№ 3 | март 2020

Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования

e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ КВАНТИК ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 3
март 2020

КУБИК ДЛЯ НАЧИНАЮЩИХ

СИНЕСТЕЗИЯ

ПРОСТАЯ СКРЕПКА МОЖЕТ УДИВИТЬ

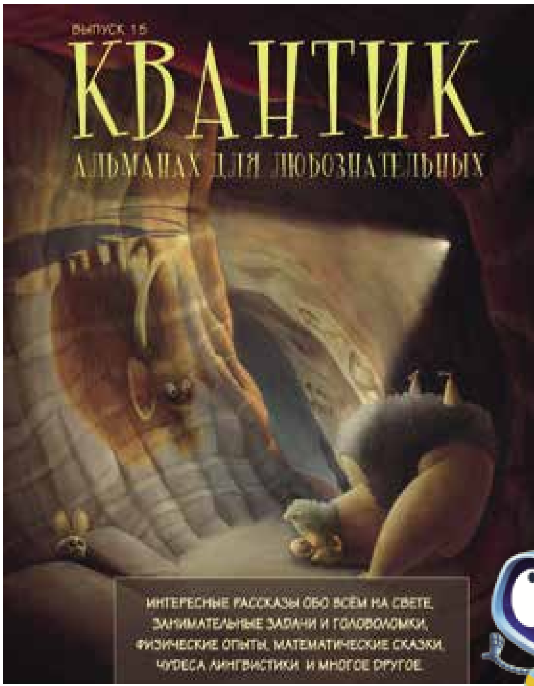
Enter

ВЫШЕЛ 15-й ВЫПУСК АЛЬМАНАХА «КВАНТИК»

В него вошли материалы журнала «КВАНТИК» за первое полугодие 2019 года

Купить этот и предыдущие альманахи можно в магазине **«Математическая книга»** (адрес: г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11), в интернет-магазинах **kvantik.ru**, **biblio.mccme.ru** и других магазинах.

Подробнее – на нашем сайте **kvantik.com/buy**



www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
facebook.com/kvantik12
vk.com/kvantik12
twitter.com/kvantik_journal
ok.ru/kvantik12

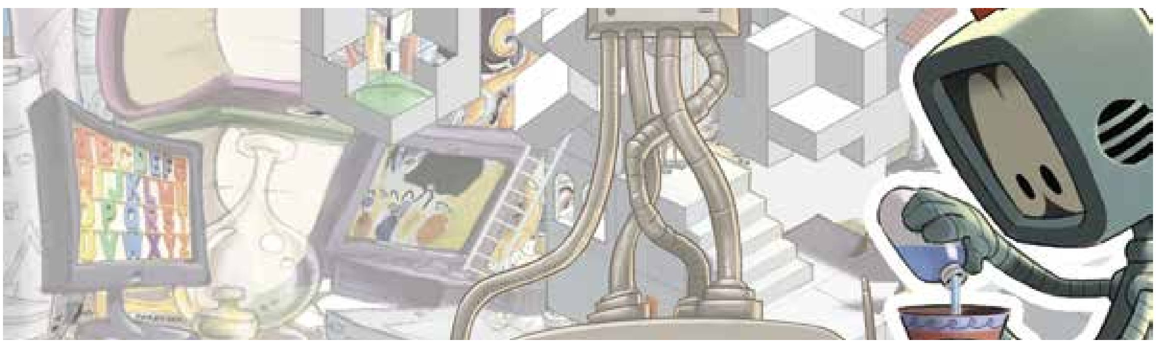
Журнал «Квантик» № 3, март 2020 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор: С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, Е. Н. Козакова, Е. А. Котко, Р. В. Крутовский, И. А. Маховая, Г. А. Мерзон, А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов
Художественный редактор и главный художник: Yustas
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Алексей Вайнер

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com
Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:
- Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индексы **84252** и **80478**)
- Объединённый каталог «Пресса России» (индексы **11346** и **11348**)

Онлайн-подписка
на сайте агентства «Роспечать» **press.rosp.ru**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84х108/16
Тираж: 5000 экз.
Подписано в печать: 06.02.2020
Отпечатано в типографии ООО «ТДДС-Столица-8»
Тел.: (495) 363-48-84
http://capitalpress.ru
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986
6+

СОДЕРЖАНИЕ



Вера Винниченко

СИНЕСТЕЗИЯ

Русский художник Василий Кандинский обладал удивительной способностью видеть звуки. Услышав на концерте музыку австрийского композитора Арнольда Шёнберга, он вернулся домой и под впечатлением всего за два дня написал картину «Импрессия III». Позже в своём дневнике он так описывал рождение зрительных образов: «Скрипки, басы, духовые инструменты воплощали в моём восприятии всю силу предвечернего часа, мысленно я видел все мои краски, они стояли у меня перед глазами. Бешеные, почти безумные линии рисовались передо мной».

Рис. 1. Василий Кандинский. Импрессия III. 1911 год

Похожие причуды были обнаружены у многих знаменитых людей. Композитор Людвиг ван Бетховен называл тональность ре-мажор «оранжевой». Японская пианистка Хироми Уэхара никогда не говорила музыкальными терминами, она объясняла своим ученикам цветами: «Играй красный» – когда нужно сыграть ярко, «Играй синий» – когда надо было показать грусть. Физик Ричард Фейнман видел свои формулы в цвете. Патрисия Линн Даффи, написавшая книгу о синестезии, в детстве сказала отцу: «Я поняла – чтобы сделать "R", мне нужно сначала написать "P", а затем нарисовать линию вниз от петли. Меня так удивило, что я могу превратить жёлтую букву в оранжевую, просто добавив чёрточку». Знаменитый парфюмер Фредерик Маль всегда ощущал цвет создаваемого аромата. Парфюмеры также часто описывают ароматы через звук («он пронзительно звучит»), геометрию («у него округлая форма»), вкус («сладкий аромат»), текстуру («мягкий аромат»).

Эти странности нужно было назвать каким-то научным словом, чтобы не стыдно было их изучать. Поэтому учёные предложили серьёзный термин – *синестезия* (от древнегреческого *син-* «вместе» и *эстезис* «ощущение»): это феномен, при котором активация одной воспринимающей системы (например, слуховой) ведёт к отклику другой воспринимающей системы (например, зрительной). Учёные предположили, что мозг гениев работает как-то по-особенному, устанавливает связи между неожиданными событиями и явлениями. Стали активно изучать феномен синестезии. Оказалось, этот феномен встречается не только у гениев.

Согласно последним исследованиям британского психолога Джейми Уорда, около 4% взрослых людей являются *синестетиками*. Самая распространённая синестезия – графемно-цветовая (когда у людей буквы вызывают цветовые ощущения, например, буква А – красная, Б – серая и т.д.). Также довольно часто встречаются синестезии, когда люди видят в цвете дни недели, цифры, времена года. Более редкие формы синестезии – когда буквы или слова вызывают вкусовые или тактильные ощущения. Например, один синестетик ощущает вкус хлеба, смоченного в томатном супе, когда слышит слово «это».

Как отличить синестетика от фантазёра? Самый распространённый метод – учёные просят испытуемых поставить в соответствие буквам (дням недели) цвета, а сами засекают, как много времени требуется человеку. Синестетикам требуется всего пара секунд. Люди без синестезии отказываются выполнять задание или делают это долго. Кроме того, учёные повторяют эксперимент через неделю, месяц, год. Взрослые синестетики выбирают те же самые цвета,

взрослые без синестезии каждый раз выбирают разные цвета. Вычислить ребёнка-синестетика не так просто. В 2013 году учёные выяснили, что у шестилетних синестетиков постоянные цвета имеют только 35% букв. И только к 11 годам соответствие букв и цветов становится устойчивым.

Одна из гипотез состоит в том, что синестезия – это ассоциация (от лат. associare – «соединять»). Натан Витхофт и его коллеги обнаружили, что синестетики, рождённые в 1970–1985 годах, чаще всего выбирают вполне определённые цвета букв. Эти цвета соответствовали набору детских магнитных буковок фирмы «Фишер-Прайс», впервые выпущенных в 1966 году. Иначе говоря, в детстве, когда ощущения были особенно яркие, испытуемые играли с цветными буквами-магнитиками. И когда они стали взрослыми, всякий раз, как только испытуемые видели букву, её цвет невольно воспроизводился в их памяти.

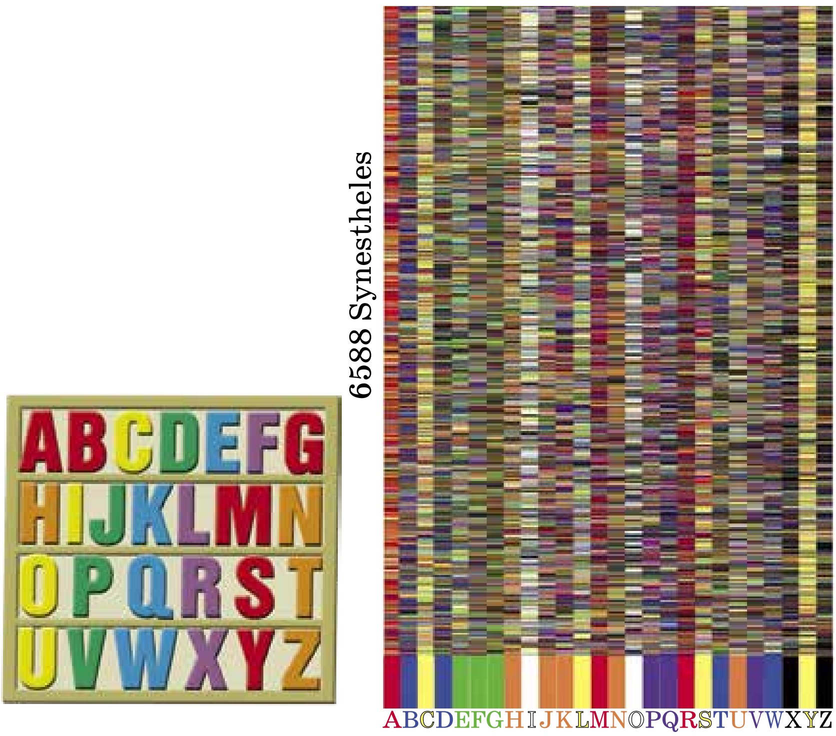


Рис. 2. Эксперимент Натана Витхофта. Слева – набор буковок «Фишер-Прайс», справа – цветовые ассоциации 400 синестетиков, рождённых в 1970–1985 гг.

Фото: PLOS One

Не в обиду доктору Витхофту, принцип ассоциации сформулировал ещё Аристотель, живший в 384–322 годах до н. э. Аристотель полагал, что если ощущения *А* и *В* совпали по времени, то впоследствии одно будет непроизвольно вызывать в памяти другое. Так что вряд ли Аристотель удивился бы, встретив синестетика.

