есть ни при каком параллельном переносе



Роджер Пенроуз
Фото: Biswarup Ganguly,
Wikimedia Commons;
CC-BY-3.0

Самые известные из апериодических мозаик – это мозаики Пенроуза. Фрагмент такой мозаики изображён на рисунке 22. Она собирается по определённым правилам из нескольких типов многоугольников и заполняет всю плоскость.

Её часто сравнивают с рисунком Кеплера из *Harmonices Mundi* (рис. 23), о котором сам Пенроуз говорит так: «Он пытался сделать что-то близкое к тому, что сделал я, но у него это не совсем получилось».

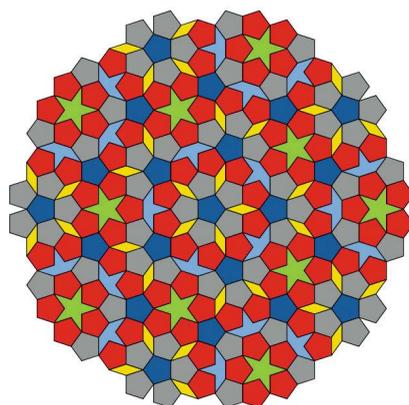


Рис. 22. Фрагмент мозаики Пенроуза

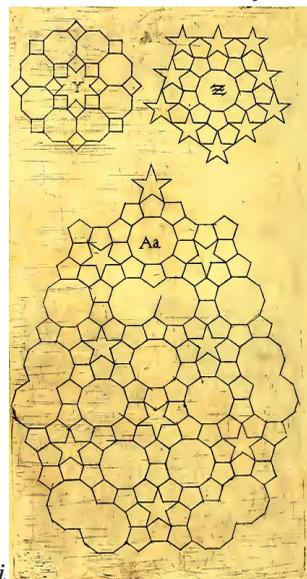


Рис. 23. Рисунок из *Harmonices Mundi*

Мы чуть подробнее обсудим другой тип аперидических мозаик Пенроуза. Они состояются из двух видов ромбов – *тонких* с острым углом 36° и *толстых* с острым углом 72° .

Одна из них изображена на рисунке 24. Она, конечно, не такая симметричная, как те, что на рисунке 18 в статье из прошлого номера, – не совмещается с собой ни при каком параллельном переносе, и у неё нет осей симметрии. Тем не менее, видны повторяющиеся пятиугольные звёзды, каждая из них совмещается с собой при повороте на $72^\circ = 360^\circ/5$. Кроме того, эти звёзды разбиваются на два класса (рис. 25), и звёзды одного класса отличаются от звёзд другого класса поворотом на $36^\circ = 360^\circ/10$.

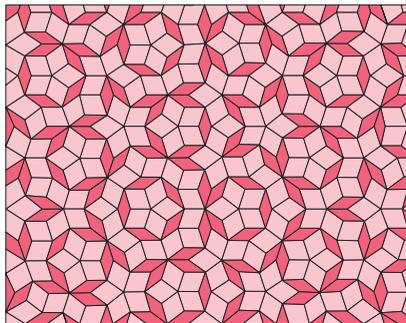


Рис. 24. Мозаика из ромбов с острыми углами 36° и 72°

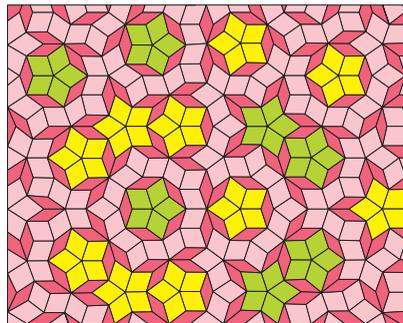


Рис. 25. Разноцветные звёзды отличаются поворотом на 36°

Верен более общий факт. Каждая область, состоящая из конечного числа параллелограммов, повторяется в мозаике бесконечное число раз, и повернутая на 36° она тоже встретится бесконечное число раз.

Теперь несколько слов о физических свойствах мозаики Пенроуза.

АЛАН МАККЕЙ: ДИФРАКЦИЯ НА МОЗАИКЕ

Алан Маккей предложил применить стандартную физическую процедуру для нестандартного математического объекта – мозаики Пенроуза. Каждая вершина мозаики была заменена маленьким кружком, полученная точечная картина была уменьшена – сжата до таких размеров, чтобы расстоя-



Алан Маккей
Фото: Julyan-cartwright,
Wikimedia Commons;
CC-BY-SA-3.0





ния между кружками-точками стали соизмеримыми с длиной световой волны. Эта миниатюра была просвечена лазером, и оказалось, что полученная дифракционная картина, как и в эксперименте Шехтмана, обладает осью симметрии десятого порядка. Работа Маккея была опубликована в том же 1982 году, когда Шехтман проводил свой первый эксперимент.

Если бы Шехтман знал об этой работе Маккея, то мог бы сослаться на неё и добиться скорейшего признания своих достижений. Но Шехтман говорит, что в то время он не был осведомлён о результатах Маккея.

ВОЗВРАЩЕНИЕ ТРИАКОНТАЭДРА И ПОЯВЛЕНИЕ ГЕКСАКОНТАЭДРА

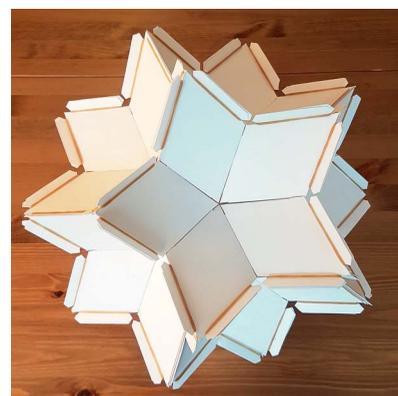
Роджер Пенроуз
и Роберт Амманн
Фото: Ludwig Danzer;
из статьи Marjorie
Senechal «The Mysterious
Mr. Ammann».