Для чего нужна синестезия? Некоторые исследователи полагают, что она может облегчать распознавание похожих символов. Например, стоит такая задача: как можно быстрее отыскать двойки среди пятёрок. Синестетик справляется с задачей быстрее.

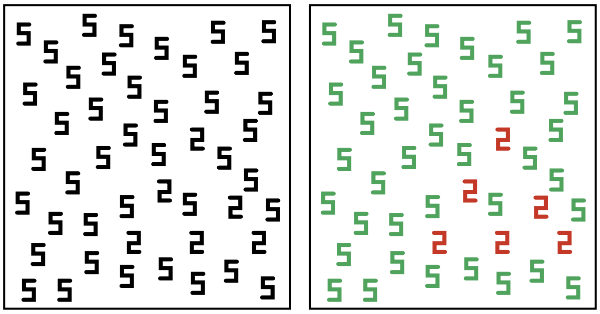


Рис. 3. Тест на выявление синестезии.
Фото: Edhubbard (en.wikipedia.org)

Доктор Нейр и доктор Бранг предположили, что синестезия существует в скрытом виде у всех людей. В 2019 году они спровоцировали синестетические переживания у несинестетиков с помощью простой процедуры. Они заставили своих испытуемых сидеть в кромешной темноте и подавали звуки через разные промежутки времени. Если испытуемый при этом ощущал какой-то свет, он должен был нажимать на кнопку. У 24% испытуемых звуки в темноте вызывали ощущение вспышек света, появление серо-голубых вкраплений, исчезающего белого цвета и т.п.

Автор настоящей статьи долгое время считала, что все люди на Земле являются синестетиками. В детстве мы сильно поссорились с братом, потому что он утверждал, будто буква «А» синяя, хотя мне было очевидно, что она красная. У мамы буква «А» была тоже красная, а папа авторитетно заявил, что буква «А» цвета не имеет, но пахнет персиком.

Художник Екатерина Ладатко

Лев Емельянов

Просто мне нужно объяснить... Но не просто объяснить, а чтобы ещё стало понятно!

Е. Гришковец «Одновременно»

ЧЕМУ РАВНА СУММА УГЛОВ?

Разговор покупателя с продавцом в магазине «Ткани».

– Здравствуйте! Я шью дома и сама делаю выкройки. Для этого использую угольник с различными углами. Мне нужны чаще всего 90, 60 и 45 градусов, но они у меня в разных угольниках. Приходится перекладывать. Нет ли у вас угольника, в котором были бы именно эти углы?

– Вы знаете, среди тех, что я вижу, нет, но вы заходите, такие должны на днях привезти.

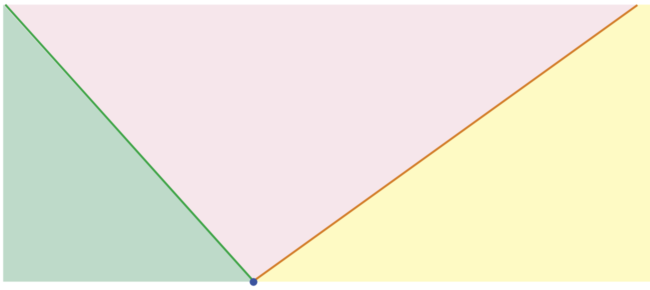
– Большое спасибо, обязательно зайду.

Для математического уха разговор выглядит комично. То, что сумма углов треугольника равна 180°, знают даже школьники, не очень увлечённые математикой. А что такое 180° и почему именно 180? Ясно, скажет умный школьник, это половина от 360, то есть полного оборота.

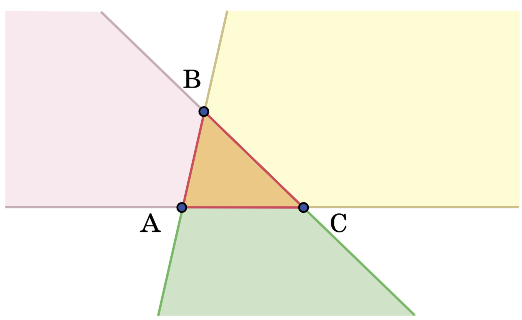
Невозможно точно сказать, почему окружность была разбита на 360 одинаковых частей и когда это произошло. То ли это персы придумали, у которых год длился 360 дней, то ли вавилоняне, которым удобно было делить окружность на 6 равных частей с помощью равностороннего треугольника.

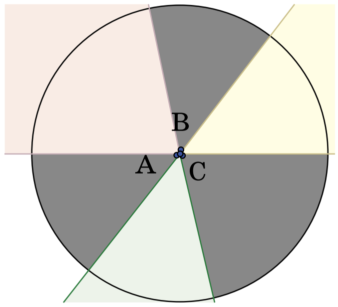
Была, правда, попытка ввести более логичную, с точки зрения современных представлений о счёте, шкалу для угловых мер. Она делила окружность на 400 равных частей – *градов*. В этой шкале величина прямого угла равнялась 100 градам. Однако шкала эта не прижилась. Трудно одним желанием изменить пятитысячелетнюю историю цивилизации. Да впрочем, какая разница, в чём мерить, хоть в попугаях, главное – понять, что угол – это некоторая доля от полного оборота.

Почему же сумма углов любого треугольника равна в точности половине полного оборота? Давайте представим себе, что у нас есть три прожектора. Каждый освещает внутренность некоторого угла до бесконечности (жить мы будем временно в двумерном мире). Если мы, стоя в одной точке, включим три прожектора (зелёный, розовый и жёлтый на рисунке), сумма «световых углов» которых равна 180°, и направим их без наложений освещаемой площади, то осветим ровно половину нашего двумерного пространства.



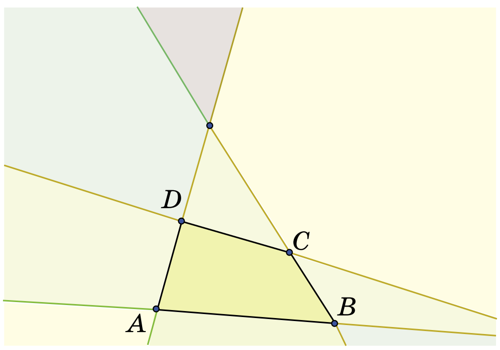
Теперь рассмотрим произвольный треугольник и в вершинах его поставим трёх помощников (Али, Бен и Сирил по буквам вершин, но можно попросить Анну, Варвару и Светлану), доверив им по прожектору. Каждый помощник должен осветить внутренность треугольника лучами света, которые выходят из вершины и продолжаются до бесконечности. Таким образом, каждый прожектор будет освещать внутренность своего угла и не будет освещать внутренность такого же угла, вертикального выбранному. При этом каждая точка плоскости либо попадёт внутрь освещённого угла, либо не будет освещена, попав в вертикальный угол к углу треугольника. Точки же самого треугольника будут освещены трижды. Теперь давайте посмотрим на нашу частично освещённую плоскость с большой высоты (мы-то, как люди трёхмерные, имеем на это право). Если закрыть глаза на небольшой участок перекрытия внутри треугольника, то нетрудно понять, что мы осветили «ровно» половину плоскости. Из чего и можно заключить, что **сумма углов произвольного треугольника равна 180°!**





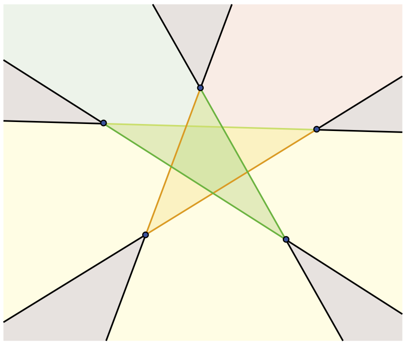
Если наше маленькое жульничество внутри треугольника режет глаз, давайте отойдём далеко-далеко от плоскости и забудем, что где-то стоят наши помощники. Нарисуем окружность огромного радиуса с центром где-то внутри треугольника. Какая часть окружности освещена? Ровно (почти) половина. И чем больше радиус нашей окружности, тем меньше будут отличаться освещённая и тёмная части окружности. Ведь каждой светлой дуге будет в пару поставлена такая же тёмная.

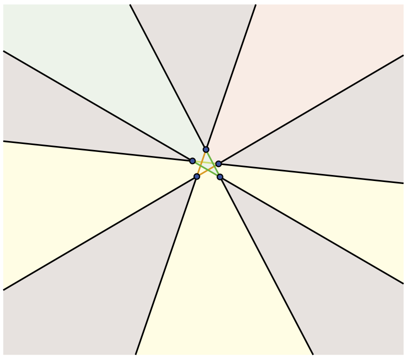
Не будем останавливаться на сумме углов треугольника, а попробуем развить эту идею. Самое естественное продолжение – четырёхугольник. Нетрудно понять, что четыре помощника, выполняя аналогичное задание, осветят всю плоскость, что значит: **сумма углов четырёхугольника равна 360°**. Стоп! Давайте не торопиться, отойдём подальше. Что мы видим? Ужас! Некоторые точки плоскости вообще не освещены. Всё пропало? Не будем паниковать преждевременно. Продолжим наши прямые до бесконечности. На рисунке серым цветом закрашена неосвещённая часть плоскости. Посмотрим внимательно на вертикальный с ней угол. Он освещён, конечно, но освещён дважды! А значит, и здесь всё сходится. Так и должно быть, ведь четырёхугольник можно просто разрезать на два треугольника. Думаем дальше.

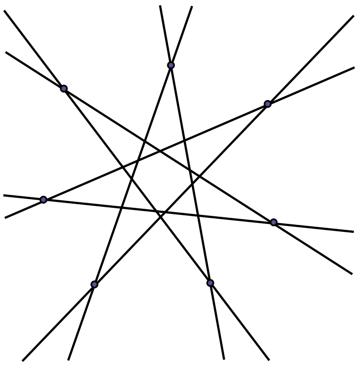


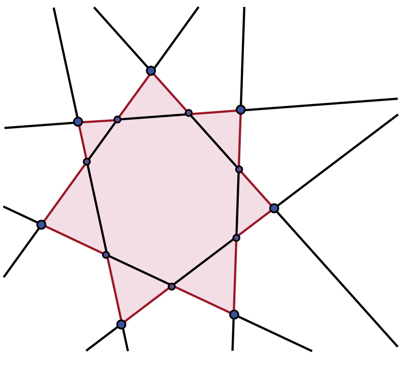
Нарисуем пятиконечную звёздочку (не обязательно правильную). Теперь позовём пять фонарщиков, поставим их в вершинах «лучиков» нашей звёздочки, и пусть каждый освещает внутренность того угла, в котором стоит. Соответственно, вертикальный угол освещён не будет. Что мы видим? Картина почти такая же, как у треугольника. Половина плоскости светлая, половина тёмная, а значит, **сумма углов пятиконечной звезды равна 180°!**

При этом мы нигде не пользовались какими-то особенностями формы этой звёздочки. Более того, а где мы считали количество углов? Давайте внимательно посмотрим на 7-конечную звезду. А потом на 2021-конечную (нарисовать непросто, а представить можно). Что изменится для суммы? Да ничего – половина светлого, половина тёмного. Правда, для большого числа углов нужно «правильно» рисовать звёздочку. Например, для семиугольной конструкции можно привести два примера. Подсчитайте самостоятельно сумму для «более тупоугольной» звёздочки.

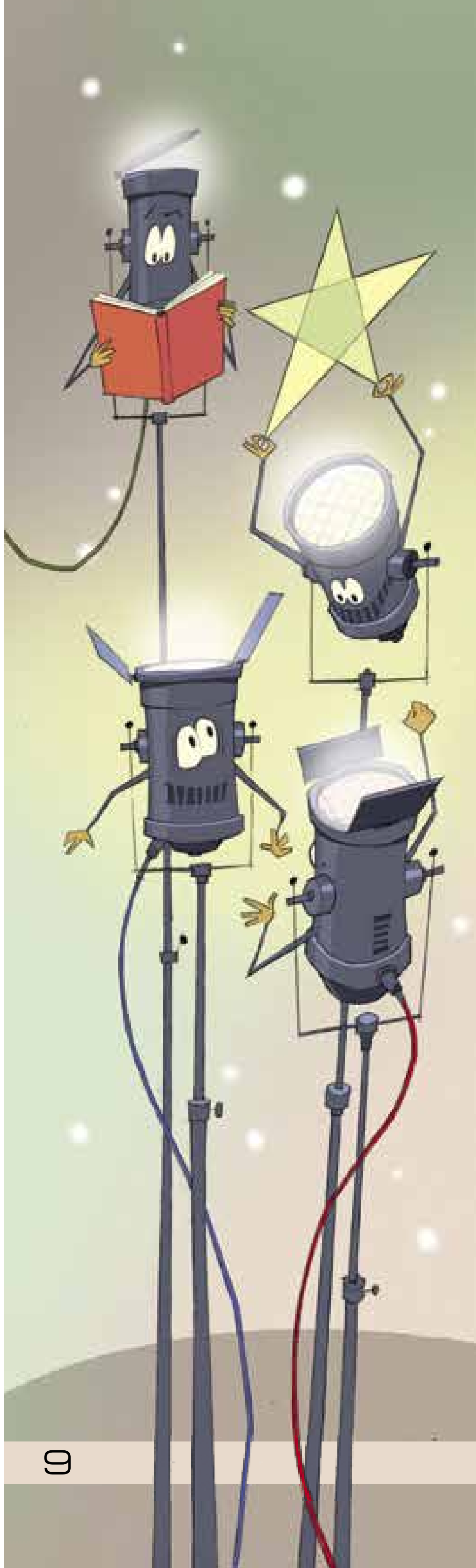






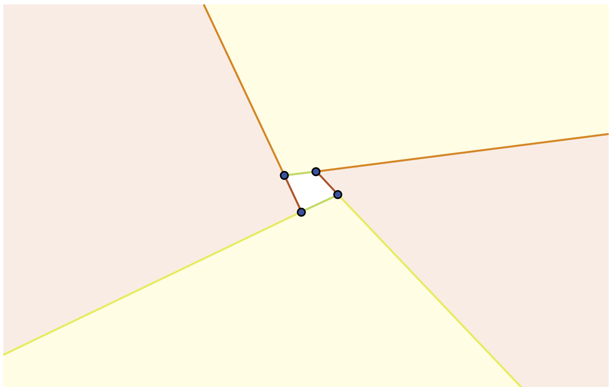


Теперь давайте немного развернём наших фонарщиков и дадим им задание осветить один из своих внешних углов. Для начала позовём четверых, поставим их в вершинах выпуклого четырёхугольника.



Художник Алексей Вайнер

Нетрудно понять, что они осветят всё, кроме самого четырёхугольника. Удаляясь от них, мы поймём, что **сумма внешних углов выпуклого четырёхугольника равна 360°.**



Также при достаточном удалении мы забудем о количестве помощников, а когда вспомним, поймём, что это совершенно неважно. Сколько бы их ни было, плоскость будет освещена полностью и без перекрытий. Из этого следует чрезвычайно важный и удивительный вывод: **сумма внешних углов выпуклого многоугольника равна 360°!**

Продолжая применять этот метод, можно получить и другие формулы для суммы углов. То есть если внимательно посмотреть на количество перекрытий, можно вывести формулу для суммы углов выпуклого многоугольника. Но даже без вывода становится понятно, почему сумма внутренних углов зависит от их количества, а сумма внешних нет. Попробуйте развить эту идею на случай невыпуклых многоугольников. Можно, немного поломав голову, найти сумму внутренних углов, а вот для суммы внешних надо сначала понять: что такое внешний угол невыпуклого многоугольника? Успехов в вашем исследовании!

P.S. А угольник 45°, 60° и 90°, оказывается, существует! Это специальный портновский угольник – треугольник, в котором сделаны треугольные дырки с другими углами. И речь в магазине «Ткани», оказывается, совсем не шла о сумме углов *треугольника*.

Парадокс «ПОСЛЕДНЕЙ РУЧКИ»

Амелия Алаева

Да уж, восьмой класс – это вам не седьмой! На дом теперь Маше задавали очень много. Да и в школе на уроках писанины не убавилось. Всё время что-то пишешь. У Маши даже мозоль на среднем пальце появилась. Да что там – мозоль! Расход ручек вырос! И это ещё повезло, если в ручке закончился гель. Чаще ручка банально теряется, ломается. Иногда ручку просит соседка по парте Таня. Она, безусловно, хорошая подруга, но обладает уникальной способностью регулярно забывать ручки дома. И она ещё ни разу ни одну из них не вернула. Это не беда – Маша даёт ей свою ручку, а из пенала берёт новую. Ведь она не только любознательная, но и запасливая.

Маша подсчитала, что в среднем ручка служит семь дней, а поскольку в первой четверти 40 учебных дней, то на четверть ей нужно примерно шесть ручек. К началу учебного года у неё было как раз шесть ручек – целая упаковка. И всё бы хорошо, но вот уже первый день второй четверти, а на каникулах Маша была так занята, что забыла купить ручки. А тут как раз сочинение на тему «Как я провела осенние каникулы». Страшно подумать, что случится, если закончится та самая шестая ручка. Но ручка выдержала. Маша облегчённо вздохнула и поклялась страшной клятвой, что по дороге из школы зайдёт за новой пачкой ручек. Но, ясное дело, не зашла, потому что... ну мало ли почему. И на следующий день ручка снова не кончилась, но Маша уже не на шутку волновалась и ругала себя ужасными словами за разгильдяйство. Невозможно представить, что Маше придётся просить у кого-то ручку. Это ей-то, Маше, которая славится пунктуальностью и нескончаемым запасом ручек. Ей, Маше, которая всегда готова снисходительно выдать ручку в вечное пользование всем растяпам, неужели ей самой придётся попрошайничать, как Тане? Этот позор Маша не пережила бы. И надо ж такому случиться, что и во вторник Маша не смогла зайти в магазин (мало ли почему). А в среду контрольная по геометрии на повторение, а ручка может подвести в любой момент. Маша боялась

дышать и пыталась изъясняться лаконично. От этого строчка, которая в нормальных условиях выглядела бы так: «Следовательно, данные прямоугольные треугольники равны по катету и гипотенузе», приобрела удивительный вид: «С-но, д-е пр. тр-ки = по к. и г.».

Ручка выдержала. Она потом писала ещё весь урок русского, где учительница вдруг вздумала устроить внезапный диктант. По дороге домой Маша, наконец, купила десяток ручек и вздохнула с облегчением, но задумалась: «Интересно, а сколько ещё продержится героическая ручка? Тане я не дам её ни за что!». Ручка прослужила ещё целый четверг и половину пятницы. Только на предпоследнем уроке – это была история – Маше пришлось взять новую. Вот это да! 10 дней напряжённейшей работы. «Суперручка», – уважительно подумала Маша и выбросила её в мусорную корзину у выхода из кабинета.

В начале третьей четверти повторилась примерно та же история: ручки, которой Маша начала писать ещё в декабре, хватило на дольше, чем обычно.

Как-то вечером, когда Маша делала уроки, раздался звонок в дверь. На пороге стоял смущённый сосед Иван Петрович.

– Э-э-э… Добрый вечер, Маша. Мне очень неудобно, но не найдётся ли у тебя запасной ручки? А то моя кончилась. Совсем внезапно. Я завтра отдам.

Маша была польщена до глубины души. Конечно, она подарила Ивану Петровичу самую лучшую ручку. Ещё она спросила, не нужна ли ему случайно линейка или транспортир, и, разумеется, не удержалась и рассказала историю о суперручках.

– Ого, да ты теперь настоящий эксперт по ручкам! И, кажется, столкнулась с очередным парадоксом теории вероятностей! – пришёл к заключению Иван Петрович, который хорошо понимал проблему, потому что работал математиком в университете. А когда работаешь математиком в университете, особенно чётко понимаешь, как быстро заканчиваются ручки.

– Да как же так! Я постоянно нахожу новые парадоксы, похоже, это уже традиция. Что за математическая загадка на этот раз?

– Твой способ вычисления среднего времени службы ручки абсолютно верный, он годится для всех ручек. Но вот для последней ручки он не годится. То есть и для последней тоже годится. Но для последней ручки, если четверть уже кончилась, – не годится. Хотя эта ручка ничем не отличается от предыдущих. Правда, не совсем. Всё же отличается: те ручки кончились раньше, чем кончилась четверть, а эта – позже. И у неё средний срок службы немного больше, чем у предыдущих.

Маша опасливо попятилась:

– Иван Петрович, родненький, вы в здравом уме и твёрдой памяти утверждаете, что если четверть не кончилась, то у ручки один средний срок службы, а если кончилась, то другой? То есть ручка знает, что четверть кончилась, и поэтому она...

– Именно это я и хочу сказать, мой юный друг, кроме того, что ручка знает, что четверть кончилась. Хотя, если бы она не кончилась, то, наверно, ручка не кончилась бы раньше, чем она кончилась. Но она не кончилась раньше, чем кончилась четверть, а поэтому кончилась позже!

– Профессор, но это же бред!

– Это кажущийся бред. Иными словами – парадокс, а именно – *Inspection Paradox*. Подсчитав среднее время службы ручек, ты примерно знаешь, когда кончится ручка. И тут кончается не ручка, а четверть. При этом оказывается, что ожидаемое время работы ручки зависит от того, кончилась четверть или нет, пока ты пишешь этой ручкой. Эта зависимость приводит к тому, что ожидаемый срок службы этой ручки несколько больше, чем у остальных ручек.