Существуют трёхмерные аналоги аperiодических мозаик Пенроуза. Один такой тип мозаик был открыт Робертом Амманном. Они собираются из двух видов ромбических параллелепипедов, как раз тех самых, что изображены в нижней части рисунка 16 в статье из прошлого номера – вытянутого и сплюснутого.

Точно так же, как на плоских мозаиках Пенроуза часто встречаются пятиугольные звёзды (рис. 24 и 25), в аperiодических пространственных мозаиках Амманна часто встречаются ромбические триаконтаэдры, а также шестидесятигранные ромбические гексаконтаэдры. Гексаконтаэдр отсутствовал в нашем списке ромбических многогранников, но это потому, что он невыпуклый – у него 12 впадин (рис. 26).

Рис. 26. Гексаконтаэдр, собранный из золотых ромбов



Впоследствии физикам удалось обнаружить реальные квазикристаллы, имеющие формы триаконтаэдра и гексаконтаэдра.

И вот под конец ещё несколько упражнений на тему гексаконтаэдра и мозаики Пенроуза.

♦ Из 60 золотых ромбов соберите гексаконтаэдр. Также проверьте, что и триаконтаэдр, и ромбический икосаэдр Фёдорова аккуратно вкладываются во все 12 полостей этого гексаконтаэдра (см. трёхмерные модели этих тел по адресу kvan.tk/hexa-tria).

♦ Мы говорили о том, что триаконтаэдры и гексаконтаэдры часто встречаются в мозаиках Амманна. Проверьте, что на самом деле гексаконтаэдр можно составить из 20 вытянутых параллелепипедов, а триаконтаэдр – из 10 вытянутых и 10 сплюснутых параллелепипедов.

♦ Доказано, что в достаточно большом куске мозаики Пенроуза отношение числа толстых ромбов к числу тонких близко к золотому сечению $\varphi = 1,618...$ Используя рисунок 24, проверьте это утверждение.

♦ Мозаика Пенроуза, как и все наши многогранники, состоит из ромбов, поэтому у неё тоже имеются зоны. На этот раз зона представляет собой бесконечную цепочку ромбов. Каждый ромб имеет с двумя соседними по общей стороне, и эти стороны параллельны. На нашем сайте по адресу kvantik.com/penrose.png можно найти картинку мозаики Пенроуза. Раскрасьте на ней несколько зон, посмотрите, как они могут быть расположены друг относительно друга.

Дополнительные материалы к статье см. по адресу kvantik.com/abazhur.pdf

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кеплер был устремлён в будущее. По общему мнению, самая выдающаяся работа Кеплера – это его открытие трёх законов движения планет. Ньютон узнал о них ещё во время своей учёбы в Тринити-колледже, и через несколько десятилетий использовал их при разработке своей теории тяготения.

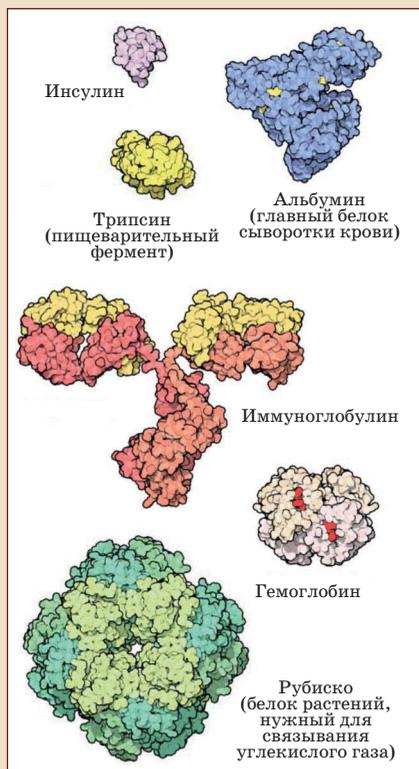
Сам же Кеплер считал своим высшим достижением разгадку геометрического устройства Вселенной. На протяжении всей своей жизни он разрабатывал её многогранно-сферическую модель.

А триаконтаэдр Кеплера теперь – один из символов современной кристаллографии.

Марина Молчанова



Фредерик Сенгер
(1918–2013)



Некоторые важнейшие белки

«Жизнь есть текст». Эту фразу разные люди толкуют по-разному – например, что мы пишем свою жизнь как книгу. Но для биологов и химиков жизнь является текстом в самом конкретном смысле. Потому что основы жизни зашифрованы в строении определённых молекул, где одни и те же звенья – буквы наших текстов – располагаются одно за другим в том или ином порядке. Научившись определять последовательность звеньев, мы можем «читать» молекулы так же, как читаем последовательность букв в тексте. И, читая их, узнаём всё новые вещи о нашем здоровье и болезнях, о нашем происхождении, о наших внешних и внутренних чертах.

На звание «главных для жизни» претендуют два типа молекул.

Во-первых, это *белки*. Именно белки служат основным «строительным материалом» наших клеток. Но белки – это и ферменты, которые ускоряют процессы в организме, и иммуноглобулины, участвующие в работе иммунной системы, и сигнальные и транспортные молекулы, и многое, многое другое. Трудно представить себе такие события внутри и снаружи живых клеток, в которых не принимали бы участие белки.