– Что-то не очень понятно, как ожидаемый срок службы последней ручки зависит от конца четверти.

– Приведу простой пример. Предположим, у нас есть монета, которую мы подбрасываем до тех пор, пока не выпадет орёл. Математическое ожидание числа орлов при каждом отдельном броске равняется 0,5. Но наш эксперимент закончится, только когда выпадет орёл, поэтому математическое ожидание числа орлов при последнем броске всегда равно 1, а не 0,5.

– Ясное дело. Ведь мы бросаем, пока не выпадет орёл. Значит, в последний раз обязательно будет орёл, или наоборот – как выпал орёл, значит, это был последний бросок.

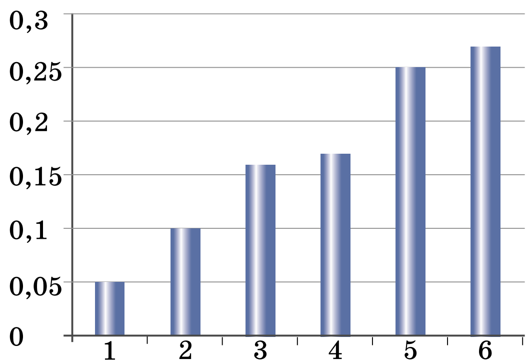
– А теперь представь себе игральный кубик. В среднем на нём выпадает 3,5 очка при каждом броске. Будем бросать этот кубик до тех пор, пока сумма очков, выпавших при всех бросках, не достигнет... э... скажем, 100. Вот сумма стала 100 или больше, всё – уже не бросаем. Скажи, на каком броске более вероятно, что сумма преодолеет 100? На броске, когда выпала единица, или на броске, когда выпала шестёрка?

– Чем больше выпало, тем сильнее увеличивается сумма, тем более вероятно, что она перескочит 100.

– Совершенно верно. Значит, более вероятно, что сумма 100 наступит при броске, давшем 6 или 5 очков, чем при броске, когда выпало 1 или 2 очка. Поэтому математическое ожидание числа очков при последнем броске больше, чем 3,5.

Кубиков игральных у меня под рукой нет. Давай проведём этот эксперимент на компьютере. Нам понадобится ГСЧ – генератор случайных чисел. Надеюсь, ты не забыла, что это такое[1]. Пусть ГСЧ даёт случайные числа от 1 до 6, мы будем их складывать до тех пор, пока их сумма не станет равна 100 или больше. Повторим это много раз.

Профессор был мастером на все руки. Он не только превосходно знал математику, но и умел программировать. Иван Петрович включил компьютер и быстро написал программу, которая «бросает» игральный кубик до тех пор, пока сумма очков не окажется 100 или больше. Причём делает это много раз. Маша с волнением нажала «Запуск» и даже удивилась, когда программа выдала диаграмму распределения вероятностей последних слагаемых.[2]



[1] Подробнее о генераторе случайных чисел (ГСЧ) см. статью «Парадокс двух конвертов» (см. «Квантик» № 8 за 2016 год).

[2] Вы можете запустить эту программу по адресу kvan.tk/lastpen

– Посмотри, насколько чаще при последнем броске выпадает пятёрка или шестёрка, чем единица или двойка, – довольным тоном сказал Иван Петрович, любуясь диаграммой. – Знаешь, какое у нас среднее?

– Да уж точно не три с половиной.

– А среднее у нас... Вот: примерно 4,28! Маша, обрати внимание: если бы мы просто бросали игральный кубик 100 или 200 раз, то парадокс себя бы не проявил. Важно, что условие остановки – достигнутая сумма.

– Классно, Иван Петрович. Просто слов нет, какой это классный парадокс. Но ручки-то здесь причём?

– И с ручками примерно то же самое. Что более вероятно: что четверть кончится на ручке, которая мало пишет, или что на той, которая долго пишет?

– Долгопишущая ручка пишет долго, малопишущая – мало. Поэтому более вероятно, что конец четверти придётся на срок службы долгопишущей ручки.

– Вот-вот, именно так. Поэтому ручки, на которые пришёлся конец четверти, пишут в среднем дольше, чем те, которые были в начале четверти.

– Да уж. Необычный парадокс... Зато теперь я могу не волноваться, если я забыла вовремя купить ручки, по крайней мере ещё пару дней... – облегчённо вздохнула Маша, которая всегда найдёт повод для волнения. – Кстати, как вы там его назвали, этот парадокс? Ин... инт... инп-что?

– По-английски его называют Inspection Paradox.

– А почему? При чём тут инспекция?

– Впервые на него обратили внимание американские военные, когда занимались обслуживанием, то есть инспекцией радиолокационных станций. До истечения заявленного срока службы локатор ремонтируют, а как срок вышел – заменяют при первой же поломке. Вот и выяснилось, что очень часто последнюю поломку приходится ждать дольше, чем предыдущие. Инспектор ждёт-ждёт, а всё никак.

– Ага, как и я ждала-ждала, пока ручка кончится. А по-русски как называется? Давайте назовём его «Парадокс конца четверти». Или лучше «Парадокс последней ручки». Или... Завтра расскажу обо всём Тане. – А про себя Маша подумала, может всё-таки удастся её перевоспитать, чтобы она не забывала ручки?

Художник Мария Усеинова

Александр Ковальджи

Памяти Кирилла Ковальджи, – поэта, писателя и журналиста

ПРОСТАЯ СКРЕПКА может удивить

Дело было 1975 году, мой отец тогда увлекался маленькими исследованиями в домашних условиях. Понятно, что и таинственная магнитная сила была предметом его внимания. На столе лежала магнитная скрепочница – кольцевой магнит, покрытый пластиком. Если насыпать на неё много скрепок, то из них можно буквально лепить красивые фигуры.

Однажды отец обнаружил удивительный эффект: если на скрепочнице лежат две скрепки, касаясь друг друга, то, поднимая одну из них, мы оторвём от магнита вторую. А как только мы уведём скрепки подальше от магнита, они распадаются – перестают магнититься. Иначе говоря, скрепки сами по себе не магниты, но в магнитном поле они приобретают магнитную силу, которая больше, чем у самого магнита. Оказалось, что большая скрепка даже отрывает от магнита железный шарик диаметром 1 см. Объяснить этот эффект непросто – нужно знать свойства мягких и твёрдых магнитных материалов; это хорошая тема для отдельной статьи. Здесь играет роль и то, что шарик не касается магнита, а лежит на пластике.

Следующий опыт был ещё удивительнее. Отец положил на скрепочницу шарик диаметром 2 см – тогда большая скрепка уже не могла оторвать его от магнита, – а затем подвесил скрепку на нитку и смотрел, как она качается, описывая вокруг шарика разные траектории: то эллипсы, то параболы – как планета вокруг Солнца. И тут произошло неожиданное: скрепка коснулась шарика, а когда отец потянул за нить, скрепка начала быстро вращаться, как вентилятор.

В это время я учился на третьем курсе мехмата МГУ и взялся за объяснение эффекта. Поначалу возникло ощущение, что изобретён вечный двигатель (перпе́туум мо́биле). Ведь ниточку можно держать не в руках, а прикрепить к подшипнику на потолке и с помощью пружины создать необходимое натяжение нити – тогда при вращении скрепки нить не будет закручиваться, и вращение никогда не остановится!

В какой-то момент я экспериментировал с небольшим шариком, который скрепка оторвала от магнита, и тут оказалось, что скрепка вместе с шариком вращается в воздухе. Тогда у меня и проблеснула идея, что дело в подвешенном грузе, а не в магнитной силе. Я привязал грузик к нитке, приподнял, и он начал вращаться так же, как в магнитном поле! Это была половина решения, теперь нужно было объяснить, почему не получится перпетуум мобиле, если нитку подвесить к потолку через подшипник.

Следующие эксперименты показали, что чем длиннее нить и чем она тоньше, тем сильнее и дольше длится вращение скрепки, а на леске или проволоке скрепка вообще не вращается. Стало ясно, что дело в нити, её особенностях, а не только в подвешенном грузе. При изготовлении нить скручивают, и при натяжении она раскручивается, причём работает как пружина – если перестать её натягивать, она снова скручивается.

После этого возник эксперимент с мокрым чайным пакетиком, который всегда вращается в одну и ту же сторону.[1] Самое удивительное, что каждый день миллионы людей вынимают пакетик с чаем, но никто не замечает эту удивительную особенность. Здесь уже нет таинственной магнитной силы, поэтому разгадать причину легче, однако вокруг вихрей, воронок и т.п. есть тоже немало мистических суждений. Ответы про пакетик и скрепку бывают такие:

1. Земля вращается, поэтому и пакетик вращается. Вероятно, в другом полушарии он будет вращаться в другую сторону. Как опровергнуть такое «объяснение»? (Земля делает один оборот в сутки, а пакетик делает несколько оборотов в секунду.)

2. Вероятно, этот эффект такого же рода, как закручивание воронки в ванной, она всегда закручивается в одну сторону. (Это расхожее заблуждение, я проверял разные ванны и раковины, вращение бывает в разные стороны.)[2]

3. Известно, что в магнитном поле в рамке (скрепке) возникает ток, и получается моторчик. (Скрепка – не рамка, она не замкнута, поэтому тока в ней нет.)

4. Один физик заявил: «Когда мы тянем за нитку, то скрепка немного удлиняется, электроны сдвигаются, и получается ток». (Электроны сдвинулись чуть-

[1] См. задачу «Чайный пакетик» в «Квантике» № 2 за 2020 год (с. 17).

[2] См. также статью В. Сурдина «Воронка Кориолиса» в «Квантиках» № 5 и № 6 за 2019 год.

чуть, причём на противоположных сторонах скрепки в одну и ту же сторону, поэтому кругового тока быть не может.)

5. Интересно, что моя 85-летняя бабушка, окончившая всего четыре класса церковно-приходской школы, сразу поняла, что дело в закрученности нитки, и это понятно, ведь она постоянно что-то шила.

Если будете показывать этот опыт со скрепкой знакомым, то можете отчаявшимся наблюдателям подсказать: «Если вместо нитки взять тонкую леску или проволоку, то вращения не будет».

Вообще, в любой задаче, если кто-то не может её решить, важен принцип минимальной подсказки: например, опровергнуть из общих соображений неправильный ответ, но при этом дать возможность ещё подумать. Ведь понять самому куда приятней и полезней, чем узнать готовый ответ.

Такое свойство скрученных верёвок знают автомобилисты – если буксировочный трос будет кручёным канатом, то при натяжении он вывернет крюк, за который его прицепили.

Об этом знают альпинисты – если страховочная верёвка будет кручёной, то при срыве она будет вертеть альпиниста, как ту скрепку на шарике. Поэтому и водители, и альпинисты берут плетёные верёвки или тесьму. Если же есть только кручёная верёвка, то её надо сложить вдвое.

Каждый ребёнок знает, что конфету в обычном фантике нужно потянуть в разные стороны, и она сама собой раскрутится.

Проделайте опыт, который до революции любили дети: возьмите большую пуговицу, пропустите через две дырочки кручёную бечёвку, завяжите в кольцо и равномерно натягивайте в разные стороны и отпускайте. В какой-то момент пуговица начнёт бешено вращаться. Называлась такая игрушка *жужжалка*[3].

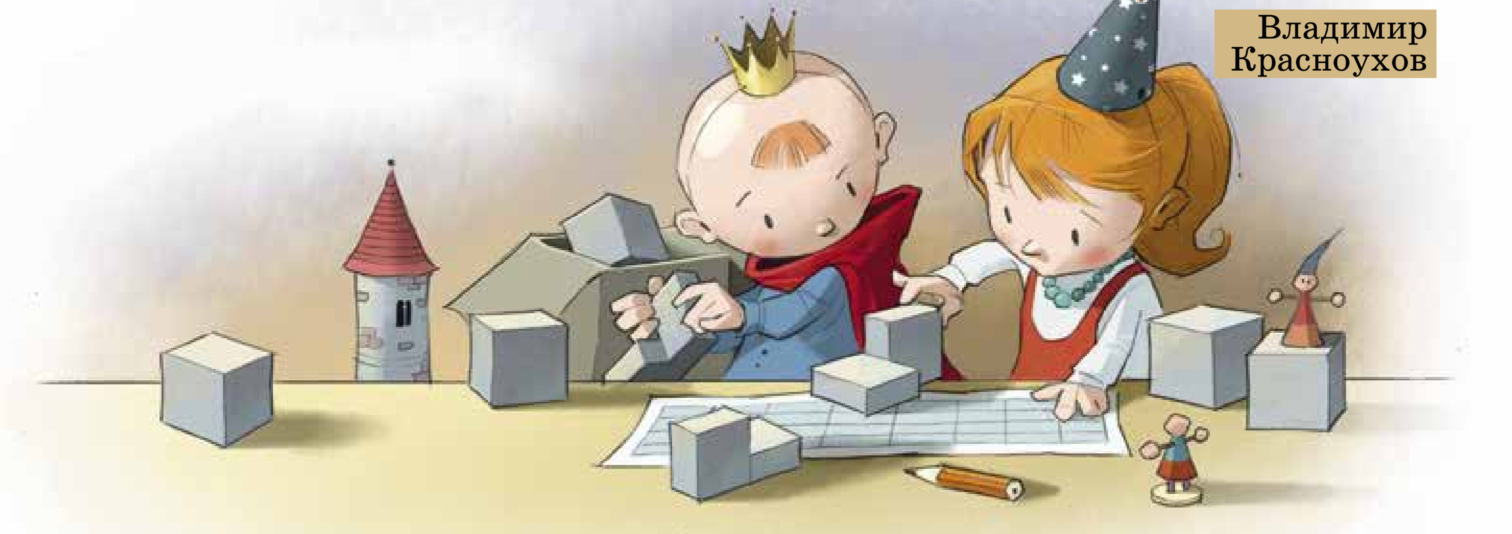
Ещё на ярмарках продают деревянного человечка или сказочного героя на турнике, висящего на скрученной леске, который выделывает разные фигуры, если слегка нажимать на нижние концы турника.

Художник Мария Усеинова

---

[3] См. книгу: А.С. Дмитриев. «Как понять сложные законы физики. 100 простых и увлекательных опытов для детей и их родителей», гл. 85 (fis.wikireading.ru/3814).

Владимир Красноухов

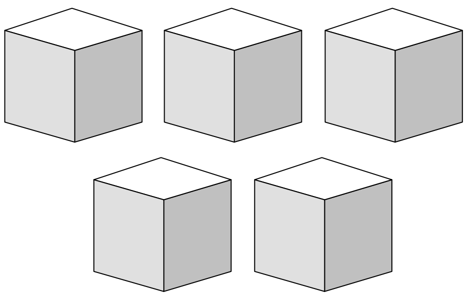


Кубик для начинающих

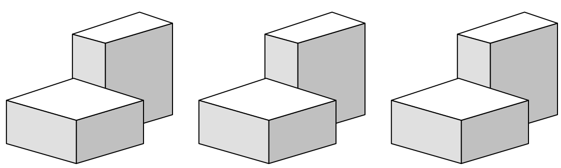
Так просто назвала свою разработку Ирина Новичкова, изобретатель из Москвы, автор многих интересных механических головоломок. Посмотрим, просто ли будет её решить...

Состоит головоломка из восьми игровых элементов. Пять из них (тип А) – обычные кубики. Ещё три элемента (тип Б) склеены из половинок кубиков.

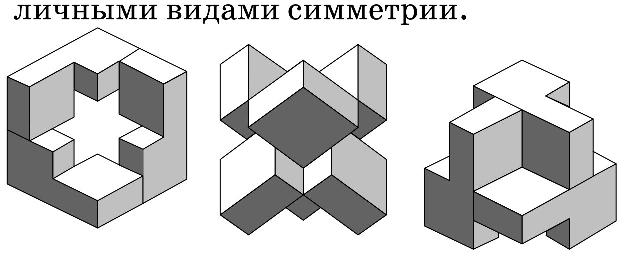
А



Б



Задача 1 (для разминки). Соберите из трёх элементов типа Б связную симметричную фигуру. Нам не жалко привести примеры таких фигур, потому что их ещё остаётся более 40, с различными видами симметрии.



Поищите наиболее интересные такие фигуры (некоторые из них сразу рассыпаются, поэтому разрешается поддерживать фигуру пальцами).

Задача 2. Используя три элемента типа Б, соберите одновременно три кубика.

Задача 3. Сложите из всех восьми элементов куб.

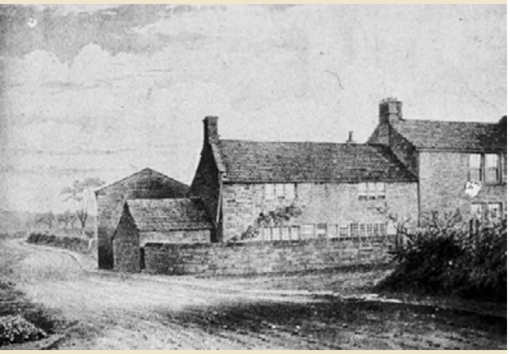
Желаем успехов!

Художник Алексей Вайнер

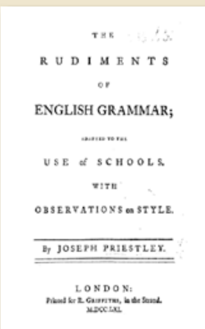
ДЖОЗЕФ ПРИСТЛИ

Марина Молчанова

Джозеф Пристли
(Joseph Priestley)
13.03.1733–6.02.1804,
художник Эллен Шарплз



Дом в Йоркшире (Англия),
где родился Пристли



Сказка Юрия Олеши «Три толстяка» начинается так: «Время волшебников прошло. По всей вероятности, их никогда и не было на самом деле». Но зато, говорится дальше, были очень знающие люди, которых принимали за волшебников. Например, доктор Гаспар Арнери, который изучил около ста наук и точно знал, как взлететь с земли до звёзд, как поймать лису за хвост и даже как из камня сделать пар.

Сейчас доктора Гаспара, который успешно занимался самыми разными науками, назвали бы учёным-энциклопедистом. Их время действительно прошло: современная наука требует слишком глубокого погружения в любую область, на много областей одного человека уже не хватит. А вот в былые времена такие люди были – и в эпоху Возрождения, и позже, даже в XVIII–XIX веках. Например, Джозеф Пристли – английский химик, физик, лингвист, педагог, политолог, философ и богослов.

* * *

Пристли прожил весьма необычную жизнь. Он родился в бедной многодетной семье, в детстве жил попеременно у разных родственников, но поражал всех своими способностями – и его отправили учиться, чтобы он сделался священником. Но его отношения с религией были непростыми: ещё в юности он стал диссентером («несогласным»), то есть человеком, чьи взгляды отклонялись от официального вероисповедания. Это свободомыслие закрывало для него двери многих учебных заведений и некоторые карьерные пути. По преданию, именно оно оказалось причиной того, что позднее Пристли не взяли астрономом в экспедицию капитана Кука по южным морям (в 1772–1775 годах). С другой стороны, оставшись в Англии, Пристли в эти годы совершил многие свои открытия – так что, может, оно и к лучшему. Но мы забегаем вперёд.

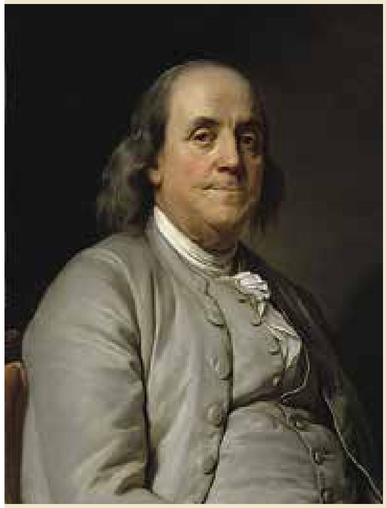
Закончив духовную академию в Дэвентри, Пристли зарабатывал на жизнь преподаванием, лекциями и проповедями – что, учитывая его заикание, было непросто, но простых путей он никогда не искал. Получил сан священника. Женился. Организовав школу в городке под названием Нантвич, в 1761 году для своих учеников написал учебник «Основы английской грамматики» – доступная и остроумная книга имела огромный успех и помогла его последующей преподавательской карьере. Следует отметить, что, кроме своего родного английского, он знал французский, немецкий, итальянский, латынь, древнегреческий, древнееврейский и ещё несколько языков...

Однако потом его интересы стали смещаться в сторону физики и особенно химии. Сперва лабораторная работа была для него чем-то вроде хобби, но это хобби увлекало его всё больше. Он познакомился с многими учёными (включая Бенджамина Франклина, который в ту пору жил в Лондоне и вдохновил Пристли на 700-страничную книгу по истории учения об электричестве) и вскоре стал уважаемым экспериментатором. Особенно продуктивной стала его деятельность в поместье лорда Шелбурна, покровителя наук: с 1773 года Пристли занимался его библиотекой и образованием детей, а взамен получил возможность ставить опыты в отличной лаборатории и путешествовать с Шелбурном по Европе.

КАК ИЗ КАМНЯ СДЕЛАТЬ ПАР

Химические достижения Пристли в основном касались газов. В те времена эта отрасль химии называлась *пневматической*, а газы часто называли *воздухами*: в конце концов, всё равно никто толком не знал, из чего состоит воздух.