Во-вторых, это *нуклеиновые кислоты* – ДНК и РНК. Хотя, может быть, всё-таки именно про ДНК надо сказать «во-первых», а про белки – уже «во-вторых». Ведь именно в ДНК записана вся наследственная информация – значит, от неё зависит, какими будут белки в каждом конкретном организме.

И белки, и ДНК – это линейные молекулы, где звенья следуют одно за другим, образуя длинную цепочку. В остальном они непохожи. И тем более удивительно, что умением «читать» и цепочки белков, и цепочки ДНК мы обязаны одному и тому же человеку. Это Фредерик Сенгер (Frederick Sanger), единственный учёный, который дважды получил Нобелевскую премию по химии: как раз за чтение белков и ДНК.

ЧЕЛОВЕК, КОТОРЫЙ НАУЧИЛ НАС ЧИТАТЬ

ВЕЛИКИЕ УМЫ

Сенгер родился в английской деревне в 1918 году. Его семья была достаточно обеспеченной и смогла дать детям образование. И поскольку Фредерик закончил школьную программу с опережением на год, в последний год у него было время для работы в лаборатории под руководством учителя химии. Именно тогда он всерьёз задумался о научной карьере. В 1936 году Сенгер поступил в один из колледжей Кембриджского университета. С математикой и физикой у него было не очень хорошо, а вот химия, биохимия и физиология увлекли его по-настоящему.

Из-за своего религиозного воспитания Сенгер был принципиальным противником войн (кстати, именно в компании антивоенных активистов он познакомился со своей будущей женой) и в 1939 году отказался от военной службы – может быть, это спасло ему жизнь, ведь Вторая мировая война была совсем близко. Так что некоторое время он занимался социальной работой и при этом готовился к будущим научным изысканиям.

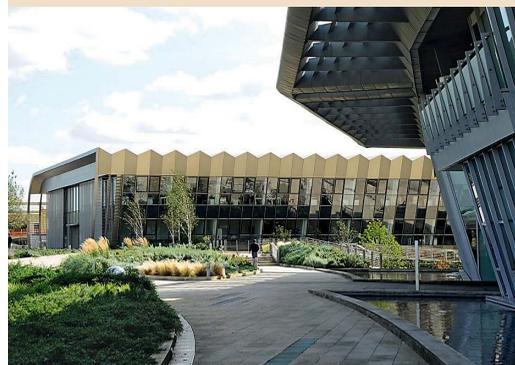
С самого начала работа Сенгера касалась белков, про которые тогда знали совсем мало. И в 1943 году он начал исследования структуры инсулина, которые позже принесли ему славу и первую Нобелевскую премию.

Затем Сенгер долго занимался изучением молекул РНК. Его группа получила немало интересных результатов, но в 1970-е годы эти результаты были заслонены более поздним его достижением: изобретением метода чтения ДНК, который за считанные годы изменил весь пейзаж молекулярной биологии и генетики. Закономерно, что и за это достижение Сенгер был удостоен Нобелевской премии – в 1980 году.

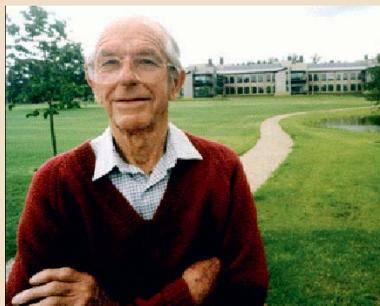
Впрочем, в 1983 году Сенгер отошёл от активной научной работы и в дальнейшем жил недалеко от Кембриджского университета, возделывая свой сад. Но в нескольких милях от его дома вскоре был основан институт, названный его именем и позднее при-



Колледж Св. Иоанна
в Кембридже.
Здесь Сенгер учился.



Институт Сенгера



Сенгер в старости

нимавший активное участие в реализации проекта «Геном человека».

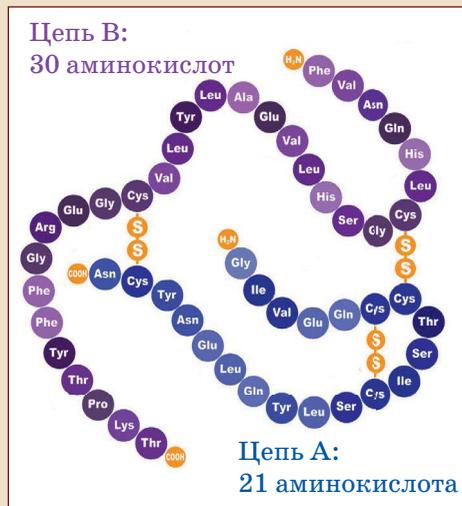
Сенгер умер в 2013 году, в глубокой старости. Все его коллеги говорили, что он обладал исключительной научной добросовестностью и при этом был – что сейчас нечасто встречается – равнодушен к почестям. Про себя Сенгер говорил, что он «просто парень, который возился в лаборатории» и к тому же «не отличался блестящими успехами в учёбе».

ЧТЕНИЕ БЕЛКА

Молекулы белков – цепочки, состоящие из 20 различных типов звеньев (эти звенья называются *аминокислотами*). Самых звеньев может быть от десятков до многих тысяч – всё зависит от конкретного белка. Конечно, начинать чтение имело смысл с самых простых белков. И Сенгер выбрал инсулин. Вы, наверное, слышали об этом веществе: это гормон, который важен для обмена глюкозы, и при его недостатке развивается тяжёлая болезнь – сахарный диабет.

В бычьем инсулине, который изучал Сенгер, две цепочки: в одной 21 аминокислота, в другой 30. Сенгер легко отделил эти цепочки одну от другой, но что делать дальше? Ведь не было способов «отщеплять» аминокислоты по одной с концов молекулы, чтобы узнать, что за чем следует. А если разрушить цепочку полностью, до единичных звеньев, то мы узнаем, какие аминокислоты в ней есть и в каком количестве, но не узнаем, где какая расположена.

Поэтому Сенгер действовал так. Он нашёл особый ярко-жёлтый реактив, которым можно «пометить» определённый конец любой цепочки аминокислот. Далее, он «нарезал» каждую из цепей инсулина на более короткие – то есть разрушал молекулу, но не полностью. А затем он разделял короткие фрагменты двумя разными методами в двух разных направлениях на листе фильтровальной бумаги. Разные фрагменты перемещались в разные места, создавая картину, которую Сенгер назвал «отпечатками паль-



Структура инсулина.
Видны две связанные цепи.

ЧЕЛОВЕК, КОТОРЫЙ НАУЧИЛ НАС ЧИТАТЬ

ВЕЛИКИЕ УМЫ

цев». При этом концевой фрагмент был хорошо виден по жёлтой метке. По-разному нарезая цепочки инсулина, сверяя одни «отпечатки пальцев» с другими, каждый раз определяя аминокислоты на концах фрагментов с помощью той же самой жёлтой метки, сверяя перекрывающиеся кусочки и собирая их в более длинные, Сенгер после долгой и кропотливой работы установил последовательности аминокислот в обеих цепях.

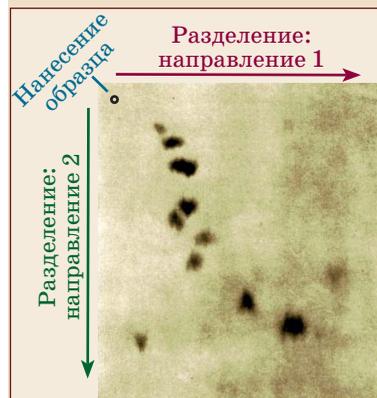
Метод был не слишком удобным. Но основная заслуга Сенгера была не в разработке метода и даже не в том, что он узнал, как устроен инсулин. Главное – он показал, что молекула белка имеет совершенно определённый состав (раньше это не всем было очевидно!), определённую последовательность аминокислот, причём для каждого белка эта последовательность уникальна. А значит, можно и нужно определять последовательности и для других белков. Более того – вскоре учёные выяснили, что эти последовательности определяются ДНК. И это стало одной из основ современной биохимии.

ЧТЕНИЕ ДНК

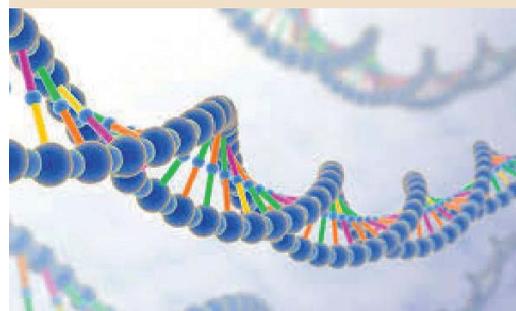
Молекулы ДНК построены совсем не так, как молекулы белков. В «алфавите» ДНК не 20, как у белков, а всего четыре буквы: А (аденин), Г (гуанин), Ц (цитозин) и Т (тимин). И всё разнообразие жизни закодировано различными последовательностями этих четырёх букв¹.

При этом в каждую молекулу ДНК входит не одна, а две нити, но одна из них полностью определяет другую: напротив Г в одной цепочке всегда стоит Ц в другой (и наоборот), а напротив А стоит Т (и наоборот). Это нужно для того, чтобы при делении клетки можно

¹ Задумав эту статью, автор предложила своим друзьям задачу: попробуйте составить какую-то осмысленную фразу на русском языке, где было бы всего четыре различные буквы (не считая пробелов и знаков препинания). Достаточно длинной и складной фразы ни у кого не получилось, но были удачные примеры: скажем, «пила пилила-пилила, и липа пала» или «о нет, не тонет енот». Попробуйте и вы! К счастью, словарь природы богаче нашего.



«Отпечатки пальцев»



Молекула ДНК имеет структуру двойной спирали

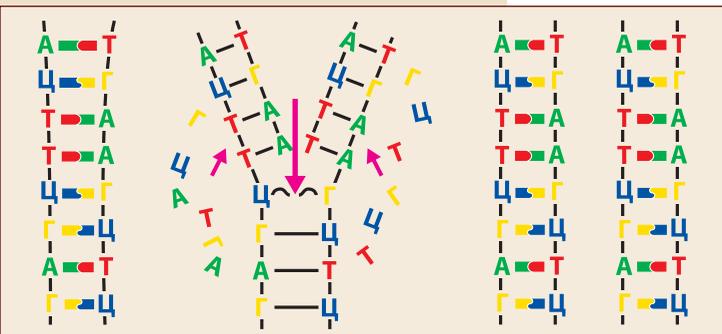


Рис. 1. Так ДНК при делении клетки копирует сама себя.

было легко получить точную копию любой молекулы ДНК: она разделяется на две нити, и на каждой однозначно достраивается вторая (рис. 1).

Как и в случае с белками, для чтения ДНК хотелось бы отщеплять по одной или по несколько «букв» с конца и анализировать, какую же букву мы отделили. Но опять-таки не было способа эффективно это сделать. Зато химики уже умели,

имея одну нить ДНК, синтезировать на ней вторую. И гениальная идея Сенгера заключалась в том, что для чтения не надо разрушать – надо строить! Мы будем на одной нити ДНК строить вторую и на разных этапах смотреть, что же мы такое построили.