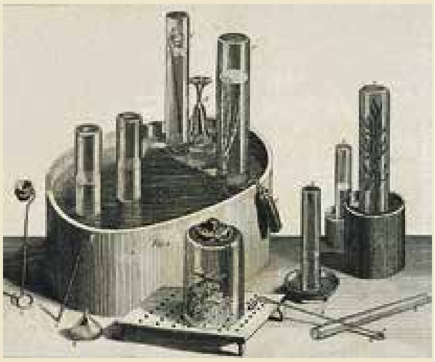
Прежде всего Пристли начал изучать углекислый газ – ранее открытый «воздух», который выделяется при горении и брожении. И сразу изобрёл одну штуковину, которую мы теперь покупаем в магазинах: газированную воду, то есть воду, насыщенную углекислым газом. Получив её и попробовав, Пристли отметил, что пить её «до странности приятно». Кто бы спорил. Вскоре газировку уже пили сотни людей.



Бенджамин Франклин, портрет кисти Ж.Дюплесси

В компании «Швепс» Пристли называли «отцом нашей промышленности».
Фото: Reedy (en.wikipedia.org)

ДЖОЗЕФ ПРИСТЛИ



Приборы Пристли для исследования газов

(Другое популярное изобретение, которое часто приписывают ему, – каучуковый ластик. На самом деле такие ластики впервые стал производить английский инженер Эдуард Нэрн, но Пристли приложил руку, как сейчас сказали бы, к пиар-продвижению нового товара.)

Одно только перечисление дальнейших открытий Пристли в химии газов занимает целый абзац. Пристли впервые выделил «кислый воздух» – хлороводород (формула HCl), который при растворении в воде даёт соляную кислоту. Он первым изучил сернистый газ SO_2 – тот самый газ с запахом горелых спичек, который является одним из главных «ответственных» за кислотные дожди, но незаменим в химической промышленности. Он открыл оксиды азота – бесцветный газ NO и бурый NO_2, а также «веселящий газ» N_2O, который спустя 70 лет стал популярным средством обезболивания. Он, возможно, первым в чистом виде получил аммиак NH_3 – вещество, которое в XX веке стало основой производства удобрений. Но главным его открытием был кислород. Тот самый, которым мы дышим.[1]

Знаменитый опыт 1774 года, принёсший Пристли бессмертие, был несложен – и посейчас кислород иногда так получают в демонстрационных опытах. В ту пору химикам уже был известен оранжевый порошок – соединение ртути, которое сейчас называют *оксидом ртути*, а тогда называли *жжёной ртутью*. Пристли положил этот порошок под стеклянный колпак, взял большую линзу, сфокусировал на порошке световые лучи, чтобы нагреть, – и получил какой-то необычный «воздух». Ученикам старших классов знакомо уравнение этого процесса, вот оно:

$$2\,HgO = 2\,Hg + O_2\uparrow$$

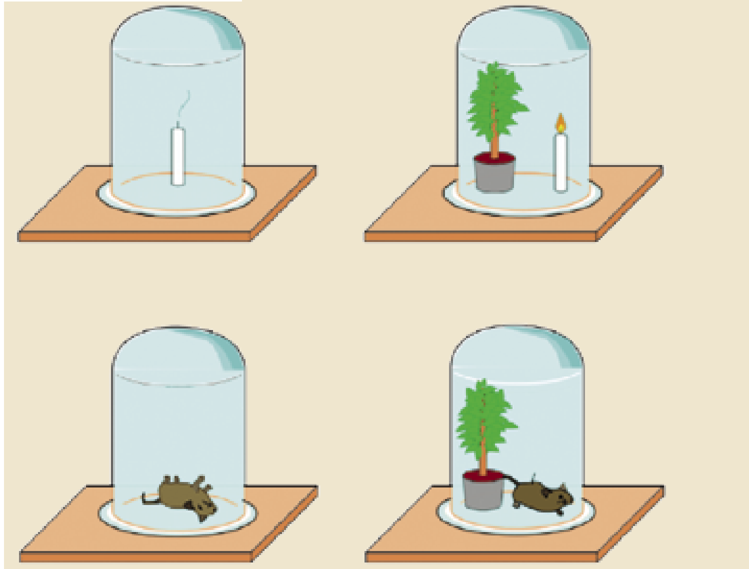
Здесь Hg – ртуть, а O_2 – кислород, который выделяется в виде газа.

Оксид ртути (II),
или жжёная ртуть.
Фото: Materialscientist
(en.wikipedia.org)

[1] Судя по всему, шведский химик и фармацевт Карл Шееле получил кислород раньше Пристли, но опубликовал свои результаты позже. С ним не раз случалось подобное: недаром знаменитый фантаст и популяризатор науки Айзек Азимов называл его «невезучим Шееле».

СВОБОДА, РАВЕНСТВО, ФЛОГИСТОН!

Опробовав новый «воздух» и на мышах, и на себе («пока что только две мыши и я имели удовольствие им дышать»), Пристли нашёл, что он в 5–6 раз лучше поддерживает горение и дыхание, чем обычный воздух. Оценка довольно точная: ведь обычный воздух состоит из кислорода как раз на 1/5 часть.



Фотосинтез.
Источник: Alexey Shipunov (libretexts.org)

Интересно, что тремя годами раньше Пристли подобрался к кислороду, как говорится, с другого бока. И этот опыт также вошёл во все учебники. Если свечу поместить в закрытый сосуд, она быстро перестаёт гореть – воздух «портится» (как мы сейчас знаем, это связано с превращением кислорода в углекислый газ). Этот воздух непригоден и для дыхания, мышь в нём погибает. Но если в тот же сосуд поместить зелёное растение, то оно не просто не погибает, но исправляет «испорченный» воздух – свеча горит, мышь остаётся в живых! Фактически Пристли открыл процесс фотосинтеза, в ходе которого зелёные растения преобразуют углекислый газ в кислород. Правда, он не понял, что растениям для этого нужен ещё и свет – ясность чуть позже внёс голландец Ян Ингенгауз.

Но с открытием Пристли была связана ещё одна удивительная история. Открыв кислород, он наотрез отказывался называть его кислородом! И вот почему.

ФЛОГИСТОН И ЛАВУАЗЬЕ

С XVII века среди химиков была популярна *теория флогистона*. Полная натяжек – но, как всякую господствующую теорию, её было очень трудно отвергнуть.

В печи сгорели дрова, образовалась небольшая кучка золы. Что произошло? Учёные мужи рассуждали так: топливо изначально содержало золу – и что-то ещё, что потом улетучилось в процессе горения. Назовём это «что-то» флогистоном,

Лавуазье с женой.
Портрет кисти Ж.-Л. Давида

ДЖОЗЕФ ПРИСТЛИ

Доктор Флогистон, карикатура на Пристли

от греческого φλογιστός («флогистос») – горючий. Деревья поглотили флогистон из воздуха, поэтому они горючи. А почему в замкнутом пространстве горение в конце концов прекращается? Да потому, что в воздухе накапливается слишком много флогистона, больше этот воздух уже не принимает.

Потом, правда, появились неудобные факты. Когда активный металл, такой как магний, сгорает на воздухе, его масса увеличивается! Ну что же – значит, флогистон такая хитрая штука, что его масса... отрицательна. Не бывает? Но других-то объяснений нет.

И в конце концов другое объяснение представил современник Пристли, великий французский химик Лавуазье. Нет никакого таинственного флогистона. Но зато есть его противоположность – тот самый удивительный газ, открытый Пристли. Когда металл или, например, фосфор горит на воздухе, то соединяется с этим газом, который Лавуазье назвал кислородом (oxygène). Вот почему продукт горения весит больше, чем исходное вещество: теперь он содержит ещё и кислород![2]

Опыты Лавуазье были настолько точными и убедительными, что постепенно он переубедил всех скептиков... кроме самого Пристли. Нет, говорил Пристли, не существует никакого кислорода, это просто «воздух, лишённый флогистона», который замечательно поддерживает горение, потому что насыщается недостающим флогистоном. Упрямый англичанин до конца остался верен устаревшей теории, хотя с течением времени даже самые убеждённые поклонники флогистона признали правоту Лавуазье.

Позже знаменитый естествоиспытатель Жорж Кювье назвал Пристли «отцом современной химии, который так и не признал свою дочь». Ладно, дочь всё равно ему благодарна.

Дом Пристли в Пенсильвании. Фото: Ruhrfisch (Wikimedia)

[2] Кстати, а как вы думаете: если так, то почему масса дров, угля или свечи при горении уменьшается?

СВОБОДА, РАВЕНСТВО, ФЛОГИСТОН!

ИЗГНАННИК

Насколько Пристли был консервативен в своих взглядах на флогистон, настолько он был радикален в том, что касалось общественно-политического устройства. Он нападал на официальные церкви того времени, называя их «старыми строениями из ошибок и суеверия, которые можно поджечь даже одной искрой, чтобы вызвать мгновенный взрыв» (чувствуете химическую подготовку автора?). Он поддерживал американских борцов за независимость от Англии, и, что стало последней каплей для британского общества, восторженно принял французскую революцию, начавшуюся в 1789 году.

И тут уже стало неважным, что Пристли – уважаемый учёный, просветитель, член всех мыслимых академий. В Бирмингеме, где он жил тогда, над его головой сгущались тучи, и в конце концов всё вылилось в погром. В 1791 году толпа, которую почти открыто поддерживали местные власти, разнесла и подожгла дом Пристли. Имущество, библиотека, рукописи и лабораторные приборы были уничтожены.

Пристли с семьёй пришлось бежать в Лондон. И хотя друзья поддерживали его, становилось ясно, что надо уезжать в более дружественную страну. Такой страной оказались Соединенные Штаты Америки.

Здесь он уже мало занимался наукой – больше религией и политикой. Годы в изгнании не стали для него счастливыми: болели и умирали близкие, Пристли оказался замешанным в неприятных скандалах, не было контактов с европейскими коллегами. В последние годы и сам Пристли тяжело болел. Он умер в 1804 году и был похоронен в Нортумберленде, штат Пенсильвания.

Мы здесь не рассказали о многом. О социальных идеях Пристли – а некоторые из них актуальны по сей день. О его физических опытах. О книгах по истории. Но если вам интересно – ищите, узнавайте, читайте! Пристли поступил бы именно так.