Итак, берём четыре пробирки. Помещаем в них одну и ту же нить ДНК и строим на ней вторую. Для этого в каждую пробирку подливаем смесь «букв» А, Г, Ц и Т. Но, чтобы останавливать этот процесс на промежуточных стадиях, добавляем туда ещё и немножко изменённые «буквы» – изменённые так, чтобы после них цепочка ДНК уже не могла наращиваться. Изменённую букву А' добавим в первую пробирку, Г' – во вторую, Ц' – в третью, Т' – в четвёртую.

Что же мы получим? В каждой пробирке будет смесь из недостроенных молекул ДНК. Но в первой пробирке будут все возможные варианты «недостроя», которые кончаются на А (точнее, на А'). Во второй – на Г, в третьей – на Ц, в четвёртой – на Т.

И дальше можно просто разделить получившиеся молекулы и сравнить их длины одновременно по всем четырём пробиркам. Например, если самая длинная молекула получилась в пробирке с А', следующая по длине – в пробирке с Т', а две следующие за ней – в пробирке с Ц', то это значит, что в конце у нас есть последовательность букв ...ЦЦТА. Так мы, двигаясь от самых длинных недостроенных цепей к самым коротким, находим всю последовательность букв. Оста-



Первая бумажная распечатка человеческого генома (Лондон, Wellcome Collection)

ЧЕЛОВЕК, КОТОРЫЙ НАУЧИЛ НАС ЧИТАТЬ

ВЕЛИКИЕ УМЫ

ётся только получить исходную последовательность ДНК, везде заменив Г на Ц, а А – на Т (и наоборот).

Молекулы ДНК разделяют по длине с помощью метода, который называется *гель-электрофорезом*. Длинные молекулы медленнее движутся в электрическом поле (им труднее «протиснуться» через гель), короткие – быстрее. А если пометить конец молекулы светящейся группой или радиоактивным атомом и нанести содержимое четырёх пробирок на четыре разные дорожки, то легко видеть положение разных кусочков ДНК после электрофореза – это будет «лессенка» типа изображённой на рисунке 2.

Фрагмент молекулы, который здесь проанализирован, имеет последовательность (от конца к началу)

...АТААААААЦТЦАГААЦГГЦТТЦГТА...

А значит, «парная» нить, на которой мы строили этот фрагмент, имеет последовательность

...ТАТТТТТТГАГТЦТТГЦЦГААГЦАТ...

Всё!!!

Конечно, остаются технические сложности. Но в целом метод Сенгера оказался таким эффективным и изящным, что сохранил своё значение до наших дней.

А если нам нужно определить последовательность очень-очень длинного куска ДНК, то и здесь выход есть: нарезаем его на куски особыми ферментами (эти ферменты называются *рестриктазами*) и каждый кусок анализируем по Сенгеру. Потом, чтобы понять, какой кусок следует за каким, нарезаем другой рестриктазой в других местах и смотрим, как именно наши куски перекрываются. Не так и сложно.

Сейчас амбиции молекулярных биологов велики как никогда (вспомним хотя бы о проекте «Геном человека»), поэтому методы определения последовательностей ДНК постоянно совершенствуются и автоматизируются. Но мы всегда будем помнить, сколь многим нынешние успехи генетики обязаны скромному английскому гению, который «просто возился в лаборатории».

Фото предоставлены автором

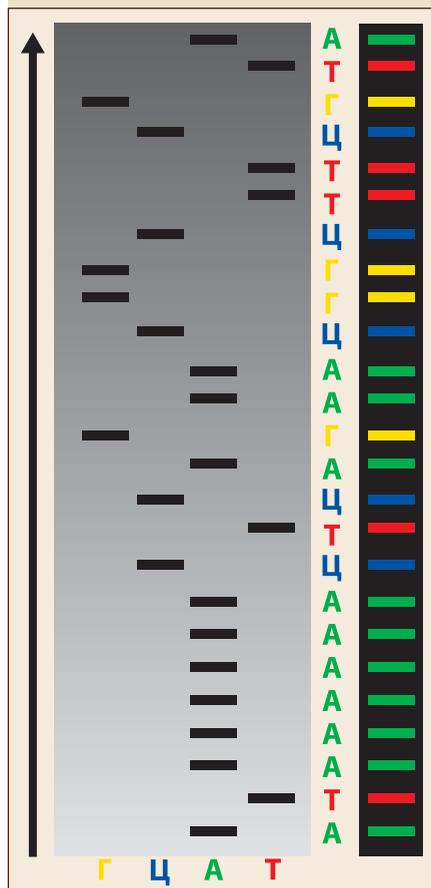


Рис. 2



Современный автоматизированный прибор для чтения ДНК

■ НАШ КОНКУРС, XI ТУР

(«Квантик» № 7, 2019)

51. Как поётся в русской народной песне, «три деревни, два села, восемь девок, один я» – и в каждом из указанных населённых пунктов кто-то из нас живёт. При этом в любой деревне больше девок, чем в любом селе. А Новый год мы всегда празднуем в том единственном месте, где проживает больше всего девок. Где живу я – в деревне или в селе?

Ответ: в селе. В обоих сёлах кто-то да живёт, так что в одном из сёл живёт хотя бы одна девка. Значит, во всех трёх деревнях живёт хотя бы по 2 девки, и есть деревня с наибольшим количеством девок – в ней хотя бы три девки, итого уже $0 + 1 + 2 + 2 + 3 = 8$ девок. Значит, именно так они и распределены, и в одном из сёл девок нет. В этом селе и живёт рассказчик.

52. Среди 111 монет часть – настоящие и весят одинаково, а остальные – фальшивые и тоже весят одинаково, но они легче настоящих. Монеты разложили на чашечные весы, на левую чашку – 60 монет, на правую – 51 монету, и весы пришли в равновесие. Какое а) наименьшее; б) наибольшее число фальшивых монет могло быть? В каждом случае определите, во сколько раз фальшивая монета легче настоящей.

Ответ: а) 10; б) 110. В обоих случаях фальшивая монета в 10 раз легче настоящей.

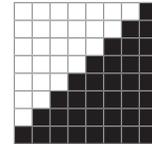
а) Если мы удалим с левой чаши 9 любых монет, то монет на чашах станет поровну, но правая чаша перевесит. Значит, на левой чаше останется хотя бы одна фальшивая монета. Фальшивых монет тогда не меньше 10, иначе мы можем их все убрать, но ещё должна остаться фальшивая. Если фальшивых монет 10, то они на левой чаше и весят как одна настоящая.

б) Поскольку все монеты не могут быть фальшивыми, их не более 110. Если их 110, то единственная настоящая монета лежит на правой чаше и весит в 10 раз больше фальшивой.

53. В клетчатой таблице 8×8 строки и столбцы пронумерованы числами от 1 до 8. Квантик отметил некоторые клетки так, что количество отмеченных клеток в каждой строке не больше номера строки, а в каждом столбце – не меньше номера столбца. Сколько всего клеток он мог отметить?

Ответ: 36. Если в k -й строке отмечено не более k клеток, то всего в таблице отмечено не более

$1 + 2 + \dots + 8 = 36$ клеток. С другой стороны, если в k -м столбце отмечено не менее k клеток, то всего отмечено не менее $1 + 2 + \dots + 8 = 36$ клеток. Значит, всего отмечено 36 клеток. Пример см. на картинке.



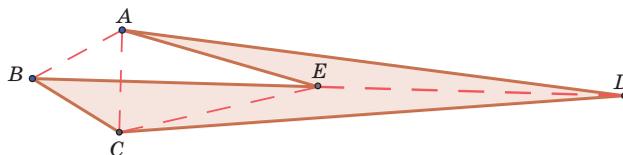
54. К некому натуральному числу каждую секунду прибавляют 67, 78 или 89. Докажите, что когда-нибудь обязательно получится число, десятичная запись которого заканчивается на 67, 78 или 89.

Расставим по окружности числа от 00 до 99 по часовой стрелке, положим фишку на число, совпадающее с последними двумя цифрами исходного числа, и будем сдвигать фишку по часовой стрелке на 67, 78 или 89 позиций (это то же самое, что сдвигать её соответственно на 33, 22 или 11 позиций против часовой стрелки).

Назовём числа, из которых мы рано или поздно попадём на 67, 78 или 89, проигрышными. Ясно, что 00 проигрышное, причём числа 67, 78, 89, 00 образуют последовательность с шагом 11. Заметим, что прибавляя к числу 00 по 11 (и беря остаток от деления на 100, если перескочили через 99), мы каждый раз будем получать проигрышное число – ведь из него можно попасть только в 67, 78, 89 или в одно из предыдущих проигрышных чисел. Итак, остатки от деления на 100 всех чисел вида $11k$, где k от 0 до 99, проигрышные. Но все эти остатки различны, поскольку разность $11(x - y)$ не может делиться на 100 при $100 > x - y > 0$. Значит, все числа от 00 до 99 – проигрышные, что и требовалось.

55. Верно ли, что из пяти диагоналей каждого невыпуклого пятиугольника можно выбрать три, из которых складывается треугольник? (Диагональ – это отрезок, соединяющий несоседние вершины, некоторые диагонали будут лежать вне пятиугольника.)

Ответ: нет.



Начнём с равностороннего единичного треугольника ABC. На серединном перпендикуляре к AC выберем точку E так, чтобы E и B были по разные стороны от AC и $CE = 2$. Затем на продолжении BE выберем точку D так, что $DE = 3$. Пятая диагональ BD больше 5, так как

$BE > CE$. Тогда среди длин диагоналей 1, 1, 2, 3, BD каждое следующее число не меньше суммы двух предыдущих, а значит, треугольника ни из каких трёх диагоналей составить нельзя.

■ РОБОКРАБ НА МЕТЕОРИТЕ

(«Квантик» № 8, 2019)

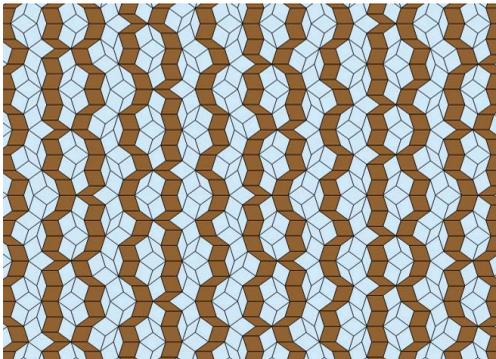
Ответ: да. Пусть в нашем многограннике V вершин и F граней. Сумма плоских углов при каждой вершине строго меньше 360° (так как многогранник выпуклый), а сумма углов в каждой грани равна 360° (так как грани – выпуклые четырёхугольники). Тогда общая сумма всех плоских углов многогранника меньше $V \cdot 360^\circ$ и равна $F \cdot 360^\circ$, откуда $V > F$.