Погром дома Пристли

Памятник Пристли
в Лидсе (Англия).
Фото: Tim Green (flickr.com)

LXXXVI САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

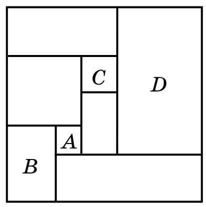
Материал подготовили
Константин Кохась,
Дмитрий Ростовский

Санкт-Петербургская олимпиада по математике проводится для школьников с 6 по 11 класс, приглашаются все желающие. Первый (письменный) тур очередной олимпиады прошёл 16 ноября 2019 года. Мы приводим несколько задач этого тура для 6, 7 и 8 классов, попробуйте с ними справиться. В 6 и 7 классах предлагалось по 4 задачи, а в 8 классе – 5, на решение отводилось 3 часа.

Избранные задачи I тура

1 (6 класс). Таблица 2×3 заполнена различными натуральными числами, одно из них – число 217. Возле каждой строки и каждого столбца написана сумма чисел в этой строке или столбце – всего 5 чисел. Приведите пример таблицы, для которой никакие два из этих пяти чисел в сумме не делятся на 3.

Константин Кохась



2 (6–7 классы). Большой клетчатый прямоугольник периметра 522 разрезан по клеточкам на несколько прямоугольников, как показано на схеме (пропорции фигур искажены). При этом части A, B, C и D являются квадратами, причём квадраты A и C состоят всего из одной клетки. Найдите стороны большого прямоугольника. Не забудьте обосновать ответ.

Ольга Бадажкова

3 (6 класс). Вдоль кругового шоссе живут 100 школьников. Кроме того, вдоль шоссе стоит несколько школ. Утром 1-го сентября автобус ездил кругами по шоссе, и каждый школьник доехал на нём до ближайшей по ходу движения школы. Вечером все дети вернулись домой. Утром 2-го сентября

автобус снова ездил кругами, но в противоположном направлении. Каждый из 10 внимательных школьников вышел, как только автобус довёз его до школы, где он был вчера, а остальные 90 школьников опять вышли у ближайших по ходу движения школ. (Дома и школы находятся в разных точках шоссе, автобус останавливается прямо в этих точках.) За эти два утра внимательные школьники проехали в сумме 1000 км, а остальные – более 4500 км. Докажите, что можно разделить шоссе пополам так, что все школы будут на одной половине.

Ольга Иванова

4 (6 класс). В детском саду 200 детей. Выходя на прогулку, они перепутали шапки. На улице они решили поиграть в игру: каждый ребёнок обманывает тех, на ком надета чужая шапка, и говорит правду тем, у кого шапка своя. После этого несколько раз кто-то из детей подходил к кому-то из остальных, произносил «У меня чужая шапка!» и менялся с ним шапками. Какое наибольшее число раз это могло происходить?

Андрей Солынин

5 (8 класс). На окружности поставлено 100 красных, 101 синяя и 102 зелёные точки, причём никакие две точки одинакового цвета не стоят рядом. Докажите, что найдётся синяя точка, у которой оба соседа зелёные.

Сергей Берлов

6 (8 класс). Клетчатый прямоугольник 99×100 (99 строк, 100 столбцов) разбит на полоски 1×3 таким образом, что в каждом столбце содержится ровно k вертикальных полосок. Чему может быть равно k?

Фёдор Петров

Художник Сергей Чуб

МАГНИТНЫЙ КОНСТРУКТОР

Здравствуй, Квантик!

У меня есть магнитный конструктор из палочек-магнитов и металлических шариков. Недавно я играл с ним и сделал следующее. Я взял несколько сцепленных друг с другом палочек и примагнитил к ним шарик. Потом взял ещё одну палочку и стал постепенно приближать её к шарику со стороны, противоположной палочкам, держащим шарик. Оказалось, что если поднести эту палочку к шарику на расстояние 1 – 3 сантиметра, то она будет отталкиваться от шарика. А если поднести её очень близко к шарику, то палочка к нему притянется. Ты не знаешь, почему так происходит?

Вова Пржиялковский,
ученик 3 класса

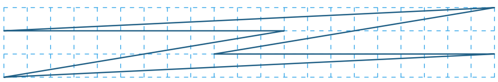
Предлагаем нашим читателям повторить опыт Вовы и подумать над его вопросом. Ответ не очень простой, мы постараемся обсудить его в одном из следующих номеров журнала.

Художник Евгений Паненко

НАШ КОНКУРС, V тур («Квантик» № 1, 2020)

21. *Барон Мюнхгаузен огородил свои владения забором в форме шестиугольника. Он утверждает, что каждый внутренний угол этого шестиугольника либо меньше 10°, либо больше 350°. Может ли барон быть прав?*

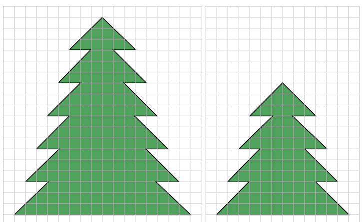
Ответ: да, см. пример на рисунке.



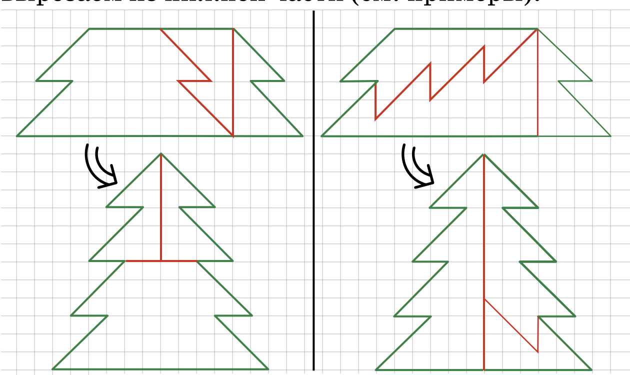
22. *Вася написал на листке 10 цифр (среди них могут быть равные) так, чтобы сумма любых трёх написанных цифр не превосходила 14. Какова наибольшая возможная сумма всех 10 цифр? (Приведите пример и докажите, что большую сумму получить нельзя.)*

Ответ: 42. Рассмотрим три наибольшие цифры. Хотя бы одна из них не больше 4 (иначе их сумма не меньше 15). Но тогда и каждая из остальных семи цифр не больше 4. А общая сумма не превосходит $14+7\cdot4=42$. В качестве примера можно взять 5,5,4,4,4,4,4,4,4,4.

23. *Ёлочку на рисунке слева разрежьте на четыре части и сложите из них две одинаковые ёлочки, как на рисунке справа.*



Ответ: одну ёлочку отрезаем сверху, вторую вырезаем из нижней части (см. примеры).



24. *Вычислите сумму*

$$\frac{100}{99}+\frac{100\cdot98}{99\cdot97}+\frac{100\cdot98\cdot96}{99\cdot97\cdot95}+\ldots+\frac{100\cdot98\cdot96\cdot\ldots\cdot4\cdot2}{99\cdot97\cdot95\cdot\ldots\cdot3\cdot1}.$$

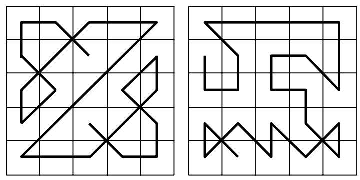
Ответ: 100. Перепишем сумму в таком виде: $\frac{100}{99}\cdot\left(1+\frac{98}{97}\cdot\left(1+\ldots\left(1+\frac{4}{3}\cdot\left(1+\frac{2}{1}\right)\ldots\right)\right)\right)$. В скобке, которая внутри всех остальных, сумма равна $1+\frac{2}{1}=3$. В предпоследней по вложенности скобке получается $1+\frac{4}{3}\cdot(3)=5$, и так далее: в каждой следующей скобке сумма увеличивается на 2 за счёт умножения на дробь и прибавления 1. В итоге получаем $\frac{100}{99}\cdot(99)=100$.

25. *Квантик и Ноутик по очереди закрашивают клетки на доске 8×8, по одной клетке за ход, начинает Квантик. Первый ход можно сделать куда угодно. Каждый следующий ход должен быть таким, что новая клетка граничит по стороне ровно с одной закрашенной клеткой. Кто не может сделать ход, проиграл. Кто может обеспечить себе победу?*

Ответ: Квантик. Пусть Квантик сделает первый ход в угловую клетку, а дальше делает ходы, симметричные ходам Ноутика относительно диагонали, выходящей из этого угла. После первого хода Квантика картинка обладает таким свойством: она симметрична относительно диагонали, и каждая клетка диагонали граничит с чётным количеством закрашенных клеток. Это значит, что Ноутик не сможет пойти на диагональ и Квантик сможет ответить ему симметричным ходом, сохранив свойство. Тогда у Квантика и дальше всегда будет ход.

КОРОЛЬ ЛАТИНСКОГО КВАДРАТА («Квантик» № 2, 2020)

Прав всё-таки Коля. Есть ещё два маршрута, порождающих латинские квадраты:



(первый из них, кстати сказать, центрально-симметричный). Вот соответствующие заполнения клеток числами:

3	2	9	10	11
4	8	1	12	20
7	5	13	21	19
6	14	25	18	22
15	16	17	24	23

5	6	7	8	9
1	4	13	12	10
2	3	14	15	11
24	22	20	16	18
23	25	21	19	17

А вот и сами латинские квадраты:

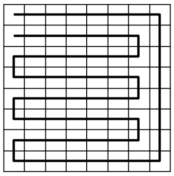
3	2	4	0	1
4	3	1	2	0
2	0	3	1	4
1	4	0	3	2
0	1	2	4	3

0	1	2	3	4
1	4	3	2	0
2	3	4	0	1
4	2	0	1	3
3	0	1	4	2

Других маршрутов (кроме трёх приведённых) *не существует* – проверено с помощью компьютера (хотя сами маршруты были найдены без компьютера!).

Интересен вопрос о существовании маршрутов с аналогичными свойствами для досок иных размеров – $n \times n$. Для чётных n имеется довольно простой алгоритм, позволяющий получить по крайней мере одно решение. Начав с левой верхней клетки, король движется сначала вправо «до упора», потом вниз – тоже «до упора», а затем обходит оставшиеся поля «змейкой» снизу вверх – то влево, то вправо. Ему не требуется даже делать диагональных ходов! На рисунке ниже приведён пример для классической шахматной доски 8×8.

Для нечётных n всё намного сложней. Конечно, для доски 3×3 найти нужный путь короля труда не составляет. Для $n = 5$ ответ тоже известен (см. выше). Было также обнаружено несколько маршрутов короля и для $n = 7$. Дальнейшее – во мраке. Для компьютера даже квадрат 7×7 оказался неподъёмным, не говоря уже о бóльших значениях.



ИМЯ ЗВЕРЯ («Квантик» № 2, 2020)

· Наверняка вы знаете больше названий, чем мы. Но можно вспомнить такие: летучая и морская лисицы; бычок (рыба), овцебык, лягушка-бык; луговая собачка (грызун), летучая собака, целое семейство рыб «собачковые».

· Гепард.