Пусть в каждой вершине сходятся хотя бы 4 грани. Для каждой вершины возьмём число сходящихся в ней граней и сложим все эти числа. Получим минимум $4V$, и каждая грань будет посчитана ровно 4 раза (у неё 4 вершины), откуда всего граней не меньше, чем $4V/4$, то есть $F \geq V$ – противоречие. Значит, есть вершина A , в которой сходятся ровно 3 грани. Если робокраб обойдёт эти грани вокруг A , то попадёт в грань, в которой уже был, повернувшись!

Пусть робокраб дойдёт каким-то путём до грани, содержащей A , сделает оборот вокруг A и вернётся тем же путём в исходную грань. Тогда весь обратный путь он будет повернувшись по сравнению с положением по пути к A .

■ КАК МЫ СОБИРАЛИ АБАЖУР, ИЛИ ПРИКЛЮЧЕНИЯ ТРИАКОНТАЭДРА

К решению последнего упражнения:



■ ЧТО НЕ ТАК С УГАДЫВАНИЕМ ШЛЯП?

Пусть мудрец A получает шляпы цвета 0 или 1, а мудрецы B и C получают шляпы цветов 00, 01, 10 или 11 (желающие могут считать, что это номера цветов, записанные в двоичной системе счисления). Цифры в обозначениях цветов у мудрецов B и C будем называть *битами*.

Пусть мудрецы пользуются такой стратегией.

Мудрец A говорит «0», если младшие биты (то есть биты в правом разряде) цветов B и C одинаковы, а в противном случае, он говорит «1». Два других мудреца смотрят, какая шляпа надета на A , сразу понимают, при каком соотношении их младших битов («равны» или «не равны») мудрец A угадает свой цвет, и начинают придерживаться противоположной гипотезы.

Далее мудрец B смотрит на старший бит мудреца C и говорит свой ответ, исходя из гипотезы, что у него такой же старший бит. А мудрец C смотрит на старший бит мудреца B и говорит ответ, исходя из гипотезы, что у него противоположный старший бит.

Например, пусть мудрецы получают шляпы так $A = 0$, $B = 01$, $C = 10$. Мудрец A смотрит на младшие биты – у мудреца B это 1, у мудреца $C = 0$, так как биты не совпадают, мудрец A говорит «1». Мудрецы B и C видят у A цвет 0 и принимают предположение, что их младшие биты различны. Далее, мудрец B видит, что у мудреца C старший бит равен 1, и предполагает, что у него старший бит тоже равен 1 (а младший бит не такой, как у C). В результате B говорит «11». Мудрец C видит, что у мудреца B старший бит равен 0 и предполагает, что у него старший бит другой, то есть 1 (а младший бит не такой, как у B). В результате C говорит «10».

Заметим, что каждый раз угадывает ровно один мудрец, и выполнено соотношение $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$. Оказывается, справедлива

Теорема. (К. Кохась, А. Латышев) Пусть n мудрецов получают шляпы a_1, a_2, \dots, a_n цветов. Тогда мудрецы выигрывают в том и только том случае, если

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \geq 1.$$

■ КАК ПЛАВАЮТ БРЁВНА?

Вот краткое объяснение (подробное мы дадим в одном из следующих номеров журнала). Если вода выталкивает на поверхность треть бревна, его центр масс при вертикальном расположении действительно будет ниже. Но чем ниже подводная часть бревна, тем выше вытесненная им вода. А поскольку вода тяжелее, то и *общий центр масс воды и бревна* выше. Поэтому вертикальное положение бревна неустойчиво, и при малейшем колебании общий центр масс сместится вниз, а бревно всплывёт и ляжет горизонтально.

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **заочном математическом конкурсе.**

Итоги прошлого конкурса будут опубликованы в 11-м номере.

А теперь мы начинаем конкурс 2019–2020 учебного года!

Высылайте решения задач I тура, с которыми справитесь, не позднее 1 октября в систему проверки konkurs.kvantik.com (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу matkonkurs@kvantik.com, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

I ТУР

1. Однажды Толик Втулкин должен был найти произведение двух чётных трёхзначных чисел. Он спешил и в записи одного числа пропустил наименьшую цифру, а в записи другого – наибольшую. В итоге он получил 323. Какие числа должен был перемножить Толик?



2. Разрежьте клетчатую доску 12×12 на четыре одинаковых клетчатых многоугольника так, чтобы никакой клетчатый квадрат 2×2 не попал целиком ни в какой многоугольник.





Авторы: Сергей Дворянинов (1), Павел Кожевников (2, 3),
Михаил Евдокимов (4), Юрий и Сергей Маркеловы (5)

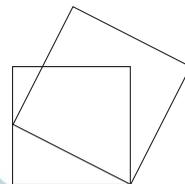
3. Вася хочет выбрать из набора 1, 2, 3, ... , 50 как можно больше чисел так, чтобы любые два числа различались хотя бы на 4.

- Сколько чисел выберет Вася?
- Сколько способов у Васи сделать это?

Ничего не понимаю.
Куда карточки-то
подевались?



4. Два квадрата лежат на плоскости так, как показано на рисунке. Докажите, что центр одного квадрата лежит на диагонали другого.