· Стрекоза, скорее всего, называется так по действию *стрекать* (сравните: (*за*)*дать стрекача*) или *стрекотать* (из-за шуршания крыльев). А вот *козослон* (таинственное средневековое животное), *козявка* и даже *козерог* (как реальный горный козёл, так и мифический персонаж) происходят от козы.

· *Буйвол* уже в древнерусском языке вызывал ассоциации с волом, но на самом деле слово имеет латинское происхождение и состоит из одного корня. *Мормыш* — сейчас так называют мелких рачков, а в XVIII в. *мóрмышем* звали и головастиков, но к мышам это слово отношения не имеет.

АЛЕКСАНДР II, ГУМИЛЁВ, МАРКОВ
(«Квантик» № 2, 2020)

Придумана история о Гумилёве. Надпись на клинке про героя Первой мировой войны могла появиться только после Второй мировой войны.

История о Маркове написана по мотивам воспоминания Б. А. Кушнера «Учитель» (К столетию А. А. Маркова, Мл.) в сборнике «Из истории кибернетики» (Новосибирск: Гео, 2006).

ВОДА, ЧАЙНИКИ И НЕМНОГО ФИЗИКИ
(«Квантик» № 2, 2020)

Два чайника. Одинаково. Хотя у мышки, идущей первой, чайник больше, диаметр дна у чайников один и тот же и концы носиков расположены на одинаковой высоте («лишняя» вода будет сразу вытекать из носика). При желании первая мышка могла бы налить больше воды, наклонив чайник сильнее – так, чтобы конец носика был на уровне верхнего отверстия чайника.

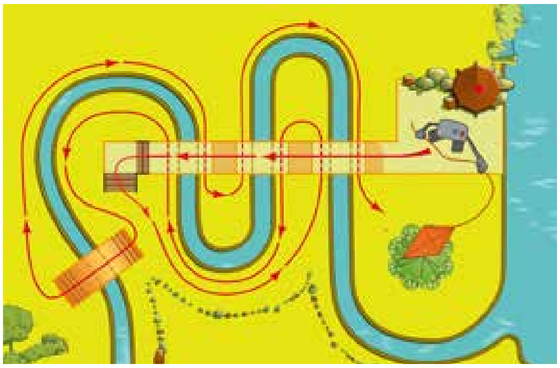
Два разных чайника. Правый – у него больше площадь соприкосновения с плитой.

Два одинаковых чайника. Чайник Ани вскипит быстрее: в Борином чайнике надо будет не только вскипятить всю имеющуюся холодную воду, но и довести до кипения подлитую горячую. Подумайте, изменится ли ответ, если подлить в Борин чайник кипяток.

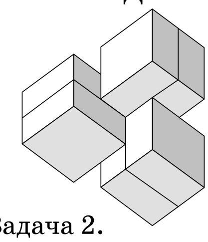
Чайный пакетик. Нитка пакетика закручена при изготовлении, так что немного вращаться будет даже сухой пакетик. Но пакетик лёгкий, и нить не может раскрутиться полностью. После намокания пакетик становится тяжелее, нить натягивается и раскручивается дальше.

См. также статью «Простая скрепка может удивить» автора задачи про чайный пакетик в этом номере журнала.

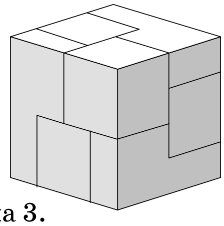
ВОЗДУШНЫЙ ЗМЕЙ («Квантик» № 2, 2020)



КУБИК ДЛЯ НАЧИНАЮЩИХ



Задача 2.



Задача 3.

LXXXVI САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ.

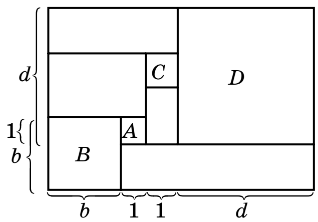
Избранные задачи I тура.

1. Хотя примеров таких таблиц много, находить их подбором – дело трудоёмкое. Но задача станет совсем несложной, если следить не за самими числами, а за их остатками при делении на 3. В таблице справа расставлены две единицы и четыре нуля, суммы по строкам и столбцам равны 0, 1, 1, 1, 1. Никакие два из этих чисел в сумме не делятся на 3. Теперь, чтобы получить требуемый пример, остается расставить в таблице произвольные различные натуральные числа с указанными остатками (число 217 дает остаток 1).

1	1	0	0
1	0	1	0
	1	1	0

217	3	6
9	1	12

2. Ответ: 129 и 132. Пусть стороны квадратов B и D равны b и d соответственно. Легко видеть, что вертикальная сторона исходного прямоугольника равна $b+d-1$ (поскольку сторона квадратика A равна 1), а горизонтальная равна $b+d+2$ (см. рисунок). Поэтому периметр равен $2(2b+2d+1)=$ $=4b+4d+2$. Тогда $4b+4d+2=522$, то есть $b+d=520/4=130$. Отсюда и следует ответ.



3. Заметим, что каждый внимательный школьник в сумме за два утра проедет весь круг. Поэтому длина круга равна $1000:10=100$ км. С другой стороны, найдётся невнимательный школьник A, который в сумме за два утра проехал более $4500:90=50$ км. Это значит, что сумма расстояний от дома A до ближайших к нему с обеих сторон школ больше половины длины круга. Иными словами, расстояние между этими двумя школами по другой дуге (не содержащей дома A) меньше половины круга, причём все остальные школы находятся именно на этой дуге. Это и требовалось доказать.

4. Ответ: 198 раз. Пусть школьник A говорит школьнику B фразу «У меня чужая шапка». Если у него в самом деле чужая шапка, то он говорит правду, и значит, на школьнике B надета его собственная шапка. После обмена шапками у обоих будут чужие шапки: у A будет шапка B, а у B тоже будет чужая шапка, так как свою он только что отдал A.

Совершенно аналогично, если на A надета его шапка, то он обманывает B, и поэтому на B надета чужая шапка. И тогда после замены оба получат чужие шапки.

Таким образом, в каждом обмене участвует один ребёнок в чужой шапке и один ребёнок в своей шапке, и в результате обмена количество детей в чужих шапках увеличивается ровно на 1. Если вначале все дети были в своих шапках, то ни одного обмена произойти не могло. Нетрудно понять, что невозможен случай, когда у всех детей своя шапка, а у одного ребёнка чужая. Если же в самом начале было не менее 2 детей в чужих шапках, то увеличиваться это число сможет не более 198 раз.

Пример сразу следует из проведённого анализа. Пусть вначале было ровно двое детей в чужих шапках (они надели шапки друг друга). Тогда ребенок в чужой шапке может 198 раз обращаться к детям в своих шапках, меняться с ними шапками, увеличивая число неправильно одетых детей. Через 198 обменов все окажутся в чужих шапках и процесс прекратится.

5. Рассмотрим лишь зелёные и красные точки. Поскольку зелёных точек больше, между какими-то двумя зелёными нет красной. Но тогда между ними на окружности стоит одна синяя точка. Она-то и удовлетворяет условию.

6. Ответ: $k=33$, то есть все полоски должны быть вертикальными. Покрасим клетки 1-го, 4-го, 7-го, ..., 100-го столбца в красный цвет, а клетки 2-го, 5-го, 8-го, ..., 98-го столбца – в синий цвет. Красных столбцов на 1 больше, чем синих, а красных клеток на 99 больше, чем синих. Поскольку в каждом столбце находится ровно k вертикальных полосок, красных вертикальных полосок ровно на k больше, чем синих, и красных клеток в них занято на $3k$ больше, чем синих. А в каждой горизонтальной полоске поровну красных и синих клеток (по одной). Поэтому общее количество красных клеток на $3k$ больше общего количества синих. Таким образом, $99=3k$, $k=33$.

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Высылайте решения задач VII тура, с которыми справитесь, не позднее 5 апреля в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

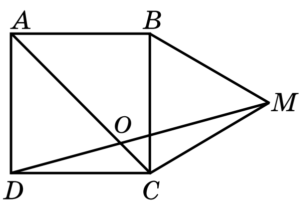
В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

VII ТУР

31. Мимо пассажира «Ласточки», едущей с постоянной скоростью, встречный «Сапсан» пронёсся за 3 секунды, а попутный «Сапсан» – за 7 секунд. Длины и скорости «Сапсанов» были одинаковы. За сколько секунд этот пассажир проедет мимо такого же, но стоящего «Сапсана»?

32. На стороне BC квадрата $ABCD$ во внешнюю часть построен равносторонний треугольник BMC. Отрезки AC и MD пересекаются в точке O. Докажите, что $OA = OM$.

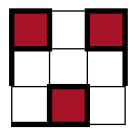


Авторы: Инесса Раскина (31), Михаил Евдокимов (32), Сергей Дориченко (33), Сергей Костин (34), Игорь Акулич (35)

33. Три разбойника украли пять алмазов (возможно, разного веса) и решили разделить их между собой поровну по весу, не распиливая на куски. Они отмерили треть, но остальные алмазы нельзя было разделить на две равные части. Докажите, что разбойникам не удастся поделить алмазы, даже если они смогут отмерить треть по-другому.

34. Какое наибольшее количество флажков, изображённых на рисунке 1, можно разместить в квадрате а) 8×8; б) 14×14? Флажок должен располагаться по линиям сетки. Никакие два флажка не должны иметь ни одной общей точки. В качестве примера на рисунке 2 показано, как в квадрате 3×3 можно разместить три флажка.

Рис. 1


Рис. 2


35. В гирлянде n лампочек и n кнопок с номерами. По инструкции, 1-ю кнопку надо соединить с одной лампочкой, 2-ю – с двумя, 3-ю – с тремя, и т. д., но с какими именно лампочками соединяется каждая кнопка, решает пользователь.

Сначала все лампочки погашены. Нажатие на любую кнопку меняет состояние всех соединённых с ней лампочек на противоположное (горящие лампочки гаснут, не горящие – зажигаются).

Коля уверен, что можно так соединить кнопки с лампочками, чтобы, нажав нужные кнопки, можно было получить любую комбинацию горящих и не горящих лампочек. Петя же считает, что любую такую комбинацию можно получить, как ни соединяй лампочки и кнопки – лишь бы по инструкции.

а) При каких n прав Коля?

б) При каких n прав Петя?

Художник Николай Крутиков

Максим Грек и загадочные буквы

ISSN 2227-7986
9 772227 798206 20003

Перед вами – фрагмент переписанной в XVII веке книги Максима Грека (1470–1556). Узнаёте, что это? Современный аналог вы видели много раз. Расшифруйте запись целиком. В некоторых местах (например, тут: д·д·ѕі и тут: ѕ·в·ві) вы заметите странные отличия от современного варианта – попробуйте догадаться, в чём тут дело.

Авторы Виктор Клепцын, Григорий Мерзон

Фото: Российская национальная библиотека, отдел рукописей

Художник Елена Цветаева