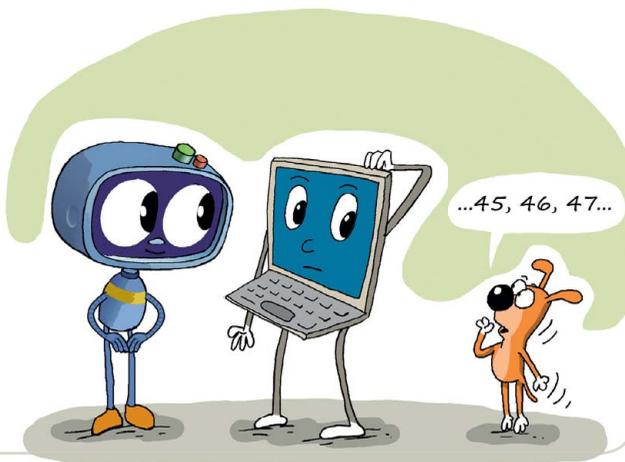


Шарик,
треугольники
не нужны. В задаче
о квадратах
говорится



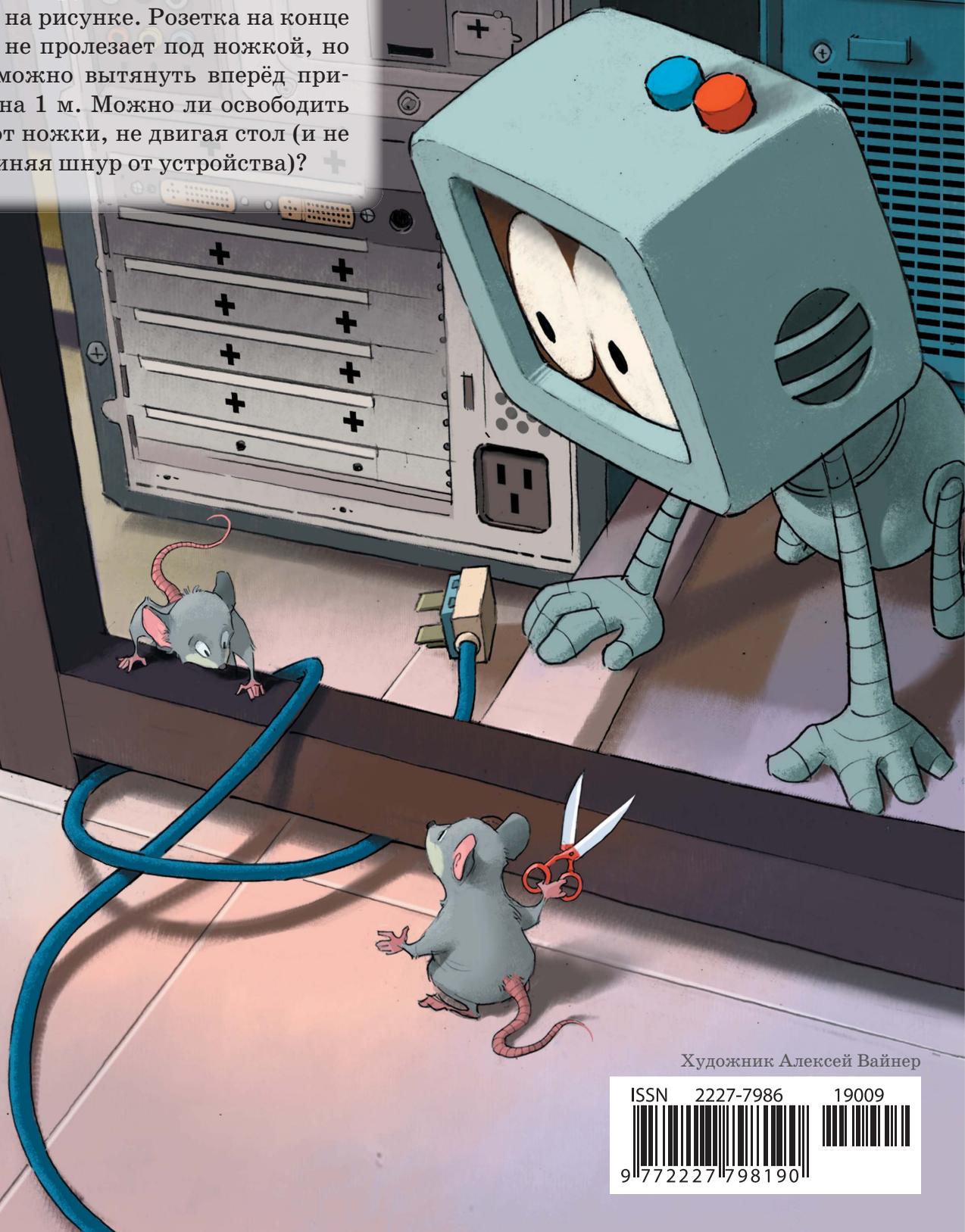
5. Квантик загадал целое число от 0 до 99, а Ноуттик его отгадывает. Число считается отгаданным, если Ноуттик его назвал. За ход Ноуттик называет четыре целых числа от 0 до 99, обладающих одним из двух свойств: либо первый разряд у всех чисел совпадает, а вторые разряды последовательные, либо второй разряд у всех чисел совпадает, а первые разряды последовательные (у однозначных чисел первый разряд считаем равным 0). Например, наборы 13, 14, 15, 16 и 3, 13, 23, 33 подходят, а набор 18, 19, 20, 21 –

нет. За какое минимальное число ходов Ноуттик может гарантированно отгадать число?



ЗАПУТАВШИЙСЯ ШНУР

Шнур от громоздкого устройства обёрнут вокруг ножки стола, как показано на рисунке. Розетка на конце шнура не пролезает под ножкой, но шнур можно вытянуть вперёд примерно на 1 м. Можно ли освободить шнур от ножки, не двигая стол (и не отсоединяя шнур от устройства)?



Художник Алексей Вайнер

ISSN 2227-7986 19009



9 772227 798190